

Теория электроакустического эха в монокристаллах сегнетоэлектриков типа порядок–беспорядок

© В.А. Попов, А.Р. Кессель, С.С. Лапушкин

Казанский физико-технический институт,
420029 Казань, Россия

(Поступила в Редакцию 30 июля 1996 г.
В окончательной редакции 25 ноября 1996 г.)

В рамках псевдоспинового формализма ($S = 1/2$) описан механизм формирования эхо-отклика в монокристаллическом сегнетоэлектрическом кристалле типа порядок–беспорядок при возбуждении двумя импульсами электрического СВЧ-поля на частотах ω и 2ω ($(\omega, 2\omega)$ -эхо) и на частоте ω ((ω, ω) -эхо). Рассчитаны параметры эхо-отклика; полученные результаты находятся в хорошем качественном согласии с экспериментом.

1. Постановка задачи

Известно [1,2], что термодинамические и ряд динамических свойств некоторых сегнетоэлектриков типа порядок–беспорядок описываются гамильтонианом модели Изинга

$$\mathcal{H}_S = - \sum_j (g_1 S_j^x + g_3 S_j^z) - \sum_{j \neq k} J(j-k) S_j^z S_k^z, \quad (1)$$

где g_1 — интеграл туннелирования, g_3 — внешнее электрическое поле, $J(j-k)$ — константа взаимодействия между j -м и k -м псевдоспинами. Входящие в (1) операторы S_j^x , S_j^y , S_j^z выражаются через операторы вторичного квантования протона в ячейке j на связи α

$$\begin{aligned} S_j^x &= \frac{1}{2} (a_{j\alpha\uparrow}^\dagger a_{j\alpha\downarrow} + a_{j\alpha\downarrow}^\dagger a_{j\alpha\uparrow}), \\ S_j^y &= \frac{i}{2} (a_{j\alpha\uparrow}^\dagger a_{j\alpha\downarrow} - a_{j\alpha\downarrow}^\dagger a_{j\alpha\uparrow}), \\ S_j^z &= \frac{1}{2} (a_{j\alpha\uparrow}^\dagger a_{j\alpha\uparrow} - a_{j\alpha\downarrow}^\dagger a_{j\alpha\downarrow}) \end{aligned} \quad (2)$$

и удовлетворяют спиновым правилам коммутации

$$[S_j^\mu, S_k^\nu] = \frac{1}{2} \delta_{jk} \epsilon^{\mu\nu\epsilon} S_j^\epsilon. \quad (3)$$

Гамильтониан (1) удобен для получения уравнений движения элементарных возбуждений в обменных системах. Это было сделано рядом авторов [1–3]. В частности, в [3] с использованием длинноволнового приближения ($S_j \rightarrow S(x)$) и приближения хаотических фаз ($\langle S(x)S(x) \rangle = \langle S(x) \rangle \langle S(x) \rangle$) были получены следующие уравнения, описывающие динамику псевдоспинов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} Z_1 &= \left(g_3 + J \left(Z_3 + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_3 \right) \right) Z_2, \\ \frac{\partial}{\partial t} Z_2 &= - \left(g_3 + J \left(Z_3 + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_3 \right) \right) Z_1 + g_1 Z_3, \\ \frac{\partial}{\partial t} Z_3 &= -g_1 Z_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где $Z_1 = \langle S^x(x) \rangle$, $Z_2 = \langle S^y(x) \rangle$, $Z_3 = \langle S^z(x) \rangle$, a — расстояние между ячейками, $\hbar = 1$.

Известно, что существенную роль в сегнетоэлектриках играет взаимодействие электрической подсистемы с колебаниями решетки. Учет этого обстоятельства особенно необходим при описании переходных процессов, возбуждаемых короткими СВЧ-импульсами. В промежутках между импульсами на сегнетоэлектрик не действуют внешние силы, и его электрическая подсистема колеблется на собственных частотах, которые высоки по сравнению с частотой возбуждения. Поэтому взаимодействие с ними повторных импульсов не вызывает обращения фронта волны. Включение в рассмотрение достаточно сильного электроакустического взаимодействия приводит к тому, что изучаемая подсистема имеет как электрическую, так и акустическую ветвь колебаний. Последняя может эффективно взаимодействовать с возбуждающими СВЧ-импульсами. Для того чтобы учесть это обстоятельство, к гамильтониану (1) добавляют гамильтониан колебаний решетки \mathcal{H}_L и гамильтониан псевдоспин-фононного взаимодействия \mathcal{H}_I .

$$\mathcal{H}_L = \frac{1}{2m} \sum_i P_i^2 + \frac{1}{2m} \sum_{i \neq j} \Omega_{ij}^2 (Q_i - Q_j)^2,$$

$$\mathcal{H}_I = - \sum_{i \neq j} F_{ij} S_i^z (Q_j - Q_i). \quad (5)$$

Для операторов импульса P_i и смещения Q_i массы m в i -й ячейке справедливы обычные правила коммутации

$$[Q_i, P_j] = i \delta_{ij}. \quad (6)$$

Тогда система уравнений, описывающая динамику с учетом псевдоспин-фононного взаимодействия, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} Z_1 &= \left(g_3 + J \left(Z_3 + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_3 \right) \right) Z_2 + h Z_2 \frac{\partial}{\partial x} Z_4, \\ \frac{\partial}{\partial t} Z_2 &= - \left(g_3 + J \left(Z_3 + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_3 \right) \right) Z_1 + g_1 Z_3 - h Z_1 \frac{\partial}{\partial x} Z_4, \\ \frac{\partial}{\partial t} Z_3 &= -g_1 Z_2, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} Z_4 - V^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} Z_4 = -\frac{h}{m} \frac{\partial}{\partial x} Z_3, \quad (7)$$

где $h = Fa$, $V = a\Omega/m$ — скорость звука, $Z_4 \equiv \langle Q \rangle$.

При возбуждении сегнетоэлектрика короткими интенсивными импульсами электромагнитного поля наблюдается целый ряд откликов вещества на внешнее воздействие. Они несут информацию о строении вещества и процессах, происходящих в нем. Каждый импульс сопровождается сигналом звона, имеющим простую физическую природу. Это пьезоэлектрические колебания на частоте возбуждения, затухающие по мере удаления от возбуждающих импульсов. Помимо этого после двух электромагнитных импульсов возникает отклик когерентного электромагнитного излучения, отстоящий на время τ от начала второго импульса (τ — интервал между началами возбуждающих импульсов). Этот сигнал называется электроакустическим эхом (ЭАЭ) [4,5].

Возникновение эхо-откликов связано с нелинейным электроакустическим взаимодействием, имеющим место в сегнетоэлектриках. Цель настоящей работы состоит в теоретическом получении выражения для сигнала ЭАЭ на основе уравнений (7).

Следует отметить, что феноменологические теории ЭАЭ были построены давно [6]. Однако они относились к сегнетоэлектрикам типа смещения. При этом специфика сегнетоэлектриков типа порядок–беспорядок не учитывалась. Развиваемая здесь теория строго ориентирована на сегнетоэлектрики типа порядок–беспорядок и может считаться микроскопической, поскольку гамильтониан (1) построен с использованием операторов вторичного квантования при анализе свойств сегнетоэлектрика на атомно-молекулярном уровне.

Схема типичного эксперимента для возбуждения эхо-отклика изображена на рис. 1. В начальный момент времени $t = 0$ в резонаторе 2 возбуждается СВЧ-импульс частоты ω длительностью Δt_1 . В пучность электрического поля резонатора помещается торец сегнетоэлектрического кристалла 1, вырезанного таким образом, чтобы ось поляризации совпадала с направлением движения электроакустической волны. По окончании действия СВЧ-импульса в образце возникает цуг элек-

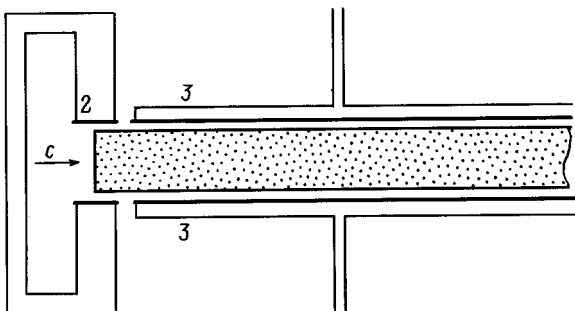


Рис. 1. Схема эксперимента. 1 — сегнетоэлектрический образец, 2 — генератор первого СВЧ-импульса, 3 — генератор второго СВЧ-импульса. Направление электрического поля совпадает с поляриной осью c .

троакустических возбуждений в виде бегущей волны, который свободно распространяется к другому торцу (на самом деле может иметь место несколько отражений от граней, но это не имеет значения для пояснения сущности явления). В момент времени $t = \tau$ включается второй импульс СВЧ-поля на частоте ω (или 2ω), действие которого прекращается при $t = \tau + \Delta t_2$, после чего вновь имеет место свободная эволюция возбуждений в образце.

В соответствии с рис. 1 описание эксперимента должно проводиться в четырех режимах. Режим R_1 соответствует интервалу времени от $t = 0$ до Δt_1 , R_2 — интервалу $[\Delta t_1, \tau]$, R_3 — интервалу $[\tau, \tau + \Delta t_2]$, R_4 — для $t > \tau + \Delta t_2$.

Начальными условиями в каждом режиме служат решения уравнений в предыдущем режиме. Начальные условия в R_1 и во всей задаче соответствуют термодинамическому равновесию $Z_i(x, 0) = Z_i^0$, $i = \overline{1, 4}$. Во всех четырех режимах на образец наложено постоянное электрическое поле E_0 . R_1 и R_3 соответствуют режимам действия внешних переменных полей. В R_1 на правой границе действует электрическое поле $E_1 \sin \omega t$, а в R_3 внешнее поле $E_2 \sin 2\omega(t - \tau)$ или $E_2 \sin \omega(t - \tau)$ действует по всему образцу. R_2 и R_4 являются режимами свободного развития системы.

2. Решение уравнений движения при $(\omega, 2\omega)$ -возбуждении

Поскольку известно, что эхо-явления являются волновым процессом, будет искать решения уравнений движения (7) в виде бегущей волны

$$Z_i(x, t) = Z_i^0 + Z_i(\xi), \quad \xi = \omega t - kx, \quad (8)$$

где Z_i^0 — равновесное значение $Z_{i(x,t)}$, причем $Z_i(\xi) \ll Z_i^0$.

Подставляя выражение (8) в уравнения (7), в линейном приближении находим решение

$$\begin{aligned} Z_1 &= -\frac{JZ_3^0 + 2\mu E_0}{g_1} A_3 e^{i\xi} + \text{c.c.}, \\ Z_2 &= -i \frac{\omega}{g_1} A_3 e^{i\xi} + \text{c.c.}, \\ Z_3 &= A_3 e^{i\xi} + \text{c.c.}, \\ Z_4 &= -i \frac{hk}{m(\omega^2 - V^2 k^2)} A_3 e^{i\xi} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (9)$$

в котором A_3 — комплексная амплитуда, а ω и k связаны дисперсионным соотношением

$$\begin{aligned} &\left(\omega^2 - \left[g_1^2 - JZ_1^0 g_1 \left(1 - \frac{a^2 k^2}{2} \right) + (JZ_3^0 + 2\mu E_0)^2 \right] \right) \\ &\times (\omega^2 - V^2 k^2) = \frac{h^2 k^2 Z_1^0 g_1}{m}. \end{aligned} \quad (10)$$

Необходимость учета нелинейных членов уравнений (7) приводит к появлению в разложении (8) дополнительных слагаемых Z_2, Z_3, \dots . В частности, во втором приближении

$$\begin{aligned} Z_1 &= c_1|A_3|^2 \frac{JZ_3^0 + 2\mu E_0}{g_1} bA_3 e^{i\xi} + d_1 A_3^2 e^{2i\xi} + \text{с.с.}, \\ Z_2 &= -i \frac{\omega}{g_1} bA_3 e^{i\xi} - i \frac{2\omega}{g_1} d_3 A_3^2 e^{2i\xi} + \text{с.с.}, \\ Z_3 &= c_3|A_3|^2 + bA_3 e^{i\xi} + d_3 A_3^2 e^{2i\xi} + \text{с.с.}, \\ Z_4 &= -i \frac{hk}{m(\omega^2 - V^2 k^2)} bA_3 e^{i\xi} \\ &\quad - i \frac{hk}{2m(\omega^2 - V^2 k^2)} d_3 A_3^2 e^{2i\xi} + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (11)$$

При этом в дисперсионном соотношении появятся члены, зависящие от амплитуды.

Константы b, c_i, d_i в выражении (11) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} c_3 &= -\frac{I(JZ_3^0 + 2\mu E_0)}{2\nu^2}, \quad c_1 = \frac{I}{g_1} \left(1 - \frac{g_1^2}{2\nu^2} (1 - JZ_1^0/g_1)\right), \\ b &= -\frac{2d_3 + c_3}{2}, \quad d_3 = \frac{I}{2} (JZ_3^0 + 2\mu E_0) (\omega^2 - JZ_1^0 g_1 a^2 k^2 / 2)^{-1}, \\ d_1 &= \frac{I}{2g_1} \left(1 + (JZ_3^0 + 2\mu E_0)^2 (\omega^2 - JZ_1^0 g_1 a^2 k^2 / 2)^{-2}\right), \\ I &= J(1 - a^2 k^2 / 2) - \frac{h^2 k^2}{m(\omega^2 - V^2 k^2)}, \\ \nu^2 &= g_1^2 (1 - JZ_1^0 / g_1) + (JZ_3^0 + 2\mu E_0)^2. \end{aligned}$$

В предыдущем разделе отмечалось, что отклонение параметров сегнетоэлектрика от равновесия создается генерацией на поверхности кристалла импульсов внешнего СВЧ-поля

$$E(t) = E_1(t) e^{i\omega t} + \text{с.с.}, \quad (12)$$

причем длительность импульса Δt_1 много больше периода колебаний $2\pi/\omega$, а амплитуда $E_1(t)$ является медленно меняющейся функцией времени

$$\frac{dE_1}{dt} \ll \omega E_1. \quad (13)$$

Хотя в реальных экспериментах возбуждающий импульс имеет колоколообразную форму, часто в качестве аппроксимации формы выбирают прямоугольный импульс

$$E_1(t) = E_{10} (\Theta(t) - \Theta(t - \Delta t_1)), \quad (14)$$

где $\Theta(t)$ — функция Хевисайда.

Используя стандартные условия для границы раздела двух сред и тот факт, что электрическая поляризация внутри образца $P(x, t)$ пропорциональна компоненте

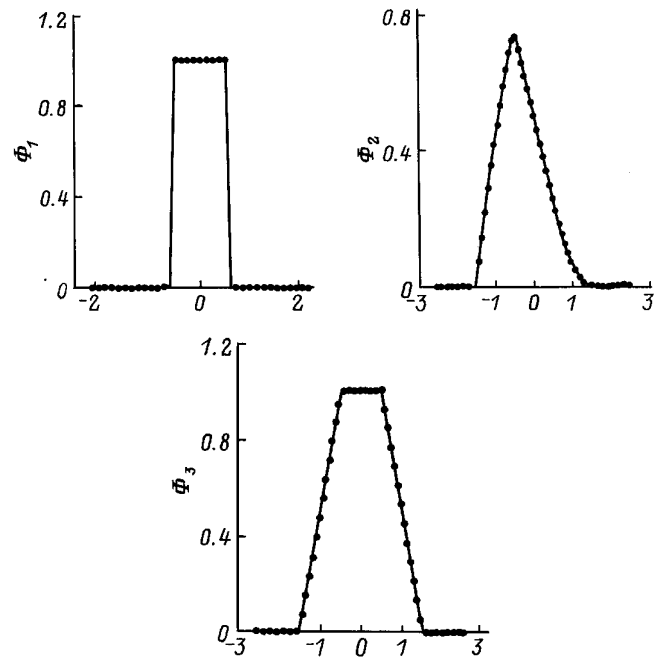


Рис. 2. Огибающие $\Phi_m(x)$ колебаний, сформировавшихся после второго импульса. По оси абсцисс отложена величина $x/v_g \Delta t_1$.

псевдоспина $Z_3(x, t)$, приходим к выводу о том, что частота ω в решении (9)–(11) должна совпадать с частотой СВЧ-поля, амплитуда $A_3 = \chi E_1 / 2\mu n$, где χ — диэлектрическая восприимчивость вещества, μ — электрический дипольный момент одной ячейки, а n — число диполей в единице объема.

Решения (9)–(11) хорошо подходят для условий стационарного воздействия переменного поля на границе. Однако при изучении нестационарных процессов мы имеем дело с кратковременными импульсами СВЧ-поля. Поэтому при обобщении решения (9)–(11) для описания нестационарных процессов следует рассматривать амплитуду A_3 как медленно меняющуюся функцию времени и координат. Учитывая этот факт, подставим решения (9)–(11) в уравнения (7). Обращая а нуль коэффициент при быстро осциллирующей экспоненте $\exp(i\xi)$, получим уравнения для амплитуды $A_3(x, t)$

$$i \left(\frac{\partial A_3}{\partial t} + v_g \frac{\partial A_3}{\partial x} \right) + \dots = 0, \quad (15)$$

где $v_g \equiv d\omega/dk$, а многоточие подразумевает слагаемые более высокого порядка малости.

В уравнении (15) можно ограничиться первыми двумя слагаемыми, поскольку все последующие малы по сравнению с ними в силу условия (13) и из-за более высокого порядка малости по амплитуде. Вообще говоря, это приближение хорошо работает во время действия кратковременных импульсов переменного поля (в R_1 и R_3), но мы будем использовать его во всех случаях. С учетом сказанного, из уравнения (15) вытекает, что $A_3(x, t)$ есть

произвольная функция аргумента $\xi_1 = x - v_g t$. Явный вид этой функции определяется граничным условием (14)

$$A_3(x, t) = \frac{\chi E_{10}}{2\mu n} (\Theta(-\xi_1) - \Theta(-\xi_1 - v_g \Delta t_1)). \quad (16)$$

Начальными условиями для уравнений (7) в R_2 являются взятые при $t = \Delta t_1$ решения (9), (11), (16). Решение уравнений движения в R_2 дается все теми же формулами (9), (11), (16). При $t = \tau$ они определяют начальные условия для R_3 , в котором на образец действует СВЧ-поле

$$E_2 e^{i2\omega t^*} + \text{с.с.} = \frac{g_3(t)}{2\mu}, \quad (17)$$

где $t^* = t - \tau$. В этих условиях решением уравнений движения, аналогичным решению (9), является

$$Z_1 = -\frac{JZ_3^0 + 2\mu E_0}{g_1} Z_3,$$

$$Z_2 = -i \frac{\omega}{g_1} \left(A_3 e^{i\xi^*} - B_3 e^{-i\eta^*} + \frac{4\mu E_2 Z_1^0 g_1}{\nu^2 - 4\omega^2} \left(e^{i2\omega t^*} - \frac{\nu}{2\omega} e^{i\nu t^*} \right) \right) + \text{с.с.},$$

$$Z_3 = A_3 e^{i\xi^*} + B_3 e^{-i\eta^*} + \frac{2\mu E_2 Z_1^0 g_1}{\nu^2 - 4\omega^2} \left(e^{i2\omega t^*} - e^{i\nu t^*} \right) + \text{с.с.},$$

$$Z_4 = -i \frac{hk}{m(\omega^2 - V^2 k^2)} (A_3 e^{i\xi} + B_3 e^{-i\eta}) + \text{с.с.}, \quad (18)$$

где $\eta = \omega t + kx$, а знак * означает, что отсчет времени идет с момента $t = \tau$.

Характерной особенностью этого решения является присутствие наряду с волной, бегущей в положительном направлении оси x , волны, бегущей в противоположную сторону, а также однородных колебаний всего образца. Наличие в решении распространяющихся в противоположных направлениях волн обеспечивает отсутствие секулярных членов в рассматриваемом нами приближении.

Аналогом уравнения (15) для амплитуды в R_3 является

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial x} \right) A_3 = -\lambda E_2 B_3, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial x} \right) B_3 = -\lambda E_2 A_3, \quad (19)$$

где

$$\lambda = \frac{3\mu(JZ_3^0 + 2\mu E_0)(JZ_1^0 g_1(1 - \alpha^2 k^2/2) - (\omega^2 - V^2 k^2)^{-1}(h^2 k^2 Z_1^0 g_1)/m)}{2\omega(\nu^2 - 4\omega^2)(1 + (\omega^2 - V^2 k^2)^{-2}(h^2 k^2 Z_1^0 g_1)/m)}, \quad (20)$$

с начальными условиями:

$$A_3(x, 0) = \frac{\chi E_{10}}{2\mu n} (\Theta(v_g \tau - x) - \Theta(v_g \tau - x - v_g \Delta t_1)) e^{i\omega \tau}, \\ B_3(x, 0) = 0. \quad (21)$$

Решение задачи (19), (21) к моменту времени $t^* = \Delta t_2$ есть [7]

$$A_3 = e^{i\omega \tau} \left(\frac{\chi E_{10}}{2\mu n} \Phi_1 \left(x - v_g \tau + v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right) + \frac{\lambda \chi v_g \Delta t_1^2 E_{10} E_2 \Phi_2 \left(x - v_g \tau + v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right) \right), \\ B_3 = -e^{i\omega \tau} \frac{\lambda \chi}{2\mu n} \Delta t_1 E_{10} E_2 \Phi_3 \left(x - v_g \tau + v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right), \quad (22)$$

где

$$\Phi_1(x) = \Theta \left(-x + v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right) - \Theta \left(-x - v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right), \\ \Phi_2(x) = \int_{x - v_g \Delta t_2}^{x + v_g \Delta t_2} \frac{x - y - v_g \Delta t_2}{v_g^2 \Delta t_1^2} \Phi_1(y) \times \frac{J_1((\lambda E_2)/v_g \sqrt{(x-y)^2 - v_g^2 \Delta t_2^2})}{\sqrt{(x-y)^2 - v_g^2 \Delta t_2^2}} dy, \\ \Phi_3(x) = \frac{1}{v_g \Delta t_1} \int_{x - v_g \Delta t_2}^{x + v_g \Delta t_2} \Phi_1(y) J_0 \times \left(\frac{\lambda E_2}{v_g} \sqrt{(x-y)^2 - v_g^2 \Delta t_2^2} \right) dy. \quad (23)$$

Здесь $J_0(x)$, $J_1(x)$ — функция Бесселя.

Для длительности импульса, которая обычно имеет место в эксперименте, оценка аргумента функций Бесселя не превосходит 10^{-1} . Следовательно, можно положить $J_0(x) \approx 1$, $J_1(x) \approx x/2$ и проинтегрировать выражения (23). Результат интегрирования представлен на рис. 2; из этого рисунка видно, что действие второго импульса сводится к изменению формы огибающей колебаний, возбужденных первым импульсом. Эта огибающая уширяется за счет увеличения размеров как в направлении движения возбуждения, так и в обратную сторону. Особый интерес представляет составляющая возбуждений, пропорциональная $\Phi_3(x - v_g \tau)$, которая, как будет показано далее, является зародышем обратной волны.

В R_4 выражения для Z_i аналогичны (18), в частности

$$Z_3 = A_3 e^{i\xi^*} + B_3 e^{-i\eta^*} + \zeta_3(t^*) + \text{с.с.}, \quad (24)$$

где $t^* = t - (\tau + \Delta t_2)$. Амплитуды A_3 и B_3 удовлетворяют уравнению (19) с нулевой правой частью, а выражение для однородного члена $\zeta(t^*)$ не выписывается явно, так как он не участвует в формировании эхосигнала. Начальными условиями для амплитуд служат в данном режиме выражения (21), в которых следует

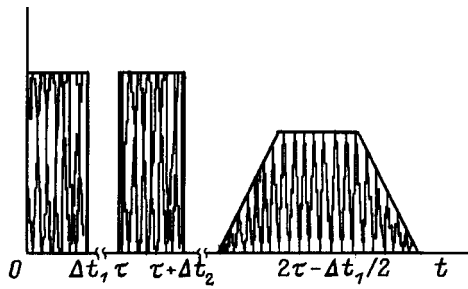


Рис. 3. Зависимость от времени функции $Z_3(0, t)$, пропорциональной изменению поляризации на торце образца.

учесть приобретенный сдвиг фазы

$$A_3 \rightarrow A_3 e^{i\omega\Delta t_2}, \quad B_3 \rightarrow B_3 e^{-i\omega\Delta t_2}.$$

Решениями уравнений (19) в R_4 (где $E_2 = 0$) являются функции, сохраняющие свой профиль и распространяющиеся в прямом (A_3) и обратном (B_3) направлениях. Та часть решения, которая представляет собой обратную волну, имеет вид

$$Z_3(x, t) = -\frac{\lambda\chi\Delta t_1}{2\mu n} E_{10} E_2 \Phi_3 \left(x + v_g [t - 2\tau] + v_g \frac{\Delta t_1}{2} \right) e^{i(\omega[t - 2\tau] + kx)} + \text{с.с.} \quad (25)$$

Выражения для Z_1 , Z_2 , Z_3 легко получить умножением на те же коэффициенты, что и в (9).

Значение функции (25) при $x = 0$ определяет эхотклик на два импульса СВЧ-поля (рис. 3) для схемы эксперимента, изображенной на рис. 1. Параметры эхотклика приведены в разделе 4.

3. Решение уравнений движения при (ω, ω) -возбуждении

Решения в режимах R_1 и R_2 данной задачи не отличаются от аналогичных решений в этих режимах при $(\omega, 2\omega)$ -возбуждении. В R_1 происходит формирование на границе образца $x = 0$ волнового пакета под действием внешнего электрического поля

$$E(t) = E_1 \Phi_1(t - \Delta t_1/2) e^{i\omega t} + \text{с.с.}, \quad (26)$$

которое в R_2 , когда действие СВЧ-поля на границе образца прекращается, продолжает распространяться вдоль оси x , не меняя формы. Математически это означает, что в этих режимах решение уравнений движения имеет форму (8)–(11), (16). Огибающая волнового пакета определяется огибающей первого импульса $\Phi_1(t)$, которую мы зададим, например, в форме

$$\Phi_1(t) = \frac{1}{2\text{th}(\Delta t_1/2T)} \left[\text{th} \left(\frac{t + \Delta t_1/2}{T} \right) - \text{th} \left(\frac{t - \Delta t_1/2}{T} \right) \right]. \quad (27)$$

В R_3 на образец подается однородный (не зависящий от координаты) импульс СВЧ-поля частоты ω . Его взаимодействие с существующими в образце возбуждениями отличается от найденного ранее для однородного импульса частоты 2ω и дается выражением

$$Z_1 = -\frac{JZ_3^0 + 2\mu E_0}{g_1} (Ae^{i\xi^*} + Be^{-i\eta^*} + qE_2(e^{i\omega t^*} - e^{i\nu t^*})) + \text{с.с.},$$

$$Z_2 = -i \frac{\omega}{g_1} (Ae^{i\xi^*} + Be^{-i\eta^*} + qE_2(e^{i\omega t^*} - \frac{\nu}{\omega} e^{i\nu t^*})) + \text{с.с.},$$

$$Z_3 = Ae^{i\xi^*} + Be^{-i\eta^*} + qE_2(e^{i\omega t^*} - e^{i\nu t^*}) + \text{с.с.},$$

$$Z_4 = -i \frac{hk}{m(\omega^2 - V^2 k^2)} (Ae^{i\xi} + Be^{-i\eta}) + \text{с.с.}, \quad (28)$$

где $q = 2\mu Z_1^0 g_1 (\nu^2 - \omega^2)^{-1}$, $\eta = \omega t + kx$, а знак * означает, что отсчет времени идет с момента $t = \tau$.

Как видно из (28), действие однородного ω -импульса на бегущее по образцу возмущение приводит к появлению обратной волны ($\propto \exp(i\eta)$) и однородных в пространстве колебаний ($\propto \exp(i\omega t)$ и $\propto \exp(i\nu t)$). Отметим, что введение в решение слагаемых, содержащих $\exp(i\eta)$, как и в предыдущем случае, диктовалось необходимостью исключить из следующего приближения секулярные члены. Следующие члены разложения (8) включают в себя слагаемые, пропорциональные A^2 , AB , AE_2 и т.д. Амплитуды A и B являются медленно меняющимися функциями времени и координат, удовлетворяющими уравнениям

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial x} \right) A + \frac{\omega_k''}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} A + \alpha |A|^2 A + \beta |B|^2 A + \gamma q^2 E_2^2 A + \delta q^2 E_2^2 B = 0, \quad (29)$$

$$i \left(\frac{\partial}{\partial t} - v_g \frac{\partial}{\partial x} \right) B + \frac{\omega_k''}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} B + \alpha |B|^2 B + \beta |A|^2 B + \gamma q^2 E_2^2 B + \delta q^2 E_2^2 A = 0, \quad (30)$$

где

$$\alpha = \frac{\nu^2 (J + \mu/q)^2}{2Jg_1 Z_1^0 a^2 k^2 \omega (1 + (\omega^2 - \nu^2)(\omega^2 - V^2 k^2)^{-1})},$$

$$\beta = -2 \frac{(J + \mu/q)\mu/q}{\omega (1 + (\omega^2 - \nu^2)(\omega^2 - V^2 k^2)^{-1})},$$

$$\gamma = \frac{(J - Ja^2 k^2 - \mu/q)(J + \mu/q)}{\omega (1 + (\omega^2 - \nu^2)(\omega^2 - V^2 k^2)^{-1})}, \quad \delta = -\beta$$

в сегнетофазе и

$$\alpha = -\frac{(J + \mu/q)\mu/q}{4\omega (1 + (\omega^2 - \nu^2)(\omega^2 - V^2 k^2)^{-1})},$$

$$\beta = 2\alpha, \quad \gamma = 2\alpha, \quad \delta = \alpha$$

в парафазе.

Начальными условиями для амплитуд являются

$$B(x, 0) = 0, \tag{31}$$

$$A(x, 0) = \frac{\chi E_1}{2\mu n} \Phi_1(x - v_g \tau + v_g \Delta t_1 / 2) e^{i\omega \tau}. \tag{32}$$

Условие (31) очевидно, так как колебания такой природы в предшествующем режиме отсутствовали.

Уравнения (29) и (30) сложны для непосредственного решения. Однако то обстоятельство, что длительность импульса СВЧ-поля весьма мала, позволяет сделать некоторые упрощения. Так, в уравнении (30) несущественными являются слагаемые $\omega_k'' B'' / 2$ и $\alpha |B|^2 B$. Первое отвечает за расползание волнового пакета с амплитудой B . Оно начинает сказываться на временах, много больших, чем длительность импульса [8]. Второе слагаемое в силу (31) много меньше остальных членов уравнения (30). Пренебрежем также изменением профиля прямой волны в процессе взаимодействия с однородным полем и будем считать $A(x, t)$ заданной функцией времени и координат. В этом случае решением (30) будет служить

$$B(x, t^*) = i \frac{\chi \delta q^2 \Delta t_1 E_1 E_2^2}{2\mu n} \Phi_4(x - v_g \tau + v_g \Delta t_1 / 2, t^*), \tag{33}$$

$$\begin{aligned} \Phi_4(x, t) = & \frac{1}{v_g \Delta t_1} \exp \left\{ -\frac{i}{2v_g} \int_{x-v_g t}^{x+v_g t} \left(\beta \frac{\chi^2 E_1^2}{\mu^2 n^2} \Phi_1^2(\xi) \right. \right. \\ & \left. \left. + \gamma q^2 E_2^2 \right) d\xi \right\} \int_{x-v_g t}^{x+v_g t} \Phi_1(\xi) \exp \left\{ \frac{i}{2v_g} \right. \\ & \left. \times \int_{\xi-v_g t}^{\xi+v_g t} \left(\beta \frac{\chi^2 E_1^2}{\mu^2 n^2} \Phi_1^2(\eta) + \gamma q^2 E_2^2 \right) d\eta \right\} d\xi. \tag{34} \end{aligned}$$

В режиме R_3 из-за наличия однородного СВЧ-поля ($E_2 \neq 0$), колебания с амплитудами A и B оказываются связанными, что следует из системы уравнений (29), (30). В режиме R_4 из-за условия $E_2 = 0$ эти колебания являются независимыми.

Волновый пакет, пропорциональный $\exp(-i\eta)$, соответствует колебаниям,двигающимся в обратном направлении, которые в конечном итоге определяют эхо-отклик. Остановимся на формировании эхо-отклика. Из решения (33) получаем, что к началу R_4 амплитуда $B(x, t^*)$ имеет величину

$$B(x, \Delta t_2) = i \frac{\chi \delta q^2 \Delta t_1 E_1 E_2^2}{2\mu n} \Phi_4(x - v_g \tau + v_g \Delta t_1 / 2, \Delta t_2), \tag{35}$$

где Δt_2 — длительность второго импульса. Та часть решения, которая в R_4 описывает распространение обратной волны, имеет вид

$$\begin{aligned} Z_3(x, t^* - \Delta t_2) = & B(x + v_g(t^* - \Delta t_2), \Delta t_2) \\ & \times e^{-i[\omega(t^* - \Delta t_2) + kx]} + \text{с.с.} \tag{36} \end{aligned}$$

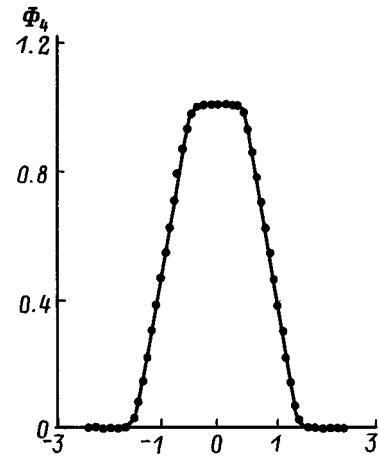


Рис. 4. Огибающая Φ_4 амплитуды эхо-отклика при Φ_1 , определенной формулой (27). По оси абсцисс отложена величина $x/v_g \Delta t_1$.

или

$$\begin{aligned} Z_3(x, t) = & i \frac{\chi \delta q^2 \Delta t_1 E_1 E_2^2}{2\mu n} \Phi_4 \left(x + v_g [t - 2\tau + \Delta t_1 / 2 \right. \\ & \left. - \Delta t_2], \Delta t_2 \right) e^{-i[\omega(t-2\tau) + kx]} + \text{с.с.} \tag{37} \end{aligned}$$

Явная форма огибающих эхо-сигнала получается посредством интегрирования выражения (34). На рис. 4 представлена форма огибающей ЭАЭ в случае, когда огибающая первого импульса задается функцией (27).

4. Параметры эхо-отклика

Рассматриваемый здесь механизм формирования эха складывается из двух этапов. Первый — это возбуждение цуга электроакустических волн первым СВЧ-импульсом, второй — отщепление от этого цуга вторым СВЧ-импульсом части, распространяющейся в обратном направлении. Интересной особенностью теории является отсутствие необходимости усреднения решений уравнений движения вблизи $t = 2\tau$ по каким-либо параметрам, как это имеет место, например, в случае спинового эха [9], где для получения формы эхо-отклика необходимо провести такое усреднение по разбросу локальных магнитных полей.

В соответствии с хорошо известными опытными фактами для данной экспериментальной схемы [10] амплитуда ($\omega, 2\omega$)-эха пропорциональна первой степени амплитуд возбуждающих импульсов, а его частота соответствует частоте первого импульса. Форма огибающей колебаний дается функцией $\Phi_3(v_g [t - 2\tau])$, изображенной на рис. 2. Она представляет собой трапецию с нижним основанием, равным $\Delta t_1 + 2\Delta t_2$, и верхним основанием $|\Delta t_1 - 2\Delta t_2|$, а высота ее равна $\Delta t_2 / \Delta t_1$, если $\Delta t_1 > 2\Delta t_2$, и единице, если $\Delta t_1 < 2\Delta t_2$. Таким образом, в зависимости от соотношения длительностей

первого и второго импульсов, амплитуда эхо-отклика будет пропорциональна либо Δt_1 , либо Δt_2 .

Что касается (ω, ω) -эха, то его огибающая Φ_4 имеет параметры, аналогичные параметрам Φ_3 . Эхо-отклик также наблюдается на частоте ω , а его амплитуда следующим образом определяется параметрами возбуждающих импульсов:

$$E_{\text{echo}} \propto E_1 E_2^2 \Delta t_i, \quad (38)$$

$i = 1$, если $\Delta t_1 < 2\Delta t_2$, и $i = 2$, если $\Delta t_1 > 2\Delta t_2$. Фаза $(\omega, 2\omega)$ -эха по сравнению с фазой возбуждающего импульса оказывается сдвинутой на π , а (ω, ω) -эхо — на $\pi/2$.

Отметим, что в отсутствие постоянного электрического поля E_0 эхо-отклик в парафазе ($Z_3^0 = 0$) сегнетоэлектрика отсутствует. Этот факт имеет место при обоих типах возбуждения.

Интерес представляет отношение амплитуд сигналов эха при (ω, ω) - и $(\omega, 2\omega)$ -возбуждениях

$$\frac{E_{(\omega, \omega)}}{E_{(\omega, 2\omega)}} = \alpha E_2,$$

причем коэффициент пропорциональности α в выражении (39) не зависит от длительностей импульсов и интеграла между ними, имеет слабую зависимость от частоты внешнего поля и определяется только параметрами сегнетоэлектрика.

Полученные результаты хорошо укладываются в рамки известных экспериментальных фактов об амплитудной и частотной зависимости эхо-сигналов и достаточно наглядно представляют общую картину ЭАЭ. При этом мы осознаем, что при получении этих результатов было сделано несколько приближений, главным из которых является удержание только первых членов в уравнениях на амплитуды, что привело к пренебрежению изменениями формы огибающей распространяющегося волнового пакета.

Интересной особенностью нашего подхода является то, что в гамильтониане (1) содержатся только квадратичные по динамическим переменным и внешним полям слагаемые. В то же время для получения эхо-откликов в сегнетоэлектриках типа смещения необходимо, чтобы свободная энергия содержала динамические переменные в степенях выше второй [6,11]. Это обстоятельство теории связано с квантово-механическим подходом к получению уравнений движения и, в частности, с правилами коммутации (3).

Следует отметить интересный факт: при разной природе сегнетоэлектриков типа смещения и типа порядок–беспорядок, выражающейся в принципиально разном языке и форме описания их свойств, зависимость амплитуды эхо-отклика от амплитуд первого и второго импульсов носит одинаковый характер.

Анализируя процесс расчета, можно предположить, что сходный результат можно получить и в случае, когда первый импульс имеет частоту 2ω , а второй —

ω . Однако более детальное рассмотрение показывает, что знак волнового вектора в этой схеме не меняется и, следовательно, обратной волны не возникает.

Список литературы

- [1] Р. Блинц, Б. Жекш. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Динамика решетки. Мир, М. (1970). 398 с.
- [2] М. Лайнс, А. Гласс. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. Мир. М. (1977). 736 с.
- [3] А.Р. Кессель, С.С. Лапушкин. ФТТ **36**, 11, 3315 (1994).
- [4] С.Н. Попов, Н.Н. Крайник. ФТТ **12**, 10, 3022 (1970).
- [5] А.Р. Кессель, И.А. Сафин, А.М. Гольдман. ФТТ **12**, 10, 3070 (1970).
- [6] A. Billman, Ch. Frenois, J. Joffrin, A. Levelut, S. Ziolkiewicz. J. de Phys. **34**, 5–6, 453 (1973).
- [7] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Главиздат, М. (1953). 679 с.
- [8] М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков. Теория волн. Наука, М. (1979). 384 с.
- [9] E.L. Hahn. Phys. Rev. **80**, 4, 580 (1950).
- [10] У.Х. Копвиллем, Б.П. Смоляков, Р.З. Шарипов. Письма в ЖЭТФ **13**, 558 (1971).
- [11] А.И. Валидов, Б.П. Смоляков, С.Л. Царевский. ЖЭТФ **99**, 4, 1302 (1991).