О возможности распространения электромагнитного солитона в двумерной сверхрешетке

© С.В. Крючков, А.И. Шаповалов

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия

(Поступила в Редакцию 28 октября 1996 г.
В окончательной редакции 18 февраля 1997 г.)

Рассматривается двумерная электронная структура в системе с периодическим потенциалом — двумерная сверхрешетка (ДСР). Получено уравнение, описывающее распространение электромагнитной (ЭМ) волны в ДСР. Показано, что в ДСР возможно распространение ЭМ-солитона, который может обнаружить себя в эксперименте, индуцируя импульсный ток увлечения. Рассмотрено также влияние эллиптически поляризованной (заданной) ЭМ-волны на форму солитона. Показано, что при определенных условиях возможно усиление уединенной волны.

1. В последнее время в физике твердого тела появились новые объекты, содержащие двумерный электронный газ в системе с периодическим потенциалом. В работе [1] сообщается о создании такой двумерной сверхрешетки (ДСР) при помощи электронно-лучевой литографии и реактивного ионного травления и изучения ее микроволновой фотопроводимости в магнитном поле. В [2] изучены шубниковские осцилляции двумерных электронов, находящихся в двумерном периодическом потенциале с периодом $d = 0.24\,\mu$m. В [3] предложен метод получения двумерных электронных систем на основе GaAlAs/GaAs, энергетический спектр которых может с хорошей степенью точности описываться в рамках приближения сильной связи. Там же теоретически исследованы оптические свойства подобной структуры.

С другой стороны, достижения лазерной физики в области формирования ультракоротких импульсов света с длительностью, не превышающей одного периода колебаний поля, привлекли внимание исследователей к проблеме распространения оптических солитонов в твердых телах. В этой связи в настоящей работе исследована возможность распространения в ДСР уединенной электромагнитной (ЭМ) волны. Кроме того, рассмотрено влияние однородного высокочастотного (ВЧ) электромагнитного поля на форму ЭМ-солитона.

2. Предположим, что энергетический спектр поверхностных электронов $\varepsilon(\mathbf{p})$ аппроксимируется выражением, отвечающим приближению сильной связи,

$$\varepsilon(p_x, p_y) = \frac{\Delta}{2}\left[1 - \cos(p_x d)\cos(p_y d)\right], \qquad (1)$$

где $\hbar = 1$, Δ — ширина зоны проводимости, d — период ДСР.

Распространение ЭМ-волны в твердом теле определяется волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} = 4\pi \frac{\partial j_x}{dt}, \qquad (2)$$

где $\mathbf{E}$ — напряженность электрического поля волны, $\mathbf{j}$ — плотность тока. Пусть характерная длина, на которой происходит изменение ЭМ-поля, велика по сравнению с де-бройлевской длиной волны электрона и периодом ДСР, а характерное время изменения поля мало по сравнению со временем свободного пробега электрона. В этом случае плотность тока $\mathbf{j}$ с учетом влияния внешнего электрического поля примет вид

$$j_x = 2e\frac{n_s}{a}\sum_{\mathbf{p}} v_x\left(p_x + \frac{\varphi_x}{d}, p_y + \frac{\varphi_y}{d}\right) f(\mathbf{p}), \qquad (3)$$

$$v_x(p_x, p_y) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} = \frac{\Delta d}{2}\sin(p_x d)\cos(p_y d), \qquad (4)$$

где n_s — поверхностная плотность электронов, $\boldsymbol{\varphi} = ed\int\limits_{-\infty}^{t}[\mathbf{E}(t) + \mathbf{E}_1(t)]dt$, $\mathbf{E}(E, 0, 0)$, $\mathbf{E}_1(E_{1x}, E_{1y}, 0)$ (здесь $\mathbf{E}_1$ — напряженность внешнего заданного поля), a — толщина поверхностного слоя, в котором сосредоточен двумерный электронный газ (по порядку величины a совпадает с глубиной плазмохимического травления слоя GaAs [2]). Предполагая электронный газ невырожденным, запишем функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{p}) = C\exp\left(-\frac{\varepsilon(p_x, p_y)}{kT}\right), \qquad (5)$$

где C — коэффициент нормировки. Подставляя (4), (5) в (3), получим следующее выражение для плотности тока:

$$j_x = \frac{e\Delta d n_s}{a}F(\Delta/kT)\sin\varphi_x\cos\varphi_y, \qquad (6)$$

где

$$F(\Delta/kT) = \frac{I_1(\Delta/4kT)}{I_0(\Delta/4kT)},$$

I_k — модифицированная функция Бесселя, T — температура. Отметим, что выбор статистики, которой подчиняется электронный газ, не является принципиальным. Отказ от предположения о невырожденности электронного газа изменит только функциональный вид $F(\Delta/kT)$.

Таким образом, уравнение ЭМ-волны в ДСР имеет вид

$$\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial y^2} + \omega_0^2\sin\varphi_x\cos\varphi_y = 0, \qquad (7)$$

где

$$\omega_0 = 2e\left[\frac{\pi a^2 \Delta n_s}{a} F(\Delta/4kT)\right]^{1/2} \text{ —}$$

обобщенная плазменная частота электронов в мини-зоне. Заметим, что в отсутствие внешнего поля ($\varphi_y = 0$) уравнение (7) принимает вид хорошо известного уравнения sine-Gordon, которое в качестве одного из частных решений имеет решение в виде уединенного 2π-импульса (солитона)

$$\varphi = 4\,\mathrm{arctg}\{\exp(\xi/L)\}. \tag{8}$$

Здесь $\xi = y - ut$, $L = (c/\omega_0)(1-\beta^2)^{1/2}$, $\beta = u/c$, $\beta < 1$.

Солитон распространяется вдоль оси Oy. Напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ направлена вдоль оси Ox и по величине равна

$$E = E_0\,\mathrm{sech}(\xi L^{-1}), \quad E_0 = 2u(edL)^{-1}. \tag{9}$$

Напряженность магнитного поля H ориентирована перпендикулярно поверхности (ось Oz): $H = h_0\,\mathrm{sech}(\xi/L)$, $H_0 = (c/u)E_0$.

3. Одним из возможных проявлений факта существования солитонов в ДСР может оказаться эффект увлечения электронов солитонами, т. е. эффект возникновения электрического тока в направлении распространения солитона. Данный эффект для одномерной сверхрешетки теоретически изучен в [4]. По своей природе эффект увлечения схож со светоэлектрическим эффектом и объясняется как результат действия силы Лоренца, возникающей при движении электрона в переменных электрическом и магнитном полях солитона. Проведя рассуждения, аналогичные [4], получим для плотности тока увлечения j_y следующее выражение:

$$j_y = \frac{en_s\Delta^2 d^2}{2ua} F(\Delta/kT)\,\mathrm{sech}^2\frac{y-ut}{L}. \tag{10}$$

Видно, что ток увлечения носит импульсный характер с длительностью одного импульса порядка L/u, что оценивается численно как 10^{-14} s. В данной ситуации наблюдаемой величиной является заряд q, переносимый одним солитоном через единицу площади поперечного сечения образца:

$$q = \frac{en_s\Delta^2 d^2 L}{2u^2 a} F(\Delta/kT). \tag{11}$$

При концентрации $n_s = 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$, $a = 100\,\text{Å}$, $d = 10^{-5}\,\mathrm{cm}$, $\Delta = 10^{-2}\,\mathrm{eV}$ (численные значения параметров n_s, a и d взяты из [2], Δ из [3]), $u = 10^{10}\,\mathrm{cm/s}$, $L = 10^{-4}\,\mathrm{cm}$, значение E_0 из (9) равно $E_0 \approx 10^4\,\mathrm{V/cm}$. При этом $q \approx 10^{-10}\,\mathrm{c/cm^2}$, что представляется вполне возможным для экспериментального обнаружения.

4. Поместим исследуемую ДСР во внешнее однородное ВЧ-поле, которое будем считать эллиптически поляризованным. Учет такого поля на форму солитона можно произвести, сделав в (7) замену

$$\left.\begin{aligned} \varphi_x &\to \varphi_x + \alpha_x \sin(\omega_1 t) \\ \varphi_y &\to \alpha_y \cos(\omega_1 t) \end{aligned}\right\}, \quad \boldsymbol{\alpha} = \frac{e\mathbf{E}_{10} d}{\omega_1}, \tag{12}$$

$\mathbf{E}_{10}$, ω_1 — амплитуда и частота ВЧ-поля соответственно; предполагается, что $\omega_1 \gg \omega_0$. После подстановки (12) в (7) и усреднения по "быстрому" периоду $T_1 = 2\pi/\omega_1$ получим следующее уравнение, описывающее распространение ЭМ-волны с учетом влияния поля накачки

$$\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\varphi_x}{\partial y^2} + \omega_0^2 J_0(\alpha)\sin\varphi_x = 0, \tag{13}$$

J_0 — функция Бесселя, $\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$. Если параметры внешнего поля такие, что $J_0(\alpha) > 0$, то решение полученного уравнения сводится к солитонному решению (8) перенормировкой

$$\omega_0 \to \omega_0 J_0(\alpha).$$

Как следует из (8) и (9), параметры солитона L и E_0 при этом будут осциллировать с изменением α. Если же поле накачки таково, что $J_0(\alpha) < 0$, то возможно автомодельное решение уравнения (13) [5], отвечающее усилению ЭМ-импульса, распространяющегося через сверхрешетку. Физическая причина такого усиления аналогична известному из физики лазеров механизму усиления света в инвертированной среде. Поскольку средняя энергия электронов $\bar{\varepsilon}$, усредненная как по периоду T_1, так и по каноническому ансамблю, в ВЧ-поле (при условии $J_0(\alpha) < 0$) больше чем $\Delta/2$, налицо сильное перераспределение электронного газа в мини-зоне, и такая среда электронов оказывается инвертированной. Напряженность поля импульса имеет при этом вид

$$E(y,t) = \frac{2\omega_0^2}{edc} yF\left(\frac{2\omega_0^2|J_0(\alpha)|y}{c}\left(t - \frac{y}{c}\right)\right), \tag{14}$$

где $F(x)$ — знакопеременная осциллирующая функция типа волнового пакета, не равная нулю в окрестности точки $x = 0$.

При распространении импульса (14) его "частота" $\omega(y) = 2\omega_0^2 \times |J_0(\alpha)|(y/c)$ сдвигается в голубую область спектра, причем число фотонов в импульсе при его усилении не меняется. Отметим также осцилляционную зависимость "частоты" $\omega(y)$ от напряженности поля накачки.

5. Увеличение частоты поля $\omega(y)$ будет приводить к эффективному примешиванию соседних мини-зон, поглощение на которых должно препятствовать когерентному усилению импульса. Таким образом, критерием применимости развиваемых здесь рассуждений является условие $\omega(y) \ll \varepsilon_g$ (ε_g — ширина энергетической щели). Следовательно, длина пути l, на котором возможно когерентное усиление импульса, должна быть меньше критического значения $y_{\max}$, равного

$$y_{\max} = \frac{\varepsilon_g c}{\omega_0^2}. \tag{15}$$

При $\varepsilon_g \approx 1\,\mathrm{eV}$ и других численных значениях параметров, использованных для оценки q из (11), находим ($\omega_0 \approx 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$) $l \approx 10^{-2}\,\mathrm{cm}$. На прохождение этого расстояния ЭМ-импульсу потребуется время $\Delta t \approx 10^{-12}\,\mathrm{s}$.

Обсудим кратко возможность экспериментального наблюдения описанных выше эффектов. Во-первых, применяемое в расчетах бесстолкновительное приближение справедливо при выполнении условия $\nu\Delta t \ll 1$ (ν — частота столкновений электронов). Таким образом, довольно жесткое условие $\nu \ll 10^{12}\,\mathrm{s}^{-1}$ может быть, по-видимому, выполнено при низких T. Так, например, эксперименты [1,2] проводились при $1.3-4.2\,\mathrm{K}$; подвижность двумерных электронов при этом достигала значений $\mu \simeq (2-5)\cdot 10^5\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}$. Во-вторых, для того чтобы сформировать внешним источником в полупроводниковой сверхструктуре импульс заданной формы, необходимо, чтобы падающий импульс имел такую же временну́ю форму. Однако предельно короткий, падающий из вакуума импульс должен быть биполярным и содержать в себе по крайней мере две полуволны [6] в отличие от монополярного солитона (9). Последнее следует из того факта, что реальная ЭМ-волна имеет конечное поперечное сечение и в вакууме удовлетворяет уравнению $\operatorname{div}\mathbf{E} = 0$. Биполярный импульс можно задать, например, как суперпозицию двух разнесенных во времени на величину t_0 волн формы (9) $E(t) - E(t+t_0)$. Можно надеяться [6], что при достаточно больших значениях t_0 данный импульс будет возбуждать в образце поле, которое, распространяясь далее в среде, выйдет на солитонное решение уравнения sine-Gordon.

Список литературы

[1] А.А. Быков, Г.М. Гусев, З.Д. Квон и др. Письма в ЖЭТФ **53**, *8*, 407 (1991).

[2] Г.М. Гусев, З.Д. Квон, В.Б. Бессман и др. ФТП **26**, *3*, 539 (1992).

[3] Д. Ферри, Л. Эйкерс, Э. Гринич. Электроника ультрабольших интегральных схем. Мир, М. (1991). 327 с.

[4] Э.М. Эпштейн. ФТП **14**, *12*, 2422 (1980); С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев. ФТП **24**, *6*, 1120 (1990).

[5] Э.М. Беленов, П.Г. Крюков, А.В. Назаркин и др. Письма в ЖЭТФ **47**, *9*, 442 (1988).

[6] Э.М. Беленов, Л.Г. Гречко, А.П. Канавин. Письма в ЖЭТФ **58**, *5*, 331 (1993).