

Кинетика формирования вихрей в сверхпроводниках с анизотропным спариванием

© А.В. Радиевский, А.С. Зельцер, А.Э. Филиппов

Донецкий физико-технический институт Академии наук Украины,
340114 Донецк, Украина

(Поступила в Редакцию 18 января 1996 г.
В окончательной редакции 12 мая 1996 г.)

На основе временных уравнений Гинзбурга–Ландау рассмотрен вопрос о формировании вихревого состояния в сверхпроводниках с анизотропным спариванием.

Традиционно к сверхпроводникам с анизотропным спариванием принято относить системы с тяжелыми фермионами [1]. Недавние экспериментальные [2] и теоретические [3] исследования свидетельствуют о том, что, возможно, и высокотемпературные сверхпроводники имеют этот тип спаривания. Вместе с тем есть многочисленные свидетельства неплохой применимости стандартного описания к экспериментам с вихревым состоянием в таких системах.

Однако кинетика формирования такого состояния в сверхпроводниках с анизотропным спариванием может быть весьма нетривиальной. Вихрь (точнее, пара вихрей) есть принципиально мезоскопическое образование. Он формируется как диссипативный аттрактор в ходе кинетического процесса [4], в котором флуктуации обеих компонент поля параметра порядка ψ_j взаимодействуют с (калибровочным) электромагнитным полем \mathbf{A} . Причем именно двухкомпонентность поля ψ обеспечивает устойчивое возникновение нужных топологических конфигураций из бесформенных флуктуаций общего положения [5]. Качественно дело сводится к тому, что вихри формируются в точках пересечения линий нулей обеих компонент ψ_j , существование которых для двухкомпонентного поля типично. Повышение размерности вектора ψ делает одновременное пересечение линий нулей всех компонент невероятным и в принципе может катастрофически сказаться на этом процессе! Поскольку в существовании вихревого состояния ВТСП сомневаться не приходится, то последнее означает, что либо концепции d -спаривания применительно к ВТСП неверна, либо существует кинетический механизм, делающий формирование d -вихрей устойчивым. Ответу на этот вопрос и посвящена настоящая работа.

Модель и результаты

Для описания кинетических явлений в классических сверхпроводниках на основе микроскопической теории БКШ было разработано несколько подходов [6,7]. Обобщение подобных методов на случай многокомпонентных сверхпроводников является

весьма сложной задачей и в отсутствие общепринятой на сегодняшний день микроскопической теории ВТСП было бы слишком модельным. В то же время вблизи критической температуры при достаточно малых частотах, градиентах и полях применимо временное обобщение градиентно-инвариантных уравнений Гинзбурга–Ландау [8,9]. Последние в присутствии шума флуктуаций $f(\mathbf{r}, t)$ параметра порядка ψ и поля \mathbf{A} могут быть получены на основе известной модификации уравнений Ландау–Халатникова для многокомпонентного случая в виде

$$\begin{aligned} \partial\eta_1/\partial t &= -\Gamma \delta H/\delta\eta_1 + f_i(\mathbf{r}, t), \\ \partial\mathbf{A}/\partial t &= -\Gamma_A \delta H/\delta\mathbf{A} + f_A(\mathbf{r}, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь D — интенсивность дельта-коррелированного белого шума $\langle f_i(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, $\langle f_i(\mathbf{r}', t') f_j(\mathbf{r}, t) \rangle = D \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \delta_{ij}$, пропорциональная температуре системы, а функционал H Гинзбурга–Ландау при d -спаривании может быть записан в виде [1,10–15]

$$\begin{aligned} H &= (1/2) \int dV \left\{ a\eta\eta^* + \beta_1(\eta\eta^*)^2/2 + \beta_2|\eta\eta|^2/2 \right. \\ &+ K_1 D_i^* \eta_j^* D_i \eta_j + K_2 D_i^* \eta_i^* D_j \eta_j + K_3 D_i^* \eta_j^* D_j \eta_i \\ &\left. + K_4 D_z^* \eta_i^* D_z \eta_i + \gamma(\text{rot}\mathbf{A})^2 \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $D_i = \partial_i - igA_i$, $j = x, y$; \mathbf{A} — вектор-потенциал, $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_x, \eta_y\}$, $\eta_x = \eta_1 + i\eta_2$, $\eta_y = \eta_3 + i\eta_4$, $a = \alpha(T - T_c)$, β_1, β_2, K_1 — феноменологические постоянные, $\gamma = 1/8\pi$, $g = 2e/\hbar c$. Условия магнитной устойчивости [13] и требование положительной определенности формы четвертого порядка в (2) накладывают следующие ограничения на величины K_j, β_j :

$$\begin{aligned} K_1 &> |K_2|, \quad K_1 + K_2 + K_3 > |K_2|, \quad K_4 > 0; \\ \beta_1 &> 0, \quad \beta_1 > -\beta_2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь и далее, имея в виду конкретную ситуацию в UPt₃ и Y-Ba-Cu-O (где $\beta_1 - \beta_2$ [14,15]), мы ограничиваемся значениями $\beta_2 > 0$. При этом в отсутствие внешнего поля реализуется фаза с нарушенной инвариантностью по отношению к инверсии времени, так

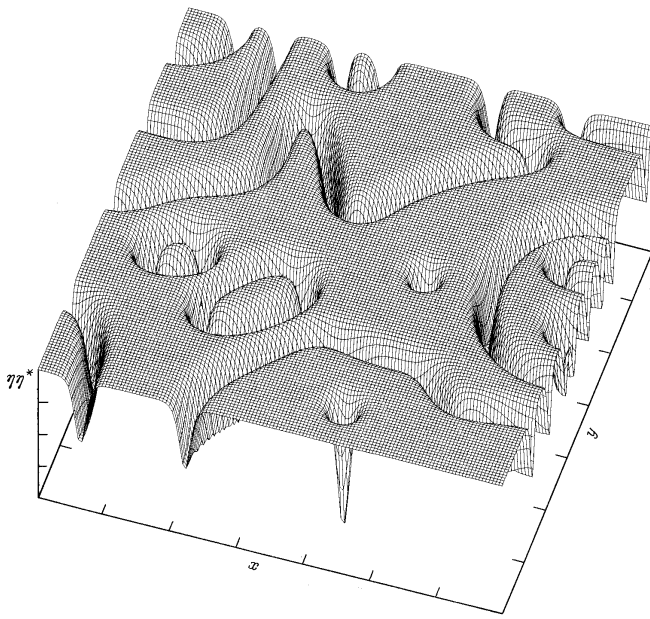


Рис. 1. Фрагмент системы на промежуточном этапе ее эволюции, содержащий типичные конфигурации модуля параметра порядка $\eta(x, y)$.

что основное состояние сверхпроводника двукратно вырождено по направлению вектора $i\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\eta}^*$, причем эти состояния разделены энергетическим барьером.

Учитывая анизотропию исследуемых веществ (и для простоты), будем полагать, что все величины слабо зависят от координаты z (т.е. решать численно уравнения (1) в срезе сверхпроводника в плоскости перпендикулярной оси z) и, кроме того, $K_2, K_3 \ll K_1$. В результате имеем систему

$$\begin{aligned} \partial \bar{\eta}_j / \partial t &= \Delta \bar{\eta}_j - (-1)^j (2A \nabla \bar{\eta}_k + \bar{\eta}_k \nabla A) - \bar{\eta}_j [\mathbf{A}^2 - 1 + S] \\ &+ bM \partial M / \partial \bar{\eta}_j + f_j, \quad j=1, \dots, 4, \quad k=j - (-1)^j, \\ \vartheta_A^{-1} \partial \mathbf{A} / \partial t &= -\text{rot rot } \mathbf{A} + \{ [\bar{\eta}_1 \nabla \bar{\eta}_2 - \bar{\eta}_2 \nabla \bar{\eta}_1] \\ &+ [\bar{\eta}_3 \nabla \bar{\eta}_4 - \bar{\eta}_4 \nabla \bar{\eta}_3] - \mathbf{A} S \} / \varkappa^2 + f_A. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнения (4) обезразмерены стандартным образом, так что \varkappa — параметр Гинзбурга–Ландау (для типичных сверхпроводников с d -спариванием $\varkappa \gg 1$). Кроме того, введены обозначения: $\bar{\eta}_i = \eta_i ((\beta_1 + \beta_2)/a)^{1/2}$, $S = \Sigma \bar{\eta}_i^2 \equiv \bar{\eta} \bar{\eta}^*$, $M = [\bar{\eta}_1 \bar{\eta}_4 - \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3] \equiv i \bar{\eta} \times \bar{\eta}^* / 2$, $\vartheta_A = (\Gamma^{-1} \Gamma_A / 8\pi a \xi^2) \sim 1$, $b = 2\beta_2 / (\beta_1 - \beta_2) < 2$, $\xi = (K_1/2)^{1/2}$.

Уравнения (4) решались с помощью численного метода, использованного ранее в [4,5]. Фрагмент системы, содержащий типичные конфигурации модуля параметра порядка $\boldsymbol{\eta}$ и магнитного поля $\mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{A}$, на промежуточных этапах ее эволюции с нулевыми начальными условиями и в нулевом внешнем магнитном поле представлен на рис. 1 и 2 соответственно. Хорошо видны особенности: ”проколы” и ”каналы”

шириной Δ в поверхности $\boldsymbol{\eta}(x, y)$ с разным направлением поля (”вихри” и ”антивихри”). Появление линейных неоднородностей (ЛН), в которых параметр порядка ниже равновесного, но отличен от нуля, составляет основную качественную новизну кинетики упорядочения сверхпроводников с d -спариванием.

На промежуточных этапах перехода к сверхпроводимости ЛН вместе с вихревыми образованиями образуют сложную, иногда очень запутанную конфигурацию. Однако при стремлении системы к равновесию ($t \rightarrow \infty$) из всей совокупности неоднородностей ”выживают” только ЛН, закрепленные на границах (например, на границах гранул). Остальные неоднородности (пары вихрь–антивихрь, а также замкнутые ЛН) со временем схлопываются. На начальных этапах ЛН, постепенно сжимаясь, приобретает кольцевую форму. Затем она либо переходит в однородное состояние, либо порождает сингулярный вихрь. В последнем случае ЛН с самого начала имеет ”топологический заряд”. Она захватывает магнитный поток, неравномерно распределенный вдоль нее на ранних этапах (рис. 2), и постепенно формирует его в ”обычный” вихрь.

Численное обнаружение нового типа возбуждений (ЛН) делает желательным получение для них хотя бы приближенного аналитического решения. Легко видеть, что по крайней мере там, где кривизна ЛН невелика, хорошее приближение может быть получено уже из одномерной статической версии уравнений (4). Можно убедиться также, что калибровочное поле \mathbf{A} мало искажает искомые решения для η_j ,

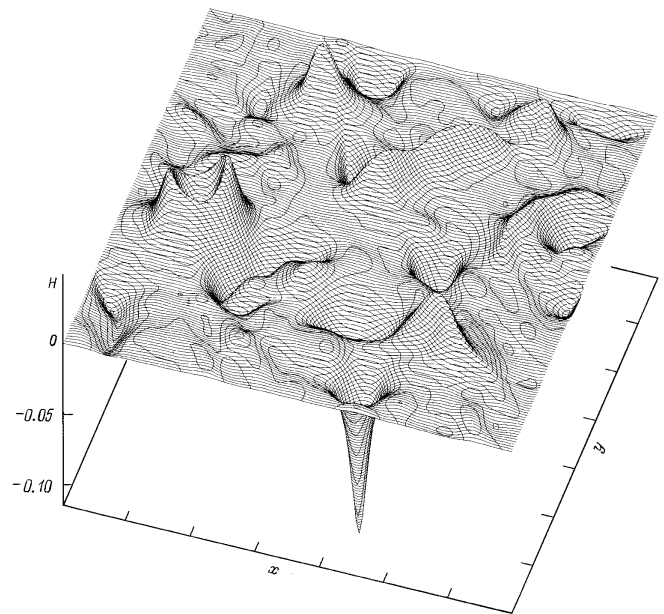


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, для магнитного поля h . Видно взаимное соответствие между распределением $h(x, y)$ и неоднородностями в поверхности $\boldsymbol{\eta}(x, y)$ на рис. 1. ”Обычные” вихри здесь сформировались в результате сжатия ЛН с захваченным магнитным потоком.

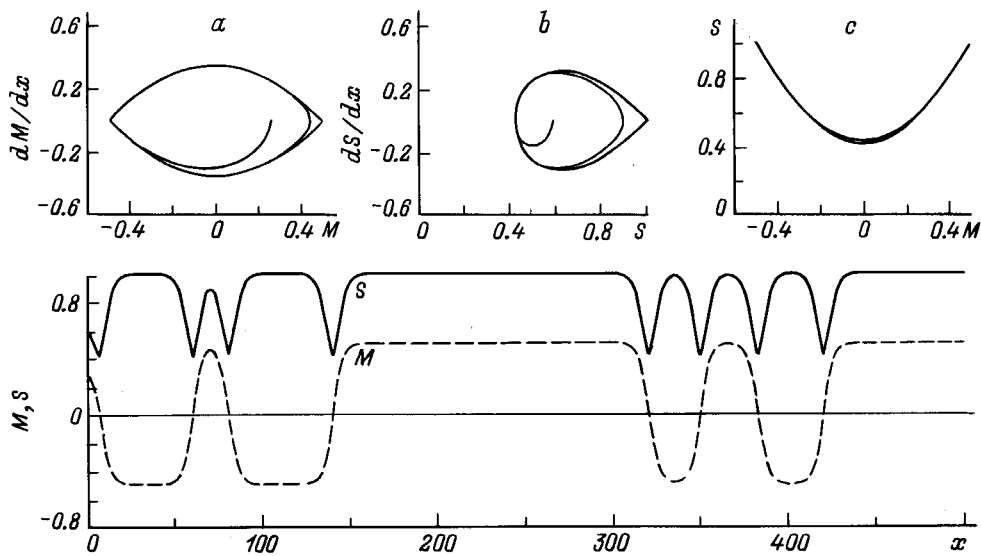


Рис. 3. Численно найденное распределение величин $S(x)$ (сплошная линия) и $M(x)$ (штриховая линия). На вставках $a-c$ показаны проекции фазового портрета на подпространства $(M, dM/dx)$, $(S, dS/dx)$ и (S, M) соответственно. Аналитические оценки для неоднородностей (в окрестности каждой из них порядка $\pm\Delta$) практически неотличимы от численных кривых и на этом рисунке на приведены.

так что для их вычисления достаточно исследовать редуцированную систему

$$d^2 S/dx^2 - 2 \left[2 \sum_j (d\eta_j/dx)^2 \right] - 2S(S-1) + 4bM^2 = 0, \tag{5a}$$

$$d^2 M/dx^2 - 2 \left[(d\eta_1/dx)(d\eta_4/dx) - (d\eta_2/dx)(d\eta_3/dx) \right] - 2M(S-1) + bSM = 0, \tag{5b}$$

а затем при необходимости определить поле \mathbf{h} , используя полученные результаты. Однако даже в такой форме система все еще очень сложна. Для ее решения мы воспользовались методом верифицируемых малостей, использованным недавно в [5]. Вкратце суть его состоит в том, что, решая вначале численно систему (5), мы устанавливаем, какие члены уравнений (или их комбинации) малы по сравнению с остальными в широком интервале параметров задачи. В частности, было обнаружено, что слагаемые, выделенные в уравнениях (5) квадратными скобками, малы, так что, пренебрегая ими, можно свести систему к уравнениям, содержащим только пару инвариантов S и M . Затем, используя различные проекции фазового портрета системы в пространстве $(S, M, dS/dx, dM/dx)$, можно установить приближенную связь между этими переменными в области ЛН, после чего решить остающееся единственное уравнение.

Описанная процедура была реализована, и была найдена следующая приближенная связь: $S(M) \simeq 1 + b(2-b)M^2$ (в действительности

выполняющаяся с точностью до 10^{-2} на фоне единицы!), на которой уравнение для M сводится к простой форме $d^2 M/dx^2 + bM - b(2-b)^2 M^3 = 0$, имеющей при граничных условиях $x \rightarrow -\infty, M \rightarrow -M_0 \equiv -1/(2-b)^{1/2}; x \rightarrow +\infty, M \rightarrow +M_0$ широко известное решение

$$M(x) = [\eta_1 \eta_4 - \eta_2 \eta_3] = Q \text{th}(x/\Delta). \tag{6}$$

Здесь $\Delta = \xi(2/b)^{1/2} = \xi((\beta_1 + \beta_2)/\beta_2)^{1/2}$ — ширина стенки, $Q = (M_{+\infty} - M_{-\infty})/2$ — ее топологический заряд. Соответственно для $S(x)$ получаем аналитическое приближение в виде так называемого "темного солитона"

$$S(x) = \sum \eta_i^2 = 1 + b \left(\text{th}(x/\Delta) \right)^2 / (2-b) \tag{7}$$

Описанные результаты суммированы на рис. 3, из которого видно, что на большей части массива величина S (сплошная линия) имеет практически равновесное значение. На этом фоне имеется несколько областей шириной Δ , где амплитуда S понижена и изменяется в пределах $S_0 > S > \text{const} \neq 0$. В тех местах, где модуль параметра порядка имеет минимум, величина M (штриховая линия) меняет знак и на тех же расстояниях ($\propto \Delta$) по обе стороны от минимума выходит на постоянные значения порядка равновесного $\pm M_0$. Показанные на вставках $a-c$ рис. 3 проекции фазового портрета на подпространства $(M, dM/dx)$, $(S, dS/dx)$ и (S, M) соответственно иллюстрируют связи между этими величинами, упомянутые при получении аналитических оценок (6), (7). То, что расхождение этих оценок с численными

результатами (при b в пределах от 0 до 1.85) не превышает уровень шума, свидетельствует в пользу сделанных выше приближений.

Один из авторов (А.Ф.) признателен В.М. Локтеву, чей интерес к проблеме и глубокие вопросы существенно повлияли на наше понимание природы исследуемых процессов, а также благодарен Н.М. Плакиде, обратившему наше внимание на новейшие результаты в области ВТСП, которые стимулировали наше возвращение к данной тематике в контексте d -спаривания.

Работа поддержана International Science Foundation (Grant K58100), а также Конкурсными проектами ГКНТ Украины № 91011 и 9.01.01.

Список литературы

- [1] Г.Е. Воловик, Л.П. Горьков. *ЖЭТФ* **88**, 1412 (1985).
- [2] D.J. Scalapino. *Phys. Rep.* **250**, 153 (1995).
- [3] E. Dagotto. *Rev. Mod. Phys.* **66**, 763 (1994).
- [4] А.Э. Филиппов, А.В. Радиевский, А.С. Зельцер. *ФНТ* **20**, 1017 (1994).
- [5] А.С. Зельцер, А.Э. Филиппов. *ЖЭТФ* **106**, 1117 (1995).
- [6] В.П. Галайко. *ЖЭТФ* **61**, 382 (1971).
- [7] А.В. Свидзинский. *Пространственно неоднородные задачи теории сверхпроводимости*. Наука. М. (1982). 308 с.
- [8] E. Abrahams, T. Tsuneto. *Phys. Rev.* **152**, 416 (1966).
- [9] Л.П. Горьков, Н.Б. Коппин. *УФН* **116**, 413 (1975).
- [10] М.Е. Житомирский, И.А. Лукьянчук. *ЖЭТФ* **101**, 1954 (1992).
- [11] Ю.М. Иванченко, А.А. Лисянский, А.Э. Филиппов. *ФТТ* **31**, 10, 204 (1989).
- [12] В.П. Минеев, К.В. Самохин. *ЖЭТФ* **105**, 747 (1994).
- [13] M. Palumbo, P. Muzikar, J.A. Sauls. *Phys. Rev.* **B42**, 2681 (1991).
- [14] А.С. Мельников. *ЖЭТФ* **101**, 1978 (1992).
- [15] Ю.М. Иванченко, А.Э. Филиппов, А.В. Радиевский. *СФХТ* **4**, 494 (1991).