

Поляризационные эффекты при двухволновом взаимодействии в кристаллах титаната и силиката висмута

© М.П. Петров, А.В. Шамрай, В.М. Петров, И. Зоубулис*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

*Департамент физики, Национальный технический университет,
15780 Афины, Греция

(Поступила в Редакцию 3 марта 1997 г.)

Проведено исследование поляризационных эффектов при двухволновом взаимодействии в кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. Сделан необходимый теоретический анализ экспериментальных данных. Предложена новая методика определения концентрации акцепторных центров (N_A) в фоторефрактивных кристаллах. Для рассматриваемых кристаллов значения N_A , полученные с помощью данной методики, хорошо согласуются с известными данными.

Эффект двухволнового взаимодействия исследован к настоящему времени во многих фоторефрактивных кристаллах [1], не являются исключением титанат и силикат висмута ($\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$), которые принадлежат к точечной группе 23 кубической сингонии и обладают естественной оптической активностью и линейным электрооптическим эффектом. Обычно изучается "перекачка" энергии или фазы от одного из записывающих голограмму лучей в другой луч.

Очевидно, что естественная оптическая активность и наведенное двулучепреломление оказывают влияние на состояние поляризации света в рассматриваемых кристаллах. Можно предположить, что указанные явления также будут влиять и на поляризационные зависимости двухволнового взаимодействия. Такие поляризационные эффекты при двухволновом взаимодействии изучены мало, поэтому была поставлена задача исследовать поляризационные зависимости двухволнового взаимодействия.

Мы исходили из следующей модели. Состояние поляризации недифрагированного света изменяется по мере его распространения внутри кристалла, как отмечалось выше, за счет естественной оптической активности и наведенного двулучепреломления, а изменение состояния поляризации дифрагированного света имеет дополнительную составляющую, обусловленную различными условиями дифракции для различных состояний поляризации по мере распространения считывающего света внутри кристалла. Наличие указанной дополнительной составляющей может привести к видоизменению поляризационных зависимостей двухволнового взаимодействия.

Исследование таких поляризационных зависимостей позволяет получить независимые данные о физических параметрах фоторефрактивных кристаллов, что представляет большой интерес, так как сравнение значений физических параметров, полученных различными независимыми методиками, повышает достоверность измеренных величин.

Собственными типами колебаний в оптически активном кубическом однородном кристалле без дифракционной решетки и внешнего электрического поля являются плоские право- и лево-циркулярно поляризованные вол-

ны [1–4]. Именно эти типы поляризации необходимо использовать при анализе дифракции света на голограммах в рассматриваемых кристаллах [3,4].

Интерференционная картина двух пересекающихся плоских когерентных световых пучков в фоторефрактивном кристалле вызывает появление синусоидальной фазовой решетки, при этом тензор диэлектрической проницаемости кристалла записывается в виде

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_0 + \delta\hat{\varepsilon}(\mathbf{K}_g, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где \mathbf{K}_g — волновой вектор решетки, а $\delta\hat{\varepsilon}$ характеризует ее амплитуду. На указанной решетке могут наблюдаться четыре различных типа дифракции [3], соответствующие различным комбинациям циркулярно поляризованных считывающей и восстановленной плоских световых волн: 1) считывающая право-циркулярно поляризованная и восстановленная право-циркулярно поляризованная; 2) считывающая право-циркулярно поляризованная и восстановленная лево-циркулярно поляризованная; 3) считывающая лево-циркулярно поляризованная и восстановленная лево-циркулярно поляризованная; 4) считывающая лево-циркулярно поляризованная и восстановленная право-циркулярно поляризованная. В приближении заданной амплитуды считывающей волны (т.е. при малых дифракционных эффективностях решетки $\eta \ll 1$) амплитуда восстановленной волны в соответствии с теорией связанных волн описывается выражением [4]

$$S_m(d) \sim i \exp\left(-i \frac{K_m^s d}{\cos \theta_m}\right) \times \sum_{l=1}^2 R_l(0) \chi_{ml} \exp(-i\psi_{ml}) \frac{\sin \psi_{ml}}{\psi_{ml}},$$

$$\psi_{ml} = \frac{\Delta K_m d}{2 \cos \theta_m}. \quad (2)$$

Здесь m и l — индексы, обозначающие различные типы собственных световых волн, равные единице для право-циркулярно поляризованных и двойке для лево-циркулярно поляризованных волн, S_m и R_l — амплитуды

восстановленной и считывающей световой волн соответствующего типа поляризации, ΔK_{ml} — продольная компонента (вдоль направления распространения света) вектора, характеризующего отклонение от точных условий Брэгга: $\Delta \mathbf{K}_{ml} = \mathbf{K}_l^R - \mathbf{K}_m^S - \mathbf{K}_g$, \mathbf{K}_l^R , \mathbf{K}_m^S — собственные волновые векторы считывающей и восстановленной световых волн соответственно, d — толщина кристалла, θ_m — угол распространения восстановленной волны в кристалле, χ_{ml} — постоянная связи [4],

$$\chi_{ml} = \mathbf{e}_m^{S*} \cdot \delta \hat{\epsilon} \cdot \mathbf{e}^R, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_m^S , \mathbf{e}^R — единичные векторы, описывающие поляризацию собственных типов волн восстановленного и считывающего лучей соответственно. Для случая когда $\mathbf{K}_g \parallel [1\bar{1}0]$, тензор $\delta \hat{\epsilon}$ в системе координат $([1\bar{1}0], [001], [110])$ имеет вид [3,4]

$$-n^4 r_{41} |\delta \mathbf{E}| \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \exp(i\varphi), \quad (4)$$

где $\delta \mathbf{E}$ — амплитуда электрического поля дифракционной решетки, возникшая в кристалле в процессе записи голограммы, n — показатель преломления, r_{41} — линейный электрооптический коэффициент, φ — фазовый сдвиг голограммы относительно интерференционной картины.

Когда к кристаллу прикладывают внешнее электрическое поле $\mathbf{E} \parallel [1\bar{1}0]$, собственные типы колебаний становятся эллиптическими [2]

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1^{R,S} &= A_1^{R,S} \begin{pmatrix} \Delta n + \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} \\ -i \frac{G}{2n} \\ 0 \end{pmatrix} \hat{i}_{[110]}(45^\circ) \hat{i}_{[001]}(\pm \theta), \\ \mathbf{e}_2^{R,S} &= A_2^{R,S} \begin{pmatrix} -i \frac{G}{2n} \\ \Delta n + \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} \\ 0 \end{pmatrix} \hat{i}_{[110]}(45^\circ) \hat{i}_{[001]}(\pm \theta). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $A_i^{R,S}$ — нормировочные постоянные, G — модуль вектора гирации, связанный с удельным оптическим вращением [2], $G = \rho n \lambda / \pi$, λ — длина волны света, \hat{i} — матрица поворота системы координат,

$$\begin{aligned} \hat{i}_{[110]}(45^\circ) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \hat{i}_{[001]}(\theta) &= \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

Δn — изменение показателя преломления, вызванное внешним электрическим полем, $\Delta n = 1/2n^3 r_{41} |\mathbf{E}| \cos \theta$ ($\Delta n \approx 4 \cdot 10^{-5}$ при $|\mathbf{E}| = 10 \text{ kV} \cdot \text{cm}^{-1}$, $\Delta n/n \ll 1$ [1]),

θ — угол между нормалью к поверхности кристалла и направлением распространения световой волны в кристалле. Заметим, что мы не учитываем отличие в углах распространения различных собственных типов волн, так как расщепление поверхности волновых векторов в кубических кристаллах весьма невелико ($n_1 - n_2 \approx 0.3 \cdot 10^{-4}$ в $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ [1,3]).

Рассмотрим случай симметричной схемы голографического эксперимента (рис. 1). Из выражений (3)–(5) получаем

$$\begin{aligned} \chi_{11} &\sim -\alpha |\delta \mathbf{E}| e^{i\varphi}, & \chi_{12} &\sim i\beta |\delta \mathbf{E}| e^{i\varphi}, \\ \chi_{21} &\sim -i\beta |\delta \mathbf{E}| e^{i\varphi}, & \chi_{22} &\sim \alpha |\delta \mathbf{E}| e^{i\varphi}, \\ \alpha &= \frac{\Delta n}{\sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}}}, & \beta &= \frac{G/2n}{\sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}}}. \end{aligned}$$

Постоянные χ_{11} , χ_{22} соответствуют дифракции с сохранением поляризации (изотропная дифракция), χ_{12} , χ_{21} — дифракции с изменением поляризации (анизотропная дифракция). Чтобы определить ΔK_{ml} , мы должны рассмотреть диаграмму в пространстве волновых векторов, которая связывает волновой вектор решетки с волновыми векторами считывающей и восстановленной световых волн (рис. 1, c).

$$\Delta K_{ml} \approx \begin{cases} 0; & l = m \\ \frac{2\pi}{\lambda} (n_l - n_m); & l \neq m, \end{cases}$$

$$n_l - n_m = \pm 2 \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}}.$$

Подставляя выражения для χ_{ml} и ΔK_{ml} в формулу (2), получаем окончательное значение амплитуд собственных типов поляризации восстановленной световой волны

$$\begin{aligned} S_1(d) &\sim i |\delta \mathbf{E}| \exp(i\varphi) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} n \frac{d}{\cos \theta}\right) \\ &\times \left[-\alpha R_1(0) \exp(i\psi) - i\beta R_2(0) \frac{\sin \psi}{\psi} \exp(i\psi) \right], \\ S_2(d) &\sim i |\delta \mathbf{E}| \exp(i\varphi) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} n \frac{d}{\cos \theta}\right) \\ &\times \left[i\beta R_1(0) \frac{\sin \psi}{\psi} \exp(-i\psi) + \alpha R_2(0) \exp(-i\psi) \right], \\ \psi &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} \frac{d}{\cos \theta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Амплитуды собственных типов волн считывающего луча R , распространяющегося в кристалле, для линейной входной поляризации, перпендикулярной плоскости падения, записываются в виде

$$\begin{aligned} R_1(0) &= -R_2(0) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Delta n + \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} - i \frac{G}{2n}}{\sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} \left(\Delta n + \sqrt{\Delta n^2 + \frac{G^2}{4n^2}} \right)}. \end{aligned} \quad (7)$$

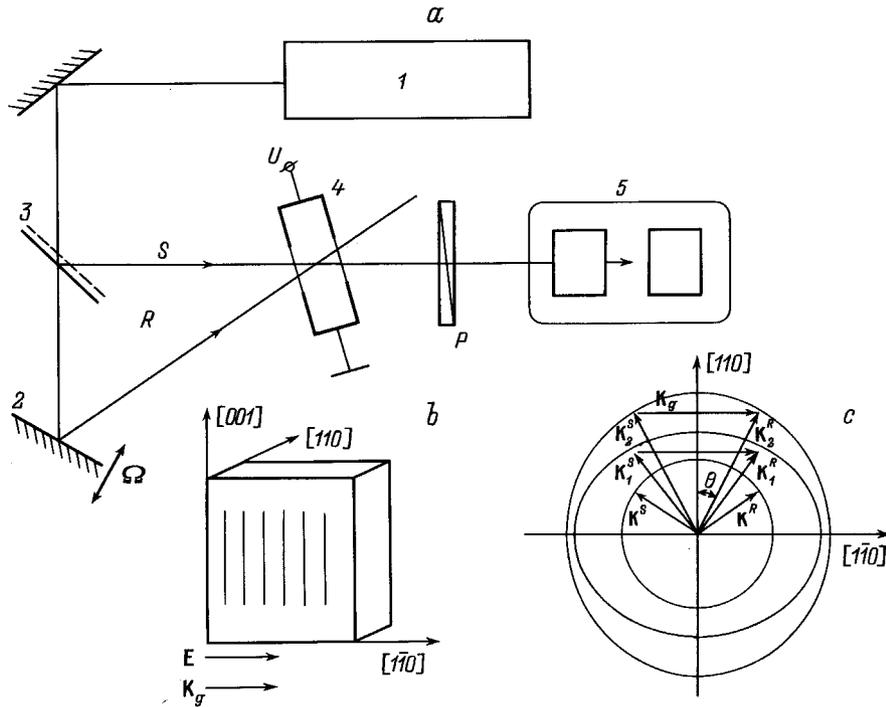


Рис. 1. а) Схема голографического эксперимента. 1 — He-Ne-лазер, 2 — колеблющееся зеркало, 3 — полупрозрачное зеркало, 4 — образец, 5 — регистрирующая система (фотоприемник, селективный усилитель и микровольметр), P — поляризатор, U — приложенное к кристаллу напряжение. б) Ориентация кристалла. в) Диаграмма в пространстве волновых векторов, иллюстрирующая дифракцию света.

В случае когда один из двух пересекающихся плоских когерентных световых пучков промодулирован по фазе с некоторой частотой Ω и амплитудой δ (частота колебаний гораздо больше обратного характерного времени формирования голограммы $\Omega \gg \tau_{SC}^{-1}$), амплитуда решетки определяется средним эффективным контрастом [1,5]

$$|\delta \mathbf{E}(\delta)| \sim J_0(\delta) |\delta \mathbf{E}| \exp(i\varphi), \quad (8)$$

где $|\delta \mathbf{E}|$ и φ — стационарные значения амплитуды и фазового сдвига голограммы неподвижной интерференционной картины. Непосредственная подстановка (6)–(8) в формулу, описывающую энергообмен интерферирующих световых пучков на заданной фазовой решетке [1,5,6], приводит к следующей зависимости амплитуды переменной составляющей интенсивности на частоте Ω от угла γ между осью помещенного в исследуемый луч непосредственно после кристалла поляризатора и начальной линейной поляризации:

$$I_{\Omega}(\gamma) = C \sin \varphi \left[\alpha \beta \left(\cos 2\varphi - \frac{\sin 2\psi}{\psi} \right) \sin 2\gamma \right. \\ \left. + \alpha \cos \psi \frac{\sin \psi}{\psi} \cos 2\gamma \right] + \cos \varphi \left[\left(\alpha^2 + \beta^2 \frac{\sin 2\psi}{2\psi} \right) \sin 2\gamma \right. \\ \left. + \beta \sin \psi \frac{\sin \psi}{\psi} \cos 2\gamma \right] - \beta \cos \varphi \sin \psi \frac{\psi}{\psi}, \\ C = \frac{\pi}{\lambda} J_0(\delta) J_1(\delta) |\delta \mathbf{E}| n^3 r_{41} d. \quad (9)$$

Входящий как параметр в выражение (9) фазовый сдвиг голограммы относительно неподвижной интерференционной картины описывается следующей формулой [1,6]:

$$\varphi = \arctg \left[\frac{E_D}{|\mathbf{E}|} \left(1 + \frac{E_D}{E_q} + \frac{|\mathbf{E}^2|}{E_q E_D} \right) \right]. \quad (10)$$

Здесь $E_D = 2\pi n k_B T / e$, $E_q = B / \nu$ — диффузионное и дрейфовое поле решетки соответственно, ν — пространственная частота записываемой интерференционной кар-

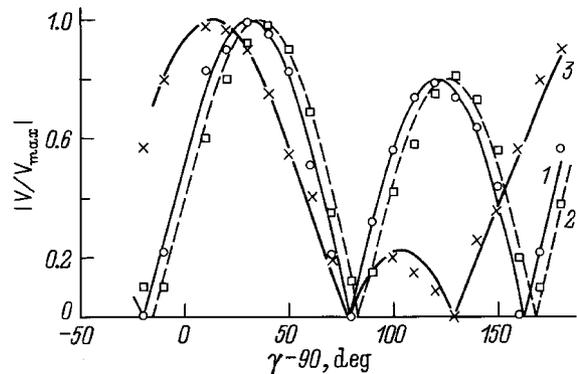


Рис. 2. Экспериментальные зависимости выходного сигнала от угла ориентации поляризатора для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (1, 2) и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (3). ν (mm^{-1}) и $|\mathbf{E}|$ ($\text{kV} \cdot \text{cm}^{-1}$): 1 — 397 и 6.7, 2 — 159 и 4, 3 — 619 и 5.3. Сплошной линией изображена аппроксимация выражением (9).

тины, $B = eN_A/2\pi\epsilon\epsilon_0$ — параметр кристалла, связанный с концентрацией акцепторных центров.

Таким образом, вид поляризационной зависимости (9) определяют пространственная частота ν , внешнее электрическое поле $|\mathbf{E}|$, а также такие характеристики кристалла, как удельное оптическое вращение ρ , линейный электрооптический коэффициент r_{41} и входящая в B концентрация акцепторных центров N_A . Особый интерес вызывает возможность определить из поляризационных зависимостей концентрацию акцепторных центров.

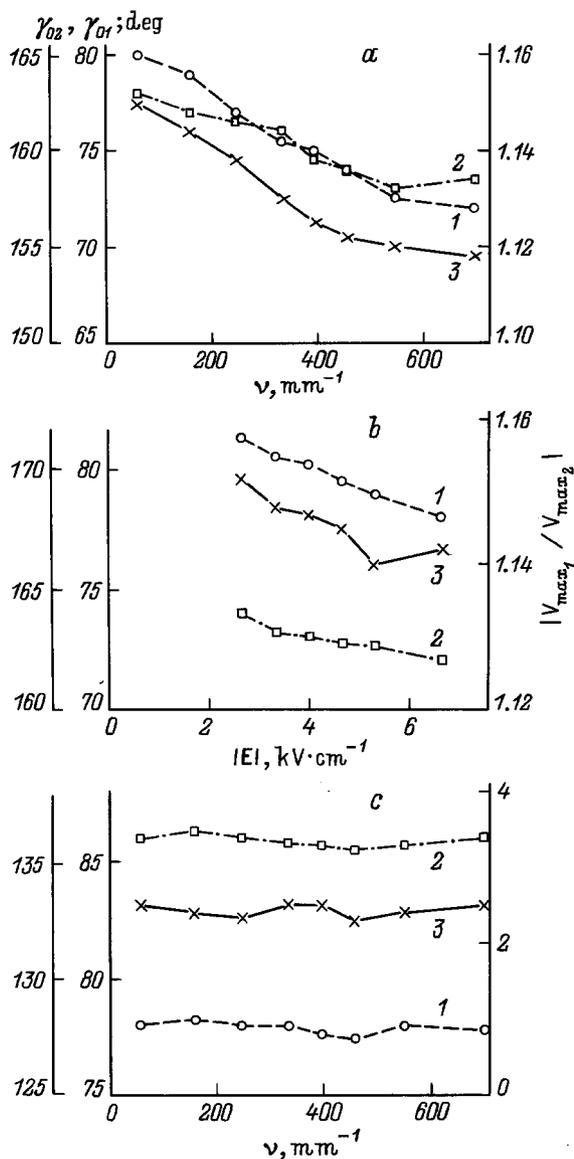


Рис. 3. Влияние внешних условий записи (ν и $|\mathbf{E}|$) на вид поляризационной зависимости. 1 — положение первого "нуля" $\gamma_{01}(\nu)$, 2 — положение второго "нуля" $\gamma_{02}(\nu)$, 3 — отношение сигнала в максимумах $|V_{\text{max}1}/V_{\text{max}2}|(\nu)$. *a* — зависимости от пространственной частоты для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ при $|\mathbf{E}| = 5.3 \text{ kV} \cdot \text{cm}^{-1}$, *b* — от внешнего электрического поля для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ при $\nu = 159 \text{ mm}^{-1}$, *c* — зависимости от пространственной частоты для $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при $|\mathbf{E}| = 5.3 \text{ kV} \cdot \text{cm}^{-1}$.

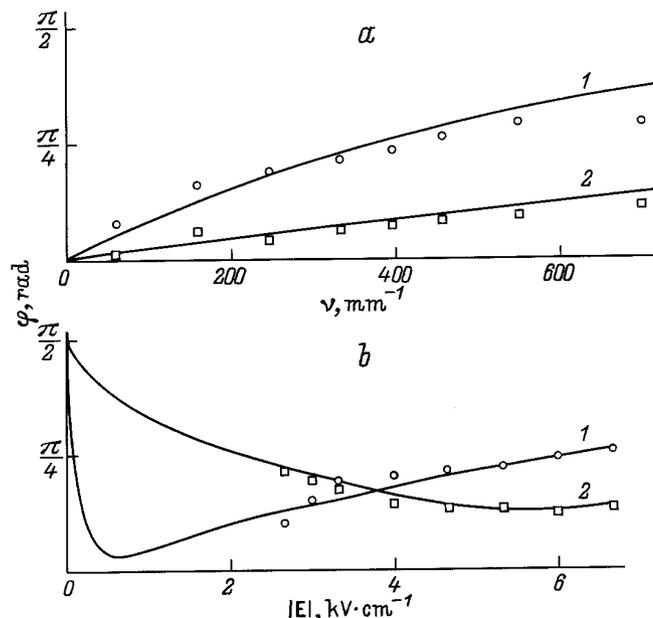


Рис. 4. Зависимости фазового сдвига решетки от пространственной частоты при $|\mathbf{E}| = 5.3 \text{ kV} \cdot \text{cm}^{-1}$ (*a*) и от внешнего электрического поля при $\nu = 159$ (1) и 619 mm^{-1} (2) (*b*). 1 — $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, 2 — $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. Сплошными линиями изображена аппроксимация формулой (10).

Преимущество новой методики над старым способом, использующим зависимость дифракционной эффективности от пространственной частоты [7], состоит в том, что для анализа поляризационных эффектов достаточно нормированных зависимостей или относительных величин. Это позволяет обойти систематические погрешности, возникающие в ходе эксперимента.

Для проверки результатов приведенного выше теоретического анализа был проведен ряд голографических экспериментов. Эксперименты проводились на кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ толщиной 0.7 и 2 mm соответственно (срез (110)). На боковые поверхности образца были нанесены серебряные электроды, к которым в процессе эксперимента прикладывалось постоянное напряжение. Расстояние между электродами составляло 3 mm, что совпадало с диаметром световых пучков. Запись осуществлялась линейно поляризованным перпендикулярно плоскости падения светом от He-Ne-лазера ($\lambda = 0.63 \mu\text{m}$). Ориентация кристалла соответствовала проанализированному случаю: $\mathbf{K}_g \parallel [1\bar{1}0]$ (рис. 1). Один из записываемых лучей был промодулирован по фазе с частотой Ω ($\Omega = 720 \text{ Hz}$). Непосредственно после кристалла в исследуемый пучок помещался пленочный поляризатор. Регистрировалась переменная составляющая интенсивности на первой гармонике частоты фазовой модуляции.

Исследования проводились при различных значениях пространственной частоты записываемых интерференционных картин ($59\text{--}700 \text{ mm}^{-1}$), а также при разном внешнем электрическом поле ($2.7\text{--}6.7 \text{ kV} \cdot \text{cm}^{-1}$).

Значения параметра B и концентрация акцепторных центров

Образец	$B, \text{V} \cdot \text{cm}^{-2}$	N_A, cm^{-1}	$B, \text{V} \cdot \text{cm}^{-2}$	N_A, cm^{-1}	$B, \text{V} \cdot \text{cm}^{-2}$	N_A, cm^{-1}
$\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$	$(1.5 \pm 0.7) \cdot 10^7$	$(1.5 \pm 0.7) \cdot 10^{15}$	$(2.35 \pm 0.27) \cdot 10^7$	$(2.35 \pm 0.27) \cdot 10^{15}$	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{15}$
$\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$	$(4 \pm 2) \cdot 10^8$	$(7 \pm 3) \cdot 10^{16}$	$(9.2 \pm 2.1) \cdot 10^8$	$(1.6 \pm 0.4) \cdot 10^{17}$	$7 \cdot 10^7$	$1.2 \cdot 10^{16}$

Примечание. 1, 2 — данные определены из поляризационных зависимостей: по зависимости фазового сдвига решетки от внешнего электрического поля (1), по зависимости фазового сдвига решетки от пространственной частоты (2), 3 — данные определены из зависимости дифракционной эффективности от пространственной частоты [8].

На рис. 2 изображены типичные нормированные зависимости выходного сигнала от угла ориентации поляризатора ($\gamma \simeq 90^\circ$). Наблюдается существенная асимметрия экспериментальных зависимостей, которая выражается в том, что максимумы поляризационных зависимостей заметно отличаются по величине, а интервал между соседними нулями отличен от 90° . Как видно из (9), данная особенность возникает благодаря естественной оптической активности, обеспечивающей возможность анизотропной дифракции. Действительно, в экспериментах на кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ асимметрия больше, чем в аналогичном случае для $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$, что согласуется с большей величиной удельного оптического вращения ($\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ — $6.3 \text{ deg} \cdot \text{mm}^{-1}$, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ — $20.5 \text{ deg} \cdot \text{mm}^{-1}$ [1]). Для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ при увеличении пространственной частоты записываемой интерференционной картины, а также внешнего электрического поля происходит смещение поляризационной зависимости в сторону меньших углов ориентации оси поляризатора; кроме того, величина отношения сигнала в максимумах стремится к единице (рис. 3). Такое поведение легко объяснить влиянием пространственной частоты и внешнего электрического поля на фазовый сдвиг голограммы, которое описывается выражением (10). Однако изменение пространственной частоты и внешнего электрического поля практически не приводит к изменению поляризационной зависимости в случае $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, из чего можно заключить, что влияние данных внешних условий на фазовый сдвиг голограммы слабое. Это соответствует достаточно большому значению параметра B [6,7]. Аппроксимируя экспериментальные данные выражением (9), в котором φ выступает в роли подгоночного параметра, мы получили зависимость фазового сдвига голограммы от пространственной частоты и прикладываемого к кристаллу электрического поля (рис. 4). По наилучшему соответствию этих зависимостей вычисленным по формуле (10) теоретическим кривым был определен параметр B , из которого в свою очередь была найдена концентрация акцепторных примесей N_A (см. таблицу).

Удовлетворительное согласование экспериментальных и уже известных значений B и N_A для данных кристаллов [6,7] наглядно демонстрирует возможность получения независимых данных о физических параметрах фоторефрактивных кристаллов при двухволновом взаимодействии. Приведенный теоретический анализ дает достаточно точную картину особенностей дифракции на

голограммах, записанных в кубических фоторефрактивных кристаллах. Отметим, что данный метод оценки параметра B и концентрации акцепторных примесей из поляризационных зависимостей является новым. Использование этого метода позволит независимым образом определить упомянутые величины, а их сравнение со значениями, полученными другими методами, полезно для определения достоверных значений.

Список литературы

- [1] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. Наука, СПб (1992). 317 с.
- [2] А. Ярив, П. Юх. Оптические волны в кристаллах. Мир, М. (1987). 616 с.
- [3] С.В. Мирidonov, М.П. Петров, С.И. Степанов. Письма в ЖТФ **4**, 16, 976 (1978).
- [4] M.G. Miteva, S.V. Miridonov. Opt. Quant. Electron., **19**, 37 (1987).
- [5] В.М. Петров, М.П. Петров. Письма в ЖТФ **23**, 11, 18 (1995).
- [6] M.P. Petrov, V.M. Petrov, I. Zouboulis, L.P. Xu. Opt. Commun. **134**, 569 (1997).
- [7] Photorefractive Materials and their Applications / Ed. P. Gunter, J.P. Huignard. Springer-Verlag, Berlin (1989). Pt. 1, 2.