

# Ядерные релаксации, обусловленные находящимися в двухуровневых системах парамагнитными примесями

© Л.Л. Буишвили, Т.Л. Буишвили, Л.Ж. Захаров, Р.Л. Лепсверидзе, Г.Л. Топчишвили

Институт физики академии наук Грузии,  
380077 Тбилиси, Грузия

(Поступила в Редакцию 23 января 1997 г.)

Проведено сравнение скоростей двух типов ядерной спин-решеточной релаксации. Изучена также поперечная релаксация ядерных спинов, взаимодействующих с парамагнитными центрами, в предположении, что парамагнитные центры образуют туннельные двухуровневые системы. Рассчитана скорость поперечной релаксации и показано, что при определенных температурах скорость поперечной релаксации определяется двухуровневыми системами.

В последнее время интенсивно изучаются физические свойства неупорядоченных систем при низких температурах ( $T \leq 1$  К). Оказалось, что при указанных температурах в определении физических свойств таких систем существенную роль играют туннельные двухуровневые системы (ДУС) [1,2]. Основной особенностью этих систем является то, что их плотность состояний слабо зависит от энергии и остается практически постоянной величиной.

Одним из результативных методов изучения структуры твердого тела является исследование спектров ядерного магнитного резонанса и ядерной релаксации. В работе [3] изучалось влияние туннельных ДУС на ядерную спин-решеточную релаксацию, обусловленную парамагнитными примесями. Поскольку парамагнитные примеси нарушают порядок решетки, этого достаточно для реализации ДУС [4]. Таким образом, часть парамагнитных примесей может оказаться в ДУС. В этом случае за счет туннелирования парамагнитных центров (ПЦ) (находящихся в ДУС) между двумя положениями равновесия происходит изменение расстояния между ПЦ и ядром и возникает модуляция диполь-дипольного взаимодействия между ПЦ и ядром, которая в свою очередь вызывает релаксацию ядерных спинов. Такой тип релаксации называется релаксацией первого типа [5].

Было показано, что при низких температурах ( $T \leq 1$  К) скорость продольной релаксации, обусловленная туннельными ДУС, при разумных концентрациях такова, что этот механизм может преобладать над другими механизмами релаксации. Но кроме релаксации первого типа существует и релаксация второго типа, когда релаксация ядерных спинов обусловлена флуктуациями электронных магнитных моментов (вызванная взаимодействием этих моментов с ДУС). В этом случае расстояние между ПЦ и ядром не изменяется. Конкретный механизм релаксации электронных спинов, обусловленный ДУС, приведен в работе [6]. Мы вычислим ядерную релаксацию второго типа, обусловленную ДУС, и определим условия, при которых она преобладает над релаксацией первого типа.

Интересно также изучать поперечную ядерную релаксацию, обусловленную ДУС. Действительно, в случае когда непосредственное взаимодействие между ядерными спинами слабое (например, из-за большого расстояния между ними или из-за малого значения ядерных магнитных моментов), поперечная релаксация будет определяться взаимодействием между ядерными спинами и ПЦ.

Далее показано, что в определенном интервале температур скорость поперечной релаксации, обусловленная наличием ДУС, имеет температурную зависимость, аналогичную наблюдаемой на опыте [7].

## 1. Ядерная релаксация второго типа обусловленная двухуровневыми системами

Рассмотрим систему, состоящую из ядерных спинов и парамагнитных примесей. Для простоты допустим, что парамагнитные примеси образуют туннельные ДУС и что между ПЦ и ДУС имеется взаимодействие следующего типа:

$$H_{SL} = \sum A_m \left[ S_n^z L_n^z + \frac{1}{2} (S_n^+ L_n^- + S_n^- L_n^+) \right],$$

где  $S_n$  — спин электрона,  $L_n$  — псевдоспин, описывающий ДУС,  $A_m$  — константа взаимодействия ДУС и электрона.

Гамильтониан системы имеет вид

$$H = -\hbar\omega_I \sum_i I_i^z + \hbar\omega_S \sum_j S_j^z + \sum_n \varepsilon_n L_n + H_{IS} + H_{DD} + H_{SL}, \quad (1)$$

где  $\hbar\omega_I$  — зеемановская энергия ядра,  $I$  — спин ядра,  $\hbar\omega_S$  — зеемановская энергия электрона,  $\varepsilon_n$  — энергия ДУС,  $H_{IS}$  представляет собой гамильтониан диполь-дипольного взаимодействия между ПЦ и ядром, который имеет вид [5]

$$H_{IS} = \sum_{ij} \frac{A_{ij}^{\alpha\beta}}{R_{ij}^3} I_i^\alpha S_j^\beta,$$

где

$$A_{ij}^{\alpha\beta} = \gamma_I \gamma_S \hbar^2 f^{\alpha\beta}(\theta_{ij}, \varphi_{ij}),$$

$\gamma_I$  и  $\gamma_S$  — гироманнитные отношения для ядра и ПЦ соответственно,  $f^{\alpha\beta}(\theta_{ij}, \varphi_{ij})$  — известные угловые функции [5],  $R_{ij}$  — расстояние между ядром и ПЦ,  $H_{DD}$  — взаимодействие между туннельными ДУС.

Для получения выражения времени ядерной релаксации воспользуемся формулой [8]

$$\frac{1}{T_1} = \frac{\frac{1}{2} \int \langle [K(t), K] \rangle dt}{\frac{\partial}{\partial \beta} \langle H_I \rangle},$$

где  $K = \frac{i}{\hbar} [H, H_I]$ ,  $K(t) = e^{iHt/\hbar} K e^{-iHt/\hbar}$ , угловые скобки означают статическое усреднение,  $H_I$  — зеемановская энергия ядра.

Чтобы получить выражение для  $1/T_1$ , необходимо определить корреляционную функцию  $\langle S_j^+ S_j^-(t) \rangle$ . Сначала учтем только секулярную часть взаимодействия  $H_{SL}$ . Для этого воспользуемся методом, изложенным в [5]. После несложных вычислений получим

$$\langle S_j^+ S_j^-(t) \rangle \simeq \langle S_j^- S_j^+(t) \rangle = \langle S_j^- S_j^+ \rangle \exp[-t \langle (B_{ij} L_i^z / \hbar)^2 \rangle \tau_D],$$

где  $\tau_D$  — время корреляции псевдоспиновой корреляционной функции [9], которое имеет вид

$$\tau_D = \frac{1.8 \hbar (64 \pi \rho v^2)}{p N_D^2 \gamma^4 B^{-1/2}}, \quad (2)$$

$N_D$  — концентрация ДУС,  $p$  — плотность состояний ДУС,  $\gamma$  — константа связи ДУС с фононами,  $\rho$  — плотность образца,  $v$  — скорость звука в образце,  $B$  — численный множитель порядка  $10^{-2}$ .

После вычислений в приближении  $\omega_S^2 \gg \langle (B_{ij} L_i^z / \hbar)^2 \rangle \tau_D^2$  для  $\frac{1}{T_1}$  получим

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{4 \hbar^2} \sum_j | (u_{ij}^{+-} + u_{ij}^{++}) |^2 \langle S_j^- S_j^+ \rangle \frac{\langle (B_{ij} L_i^z / \hbar)^2 \rangle \tau_D}{\omega_S^2}.$$

Заменяя  $L_i^z$  на соответствующую флуктуацию и переходя от суммирования к интегрированию, получим

$$\frac{1}{T_1} = C_S \frac{\bar{p} \tau_D}{16 \hbar^4} \frac{\bar{B}^2}{\omega_S^2} \ln \left[ \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} (|\bar{A}^{++}|^2 + |\bar{A}^{+-}|^2) T k_B \right],$$

где  $\bar{A}$  — среднее значение константы взаимодействия ДУС и электронов,  $C_S$  — относительная концентрация ПЦ,  $\bar{p}$  — плотность состояния ДУС по энергии,  $k_B$  — постоянная Больцмана.

С понижением температуры в определении корреляционной функции  $\langle S_j^+ S_j^-(t) \rangle$  большую роль играет несекулярная часть взаимодействия  $H_{SL}$ , которую можно учитывать с помощью теории возмущений [5].

Для скорости релаксации получим

$$\frac{1}{T_1} = C_S \frac{\bar{p} \pi}{16 \hbar^3} \frac{\bar{B}^2}{\omega_S^2} [|\bar{A}^{++}|^2 + |\bar{A}^{+-}|^2] \times \frac{N_S}{N_I} \ln \frac{\hbar \omega_I + \sqrt{(\hbar \omega_I)^2 - \Delta_0^2}}{\Delta_0}.$$

Окончательно полная скорость релаксации второго типа для рассмотренной системы имеет вид

$$\frac{1}{T_1} = \frac{\bar{p}}{16 \hbar^3} \frac{\bar{B}^2}{\omega_S^2} [|\bar{A}^{++}|^2 + |\bar{A}^{+-}|^2] \times \left[ \frac{k_B T \tau_D}{\hbar} \ln \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} + \pi \ln \frac{\hbar \omega_I + \sqrt{(\hbar \omega_I)^2 - \Delta_0^2}}{\Delta_0} \right]. \quad (3)$$

Таким образом, скорость релаксации состоит из двух частей, первая из которых пропорциональна температуре, а другая постоянна. Из (3) следует, что при температуре

$$T \sim \frac{\hbar \pi}{\tau_D k_B} \ln \frac{\hbar \omega_I + \sqrt{(\hbar \omega_I)^2 - \Delta_0^2}}{\Delta_0} \ln^{-1} \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0}$$

происходит переход от пропорциональной от температуры зависимости к отсутствию зависимости от температуры.

Если для  $\tau_D$  принять оценку  $\tau_D \sim 10^{-9}$  s [9] и

$$\ln \frac{\hbar \omega_I + \sqrt{(\hbar \omega_I)^2 - \Delta_0^2}}{\Delta_0} \ln^{-1} \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} \sim 10^{-1},$$

то для температуры перехода получаем  $T \sim 10^{-3}$  К.

Сравним скорость релаксации второго типа со скоростью релаксации первого типа [3] для одной и той же системы. Сравнение этих скоростей релаксации для случая  $\omega_I \tau < 1$  дает

$$\frac{T^{(2)}}{T^{(1)}} = \frac{144 d^2}{r_0^2} \left[ \frac{\hbar \omega_S}{\bar{B}} \right] \frac{\frac{1}{8} k_B T \tau_D \ln \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} + \frac{\pi \hbar}{32}}{k_B T \tau_D \ln \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} + \pi \hbar \ln \frac{\hbar \omega_I + \sqrt{(\hbar \omega_I)^2 - \Delta_0^2}}{\Delta_0}}, \quad (4)$$

где  $d$  — расстояние между двумя положениями равновесия в ДУС,  $r_0$  — среднее расстояние между ядром и ПЦ. При относительной концентрации ПЦ порядка  $10^{-3}$  среднее расстояние между ядром и ПЦ составляет величину порядка  $10 \text{ \AA}$ , расстояние между двумя положениями равновесия в ДУС  $d \sim 10^{-1} \text{ \AA}$ , поэтому  $144 d^2 / r_0^2 \sim 10^{-2}$ . С учетом сказанного из (4) видно, что в случае сильных магнитных полей  $\hbar \omega_S > 10 \bar{B}$  скорость релаксации первого типа преобладает над скоростью релаксации второго типа.

## 2. Поперечная ядерная релаксация, обусловленная двухуровневыми системами

Рассмотрим ядерную поперечную релаксацию, обусловленную эффективным взаимодействием между ядерными спинами, ПЦ и ДУС.

Статическая часть взаимодействия ядерных спинов и ПЦ вносит вклад в неоднородную ширину линии ЯМР, поэтому эту часть взаимодействия мы не будем рассматривать.

Спиновой гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид (1).

Учитывая тот факт, что ПЦ находятся в ДУС, представим расстояние между ядром и ПЦ в виде

$$R_{ij} = |\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{d}L_i^z| = (r_{ij}^2 + d^2 + 2r_{ij}dL_i^z \cos(\alpha_i)),$$

где  $\alpha_i$  — угол между векторами  $\mathbf{r}_{ij}$  и  $\mathbf{d}$ ,  $|\mathbf{d}|$  — расстояние между двумя положениями равновесия в ДУС,  $r_{ij}$  — расстояние между ПЦ и центром ДУС; кроме того,  $|\mathbf{d}| \ll r_{ij}$ .

С учетом сказанного в первом порядке по  $|\mathbf{d}|/r_{ij}$  для взаимодействия между ПЦ, образующими ДУС, и ядрами в диагональном по состояниям ДУС представлении получим

$$H_{IS}^D = -3d \sum_{ij} \frac{A_{ij}^{\alpha\beta}}{r_{ij}^3} \cos(\alpha_i) \times \left\{ L_i^z \frac{\sqrt{\varepsilon_i^2 - \Delta_{0i}^2}}{\varepsilon_i} + \frac{\Delta_{0i}}{2\varepsilon_i} (L_i^+ + L_i^-) \right\} I_i^\alpha S_j^\beta. \quad (5)$$

Статическую часть этого взаимодействия мы не рассматриваем. Поэтому в этом гамильтониане вместо  $L_i^z$  подразумеваем его флуктуацию.

Для скорости поперечной релаксации  $1/T_2$ , обусловленной гамильтонианом  $H_{IS}^D$ , получим выражение

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{4\langle I_x^2 \rangle} \int (\langle \tilde{K}_x \tilde{K}_x(t) \rangle + \langle \tilde{K}_x(t) \tilde{K}_x \rangle) dt, \quad (6)$$

где

$$\tilde{K}_x = \frac{1}{i\hbar} [I_x, UH_{IS}^D U^{-1}], \quad U = \exp \left[ i \sum_m \omega_I I_m^z t \right],$$

$$I_x^z = \sum_m I_m^z.$$

Для величины  $\tilde{K}_x$  имеем

$$\begin{aligned} \tilde{K}_x = & -\frac{3i}{2}d \sum_{ij} \frac{\cos(\alpha_i)}{r_{ij}^4} \left\{ L_i^z \frac{\sqrt{\varepsilon_i^2 - \Delta_{0i}^2}}{\varepsilon_i} \right. \\ & + \left. \frac{\Delta_{0i}}{2\varepsilon_i} (L_i^+ + L_i^-) \right\} \left\{ A_{ij}^{zz} (I_i^+ - I_i^-) S_j^z \right. \\ & + 2A_{ij}^{+-} I_i^z (S_j^- a - S_j^+ a^+) + A_{ij}^{z+} (I_i^+ - I_i^-) S_j^+ \\ & + 2aA_{ij}^{z+} I_i^z S_j^z + A_{ij}^{z-} (I_i^+ - I_i^-) S_j^- - 2a^+ A_{ij}^{z-} I_i^z S_j^z \\ & \left. + 2aA_{ij}^{++} I_i^z S_j^+ - 2a^+ A_{ij}^{--} I_i^z S_j^- \right\}. \end{aligned}$$

Операторы  $a$ ,  $a^+$  и  $a(t)$ ,  $a^+(t)$  (в гейзенберговском представлении) определены следующим образом:

$$\langle aa^+(t) \rangle = \langle a^+ a(t) \rangle = \cos \omega_I t,$$

$$\langle aa(t) \rangle = \langle a^+ a^+(t) \rangle = 0.$$

При вычислении  $1/T_2$  учтем, что время корреляции корреляционной функции  $\langle L_i^z L_i^z(t) \rangle$  при больших концентрациях ДУС определяется взаимодействием между ДУС  $H_{DD}$  и дается выражением (2).

Окончательно для скорости поперечной релаксации с помощью выражения (6) в приближении  $\varepsilon_0 < k_B T$  ( $\varepsilon_0$  — минимальная энергия ДУС),  $\omega_I, \omega_S > \Delta_0$ ,  $\omega_I \tau_D < 1$ ,  $\omega_S \tau_D < 1$ ,  $\omega_S \tau_D \gg 1$ , получим

$$\frac{1}{T_2} = \frac{p\pi}{\hbar} C_S \left( \frac{d}{r_0} \right)^2 \left( \frac{\gamma_I \gamma_S \hbar^2}{r_0^3} \right)^2 \times \left\{ 1 + 10 \left( 1 - \text{th}^2 \frac{\hbar \omega_S}{2T k_B} \right) + \frac{k_B \tau_D T}{\hbar \pi} \ln \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} \right\}, \quad (7)$$

где  $C_S$  — относительная концентрация ПЦ,  $r_0$  — среднее расстояние между атомами,  $p$  — плотность состояний по энергии,  $\varepsilon_{\max}$  — максимальное значение энергии ДУС.

В пределе  $T \ll \hbar \omega_S$  из (7) получим

$$\frac{1}{T_2} = \frac{p\pi}{\hbar} C_S \left( \frac{d}{r_0} \right)^2 \left( \frac{\gamma_I \gamma_S \hbar^2}{r_0^3} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{k_B \tau_D T}{\hbar \pi} \ln \frac{\varepsilon_{\max}}{e \Delta_0} \right\}. \quad (8)$$

Как видно из (8), в выражении для скорости поперечной релаксации имеются два члена: один — постоянный, другой — пропорциональный температуре. При  $\tau_D \sim 10^{-9}$  с и  $T \sim 1$  К преобладающим будет второй член.

В работе [7] были исследованы релаксации  $\text{Pr}^{141}$  в двухфазном соединении  $\text{Pr}_{1.85}\text{Ce}_{0.15}\text{CuO}_{4-y}$ . В отмеченной работе температурная зависимость ядерной поперечной релаксации аналогична полученной нами температурной зависимости в (7) и (9). Поэтому предполагаем, что поперечная релаксация  $\text{Pr}^{141}$  может быть обусловлена ДУС.

В заключение заметим, что проведение исследований описанных в настоящей публикации, стало возможным во многом благодаря гранту N МХК000, полученному от Международного научного фонда.

## Список литературы

- [1] Дж. Блэк. В кн.: Металлические стекла / Под ред. Г. Гюнтеродта, Г. Бека. Мир, М. (1983). 245 с.
- [2] Б.П. Смоляков, Е.П. Хаймович. УФН **136**, 2, 317 (1982).
- [3] L.L. Buishvili, L.Zh. Zakharov, A.I. Tugushi, N.P. Fokina. Physica **B 168**, 205 (1991).
- [4] W.A. Phillips. J. Non-Cryst. Sol. **31**, 267 (1978).
- [5] А. Абрагам. Ядерный магнетизм. ИЛ. М. (1963). 551 с.
- [6] T. Room. Paramagnetic  $\text{H}^{2-}$  and  $\text{F}^+$  centers in CaO crystals: spectra, relaxation and recombination luminescence. Thesis for degree of PhD in Physics. Tallin (1993).
- [7] О.Н. Бахарев, А.Г. Володин, А.В. Дутлав, А.В. Егоров, М.В. Еремин, А.Ю. Завидонов, О.В. Лавизина, М.С. Тагиров, М.А. Теплов. ЖЭТФ **101**, 2, 693 (1992).
- [8] И.В. Александров. Теория магнитной релаксации. Наука, М. (1969).
- [9] I. Szeftel, H. Alloul. J. Non-Cryst. Sol. **29**, 253 (1978).