

## Нелинейная проводимость и вольт-амперные характеристики двумерных полупроводниковых сверхрешеток

© Ю.А. Романов, Е.В. Демидов

Институт физики микроструктур Российской академии наук,  
603600 Нижний Новгород, Россия

Получена 25 декабря 1995 г. Принята к печати 20 мая 1996 г.

В приближении постоянных времен релаксации энергии и скорости, с учетом электрон-электронных столкновений исследован транспорт и разогрев электронов в двумерной полупроводниковой сверхрешетке при произвольной ориентации поля (тока) относительно ее кристаллографических осей. Найдены нелинейная проводимость, средние энергии электронов, взаимосвязь направлений поля и возбуждаемого им тока в безграничной сверхрешетке, вольт-амперные характеристики и поперечная эдс сверхрешетки конечной ширины.

При исследовании электронного транспорта в сверхрешетках (СР) обычно используют классическое уравнение Больцмана с одним постоянным временем релаксации функции распределения электронов. В этом приближении движения электронов вдоль кристаллографических осей СР независимы и поэтому ее электрические характеристики (при отсутствии магнитного поля) можно получить простой суперпозицией характеристик одномерных СР. Это, в частности, относится к результатам по самоиндуцированной прозрачности двумерных и трехмерных СР [1], которые в этом приближении тождественны соответствующим известным результатам для одномерных СР [2–4]. Это относится и к эффекту поперечной эдс [5].

Однако в реальных релаксационных процессах степени свободы электрона не являются независимыми, так как при столкновениях меняются и перемешиваются его состояния во всех трех направлениях. Поэтому указанное  $\tau$ -приближение может приводить даже к качественно неверным результатам. Именно так обстоит дело с разогревом электронного газа. Например, это приближение дает нулевой разогрев электронов в направлении, перпендикулярном полю, если последнее направлено вдоль оси СР. Положение не спасает и введение двух разных времен релаксации функции распределения (симметричной и антисимметричной частей), если они относятся только к одной степени свободы электрона [4,6].

В настоящей работе изучены транспорт и разогрев электронов двумерной СР с квадратной симметрией (СР-2) на основе уравнения Больцмана с новым модельным интегралом столкновений. Последний содержит три времени релаксации:  $\tau_1(\varepsilon)$  — время хаотизации направления импульса электрона без изменения энергии  $\varepsilon$  (характерное время установления равномерного распределения электронов на изоэнергетической поверхности за счет упругих столкновений),  $\tau_e(\varepsilon)$  — время релаксации энергии электрона, описывающее его переходы между изоэнергетическими поверхностями, и  $\tau_{ee}(\varepsilon)$  — обратная частота электрон-электронных столкновений. В соответствии со ска-

занным имеем

$$\frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial t} + \frac{e\mathbf{E}}{\hbar} \frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial k} = - \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{col}}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{col}} &= \frac{f(\mathbf{k}, t) - \bar{f}^s(\varepsilon, t)}{\tau_1(\varepsilon)} + \frac{f(\mathbf{k}, t) - f_0(\varepsilon, T_e)}{\tau_{ee}(\varepsilon)} \\ &+ \frac{f(\mathbf{k}, t) - f_0(\varepsilon, T_0)}{\tau_\varepsilon(\varepsilon)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $f(\mathbf{k}, t)$ ,  $f^s(\varepsilon, t)$ ,  $f_0(\varepsilon, T_e)$  и  $f_0(\varepsilon, T_0)$  — возмущенная полем, усредненная по эквипотенциальным поверхностям и равновесные функции распределения электронов как с эффективной температурой  $T_e$ , так и температурой решетки  $T_0$  соответственно,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор,  $E$  — электрическое поле. Температура  $T_e$  определяется условием равенства средних энергий электронов, описываемых распределением  $f(\mathbf{k}, t)$  и  $f_0(\varepsilon, T_e)$ . Первое и второе ( $T_e \neq T_0$ ) слагаемые в (2) "замешивают" все степени свободы электрона, что является принципиальным отличием данного подхода от [1–6]. Важно подчеркнуть, что электрон-электронные столкновения в сверхрешетках, как правило, сопровождаются перебросами Пайерлса и поэтому приводят к хаотизации направления импульса и скорости электронов (дополнительному сопротивлению), что и отражено в (2). Результатом таких столкновений не может быть сдвинутая по импульсу фермиевская функция распределения [7]. Следует отметить, что в случае неоднородных полей интеграл столкновений (2) необходимо модернизировать с учетом законов сохранения.

Закон дисперсии электронов СР-2 в приближении сильной связи имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon(k_1, k_2) &= \varepsilon_1(k_1) + \varepsilon_2(k_2) \\ &= (\Delta/2)(1 - \cos k_1 d) + (\Delta/2)(1 - \cos k_2 d), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $d$  — период СР-2,  $\hbar k_{1,2}$  — компоненты квазиимпульса электрона вдоль ее кристаллографических осей  $x_1$ ,  $x_2$  соответственно,  $2\Delta$  — энергетическая

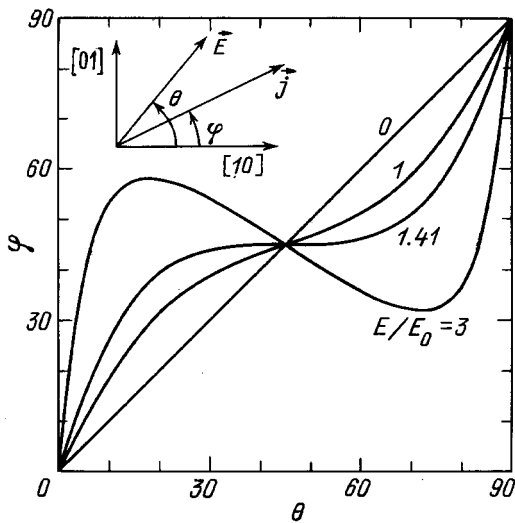


Рис. 1. Зависимость направления вектора плотности тока  $\mathbf{j}$  от направления поля  $\mathbf{E}$ . Цифрами у кривых указаны значения  $E/E_0$ .

ширина двумерной минизоны. Движение электрона вдоль направления  $x_3$  (третья степень свободы) считаем "замороженным". "Неаддитивный" закон дисперсии, используемый в [1,5], сводится к вышеизложенному путем поворота системы координат на угол  $\pi/4$ .

Для простоты в настоящей работе будем считать времена  $\tau_1, \tau_\varepsilon, \tau_{ee}$  независимыми от энергии. В стационарном случае электрический ток и разогрев электронов, согласно (1), (2), определяются соотношениями

$$j_{1,2} = \frac{\sigma_0 + [1 + (E_{2,1}/E_0)^2]E_{1,2}}{1 + (1/2)[1 + (\tau_\varepsilon/\tau_p)](E/E_0)^2 + (\tau_\varepsilon/\tau_p)(E_1 E_2/E_0^2)^2}, \quad (4)$$

$$\langle \Delta \varepsilon_{1,2} \rangle \equiv \langle \varepsilon_{1,2} \rangle - \frac{\langle \varepsilon \rangle_0}{2} = \frac{\sigma_0 \tau_\varepsilon E^2}{2n} \times \frac{[1 + (1/2)(E/E_0)^2 \sin^2 2\theta \pm (\tau_p/\tau_\varepsilon) \cos 2\theta]}{1 + (1/2)[1 + (\tau_\varepsilon/\tau_p)](E/E_0)^2 + (\tau_\varepsilon/\tau_p)(E_1 E_2/E_0^2)^2}, \quad (5)$$

где  $\sigma_0 = ne^2 d^2 \tau_p / 2 \hbar^2 (\Delta - \langle \varepsilon \rangle_0)$  — линейная проводимость СР-2,  $E_0 = \hbar / ed \tau_p$  — эффективное поле,  $\theta$  — угол между вектором поля и кристаллографической осью  $x_1$ ,  $\tau_p^{-1} = \tau_1^{-1} + \tau_\varepsilon^{-1} + \tau_{ee}^{-1}$  — обратное время релаксации скорости электрона, скобки  $\langle \rangle$  и  $\langle \rangle_0$  обозначают среднее по возмущенной и равновесной функциями распределения электронов соответственно,  $n$  — концентрация электронов.

Соотношение (5) указывает на существенный разогрев электронов в поперечном относительно тока направлении. Даже в поле, направленном вдоль кристаллографической оси (например  $x_1$ ), разогрев в перпендикулярном ему и току направлении  $x_2$  велик. Отношение соответствующих приращений сред-

них энергий в этом случае

$$\gamma \equiv \frac{\langle \Delta \varepsilon_2 \rangle}{\langle \Delta \varepsilon_1 \rangle} = \frac{\tau_\varepsilon - \tau_p}{\tau_\varepsilon + \tau_p}. \quad (6)$$

При  $\tau_\varepsilon = 3\tau_p$ ,  $\gamma = 0.5$ . При  $\tau_\varepsilon \gg \tau_p$  разогрев становится изотропным. В пределе сильных полей и  $\theta \neq 0, \pi/2$  электроны равномерно распределены в минизоне.

В общем случае вектора  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{E}$  неколлинеарны. Их взаимная ориентация определяется соотношением

$$\text{tg } \varphi = \text{tg } \theta \frac{1 + (E/E_0)^2 \cos^2 \theta}{1 + (E/E_0)^2 \sin^2 \theta}, \quad (7)$$

где  $\varphi$  — угол между вектором плотности тока  $\mathbf{j}$  и кристаллографической осью  $x_1$ . Графики  $\varphi(\theta)$  приведены на рис. 1. Отметим, что зависимость  $\varphi(\theta)$  является универсальной функцией безразмерного поля  $E/E_0$  и не зависит от отношения  $\tau_\varepsilon/\tau_p$ .

При заданном  $E > \sqrt{2}E_0$  фиксированному направлению тока могут соответствовать три направления поля, одно из которых неустойчиво. Особым является симметричное в СР-2 направление  $\varphi = \pi/4$ . Из-за поперечной отрицательной дифференциальной проводимости направление поля с  $\theta = \pi/4$  при  $E > \sqrt{2}E_0$  неустойчиво и в СР-2 возникают поперечные относительно тока электрические поля. При  $\tau_\varepsilon = \tau_p$  этот эффект рассмотрен в [1]. С макроскопической точки зрения он аналогичен эффекту Эрлбаха [8] в многослойных полупроводниках, но более высокочастотный, так как определяется не междолинным рассеянием, а динамикой электрона в узкой минизоне.

Рассмотрим теперь вольт-амперную характеристику СР-2 конечной ширины. Пусть ось  $x_1$  СР-2 составляет угол  $\varphi$  относительно границ пластины. Для

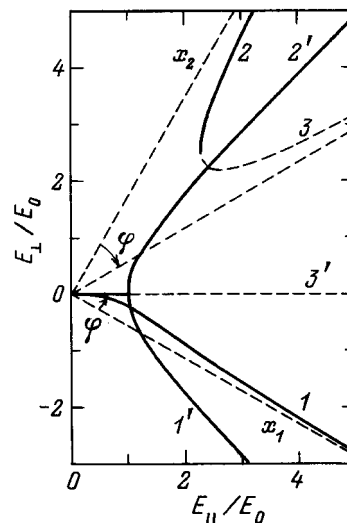


Рис. 2. Зависимость поперечного поля  $E_\perp$  в сверхрешетке конечной ширины от приложенного тянущего поля  $E_\parallel$  при  $\varphi = 30^\circ$  (кривые 1–3) и  $\varphi = 45^\circ$  (кривые 1'–3'). Асимптоты кривых показаны для  $\varphi = 30^\circ$ .

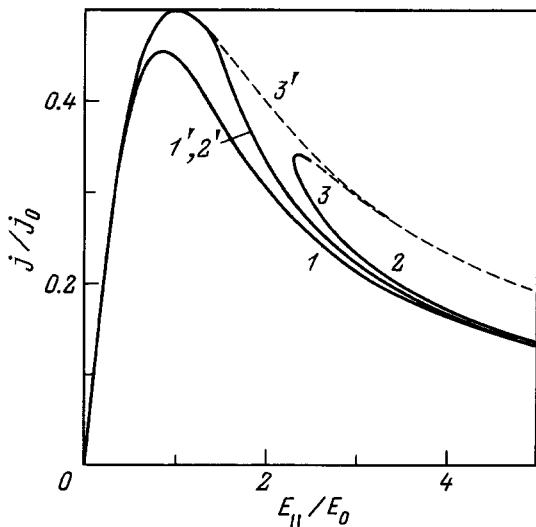


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики сверхрешетки конечной ширины при  $\varphi = 30^\circ$  (кривые 1–3) и  $\varphi = 45^\circ$  (кривые 1'–3');  $\tau_\varepsilon/\tau_p = 2$ .

определенности будем считать  $|\varphi| < \pi/4$ . Образование доменов в настоящей работе рассматривать не будем, поэтому поле в образце будем считать однородным. Зависимости тока  $j(E_{||})$  и поперечного поля  $E_\perp(E_{||})$  от тянущего поля  $E_{||}$  в образце определяются формулами (4), (5) и условием обращения в нуль компоненты поперечного тока. Эти зависимости приведены на рис. 2, 3. Ветви 3 и 3' неустойчивы относительно поперечных возмущений поля.

Важной и простой для расчета является ориентация  $\varphi = 45^\circ$ . Для нее

$$j^{(1,2)} = \frac{2\sigma_0 E_0^2}{(1 + \tau_\varepsilon/\tau_p)E_{||}}, \quad E_\perp^{(1,2)} = \pm \sqrt{E_{||}^2 - 2E_0^2},$$

$$E_{||} > \sqrt{2}E_0, \quad (8)$$

$$j^{(3)} = \frac{\sigma_0 E_{||}}{1 + (\tau_\varepsilon/\tau_p)(E_{||}/E_0)^2}, \quad E_\perp^{(3)} = 0,$$

$$\frac{j_{\max}^{(1,2)}}{j_{\max}^{(3)}} = \frac{2\sqrt{\tau_\varepsilon/\tau_p}}{1 + \tau_\varepsilon/\tau_p}. \quad (9)$$

Для этой ориентации в области полей  $\sqrt{2}\tau_p/\tau_\varepsilon < E_{||} < \sqrt{2}E_0$  существует только продольная дифференциальная проводимость, а в области  $E > \sqrt{2}E_0$  — продольная и поперечная. В первой области  $E_\perp = 0$  и поэтому возникают обычные ганновские домены сильного и слабого поля. С ростом отношения  $\tau_\varepsilon/\tau_p$  первая область растет в сторону меньших полей, расщепление вольт-амперной характеристики исчезает, но зависимость поперечной эдс от  $E_{||}/E_0$  остается без изменения. В этом случае токи во второй области относительно малы, поэтому реализовать режим "косых" доменов [9,10] сложно. Качественно такая ситуация имеет место для всех

углов  $\varphi$ . Поэтому в случае  $\tau_\varepsilon \gg \tau_p$  эффекты анизотропии, в том числе и поперечная эдс, трудно наблюдаемы, так как они подавляются продольной токовой неустойчивостью, возникающей в полях, когда анизотропия проводимости СР-2 еще мала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований.

## Список литературы

- [1] Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. ФТТ, **35**, 494 (1993).
- [2] Ю.А. Романов. ФТП, **5**, 1434 (1971).
- [3] А.А. Игнатов, Ю.А. Романов. ФТТ, **17**, 3388 (1975).
- [4] A.A. Ignatov, Yu.A. Romanov. Phys. St. Sol. (b), **73**, 1106 (1977).
- [5] Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. ФТТ, **34**, 2565 (1992).
- [6] С.А. Ктиторов, Г.С. Симин, В.Я. Синдаловский. ФТТ, **13**, 2230 (1971).
- [7] X.L. Lei, N.J. Horing, H.L. Cui. Phys. Rev. Lett., **66**, 3277 (1993).
- [8] E. Erlbach. Phys. Rev., **132**, 1976 (1982).
- [9] З.С. Грибников. ЖЭТФ, **83**, 718 (1982).
- [10] М. Аше, З.С. Грибников, В.В. Митин, О.Г. Сарбей. *Горячие электроны в многодолинных полупроводниках* (Киев, 1982).

Редактор Т.А. Полянская

## Nonlinear conductivity and current-voltage characteristics of lateral semiconductor superlattices

Yu.A. Romanov, E.V. Demidov

Institute for Physics of Microstructures,  
Russian Academy of Sciences,  
603600 N. Novgorod, Russia

**Abstract** Electron transport and heating in the lateral square semiconductor superlattice under arbitrary electric field orientation is investigated in the framework of the constant energy and velocity relaxation time approximation taking into account electron-electron collisions. Nonlinear conductivity, average electron energies, the relation between the electric field and excited current orientation in an unlimited superlattice, current-voltage characteristics and the transverse electro-motive force in superlattice of a finite width are found.

Fax: (8312)67-55-53 (Romanov)

E-mail: romanov@ipm.sci-nnov.ru (Romanov)