Эффект Холла в квазидвумерных сверхрешетках в неквантующих магнитном и сильном электрическом полях

© Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн, И.И. Маглеванный

Волгоградский государственный педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия

(Получена 29 июня 1995 г. Принята к печати 18 ноября 1996 г.)

Рассчитано поперечное электрическое поле (E_y), возникающее в квазидвумерных сверхрешетках (СР) в сильном тянущем электрическом поле (E_x) и в слабом магнитном поле, перпендикулярном плоскости СР ($\mathbf{H} \parallel OZ$). В случае, когда энергетический электронный спектр неаддитивен, поле E_y включает в себя как холловский фактор, так и спонтанное поперечное электрическое поле, существующее и без $\mathbf{H}$. Поле E_y как функция E_x является неоднозначным и знакопеременным. Определены асимптотически устойчивые ветви функции E_y. При этом использовался введенный в рассмотрение (кинетический) "потенциал", минимум которого соответствует стационарному состоянию неравновесного электронного газа.

В настоящем сообщении приводятся результаты расчета холловского поля как функции сильного тянущего электрического поля в квазидвумерных сверхрешетках (2-СР). Такого рода СР изготавливаются на основе размерно-квантованных слоев $Al_xGa_{1-x}As$ с ограниченной по двум направлениям энергетической минизоной и с фиксированной энергией в направлении, перпендикулярном слоям [1]:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_0 - \frac{1}{2}\Delta\left(\cos\frac{p_1 d_0}{\hbar} + \cos\frac{p_2 d_0}{\hbar}\right), \quad (1)$$

где 2Δ — ширина минизоны, p_1 и p_2 — декартовы компоненты квазиимпульса ($\mathbf{p}$) носителя заряда, d_0 — период СР. Применительно к спектру (1) особенности эффекта Холла, о которых речь далее, связаны прежде всего с выбором направления тянущего поля относительно главных осей 2-СР: считаем, что оно составляет угол 45° с какой-либо из этих осей. Соответственно ось OX выбираем вдоль тянущего поля, тогда в этой системе координат спектр (1) становится неаддитивным:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_0 - \Delta\cos\frac{p_x d}{\hbar}\cos\frac{p_y d}{\hbar}, \quad (2)$$

где $d = d_0\sqrt{2}$. Разумеется, спектр типа (2) возможен и в главных осях, например в кристаллах с объемно центрированной кубической решеткой [2]. В этом случае второе слагаемое в (2) содержит дополнительный множитель $\cos(p_z d/\hbar)$, который при выбранной здесь геометрии полей является несущественным для рассматриваемых эффектов. К указанным кристаллам можно отнести и трехмерные кластерные СР на основе цеолитов [3]. Список материалов с электронным спектром (1) (или(2)) приведенными примерами, конечно, не ограничивается.

Отметим, что гальваномагнитные явления в одномерной СР изучались многими авторами (см. [4] и приведенную там литературу). Непосредственно эффект Холла в 1-СР в сильном электрическом поле исследовался в [5,6].

В работе [7] показано, что в отсутствие магнитного поля в разомкнутом в поперечном направлении проводнике с неаддитивным непараболическим законом дисперсии (2) возможно спонтанное возникновение поперечной (относительно тянущего поля E_x) эдс. Этот эффект представляет собой пример неравновесного фазового перехода 2-го рода, в котором роль параметра порядка играет поперечная эдс, а управляющим параметром является тянущее поле. Существование поперечной эдс при $\mathbf{H} = 0$ должно, очевидно, влиять и на величину поперечного поля в присутствии магнитного поля ($\mathbf{H} \parallel OZ$), а поскольку речь идет о нелинейных эффектах, то, вообще говоря, в данном случае невозможно выделить "чистый" эффект Холла. Похожая ситуация имеет место в многодолинных полупроводниках в условиях многозначного эффекта Сасаки [8]. Таким обрзом, говоря о холловском поле, мы имеем в виду поле поперечное, включающее в себя оба указанных фактора.

При расчете плотности тока ($\mathbf{j}_0$), создаваемого носителями заряда с законом дисперсии (2), ограничиваемся рамками квазиклассического и однозонного приближений: $\Delta \gg \tau^{-1}\hbar$; eEd и $eEd \ll \varepsilon_g$, где ε_g — ширина запрещенной зоны, τ — время свободного пробега электронов. Магнитное поле считаем неквантующим, $\hbar\omega_c \equiv |eH\Delta d^2/c\hbar| \ll T$ (T — температура в энергетических единицах), и слабым, $\omega_c\tau \ll 1$.

Необходимое при решении поставленной задачи уравнение движения заряда удобно использовать в безразмерных величинах. Для этого переобозначим: $\mathbf{p}d/\hbar \to \mathbf{p}$, $\mathbf{E}e\tau d/\hbar \to \mathbf{E}$, $\omega_c\tau \to \omega_c$, $t/\tau \to t$. В новых обозначениях имеем

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{E} + [\mathbf{v}(\mathbf{p}), \omega_c], \quad (\omega_c \parallel \mathbf{H}), \quad (3)$$

где $\mathbf{v} = \frac{1}{\Delta}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\mathbf{p}}$ — безразмерная скорость заряда.

Для вычисления тока используем кинетическое уравнение Больцмана с интегралом столкновений в $\tau = \mathrm{const}$ — приближении. Общая формула для плотности тока, получающаяся с помощью решения этого уравнения, имеет вид (см., например, [4])

$$\mathbf{j} = \int\limits_0^\infty \mathbf{v}\big(\mathbf{p}(t)\big)e^{-t}dt, \quad \big(\mathbf{p}(0) = 0\big). \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{j} = \mathbf{j}_0\hbar/(en\Delta d)$ — безразмерная плотность тока, n — концентрация носителей в слое. В линейном приближении по ω_c из (3) и (2) имеем

$$P_x = E_x t - \frac{\omega_c}{2}\left\{\frac{\cos(E_x+E_y)t-1}{E_x+E_y} + \frac{\cos(E_y-E_x)t-1}{E_y-E_x}\right\}. \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), находим

$$j_x = j_x^{(0)} + \frac{\omega_c E_y}{E_x^2-E_y^2}\left\{\frac{1+2(E_x^2+E_y^2)}{(1+4E_x^2)(1+4E_y^2)} - \frac{j_y^{(0)}}{E_y}\right\}, \tag{6}$$

$$j_x^{(0)} = \frac{E_x(1+E_x^2-E_y^2)}{(1+E_x^2+E_y^2)^2-4E_x^2E_y^2}. \tag{7}$$

Выражения для p_y, j_y, $j_y^{(0)}$ имеют вид (5)–(7) с заменой $y \leftrightarrow x$ и $\omega_c \to -\omega_c$. Подчеркнем, что формулы для j_x и j_y, найденные в линейном приближении по магнитному полю, являются точными по электрическому полю.

В режиме заданного тянущего поля (E_x), который далее мы рассматриваем, величина поперечного поля (E_y) определяется граничными условиями.

А. Короткозамкнутые холловские контакты (диск Корбино)

В этом случае $E_y = 0$, и из (6), (7) находим

$$j_x = \frac{E_x}{1+E_x^2}, \tag{8}$$

$$j_y = \omega_c E_x \frac{2E_x^2-1}{(1+E_x^2)(1+4E_x^2)}. \tag{9}$$

Формула (8) имеет такой же вид, как и формула для плотности тока, протекающего вдоль оси 1-СР [1,4]. Функция $j_y(E_x)$ является немонтотонной и знакопеременной (смена знака происходит при $E_x = 1/\sqrt{2}$). Как и должно быть в этом случае, при $E_x \ll 1$ (8) и (9) переходят в соответствующие формулы для параболического спектра: $j_x = E_x$ и $j_y = -\omega_c j_x$.

Б. Разомкнутый в направлении *OY* образец (пластина)

В данном случае имеем условие

$$j_y = 0, \tag{10}$$

представляющее собой уравнение для поперечного поля $E_y = E_y(E_x)$.

При $\omega_c = 0$ решения уравнения (10) имеют вид

$$E_y = 0, \tag{11}$$

$$E_y = \pm\sqrt{E_x^2-1}, \quad (|E_x| > 1), \tag{12}$$

причем устойчивыми относительно флуктуаций поля E_y являются решения (11) при $|E_x| < 1$ и (12) при $|E_x| > 1$.

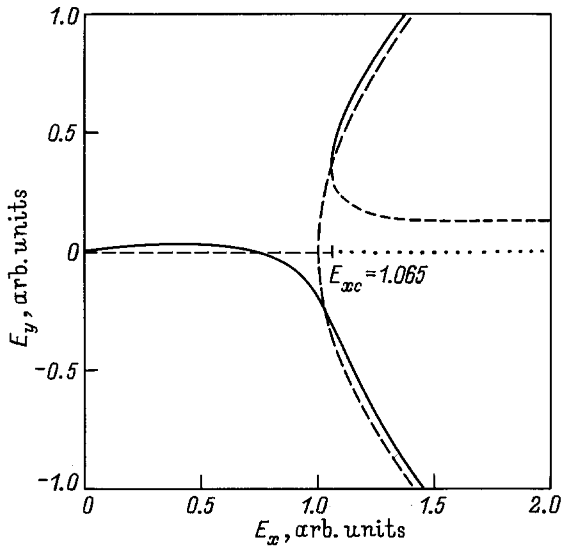

Рис. 1. Зависимость поперечного поля E_y от тянущего поля E_x. Сплошными и штриховыми линиями изображены устойчивые состояния при $\omega_c = 0.1$ и $\omega_c = 0$ соответственно. Точечные линии — неустойчивые состояния.

Таким образом, при $|E_x > 1|$ в образце возникает поперечное поле в одном из двух взаимно противоположных направлений; выбор направления определяется случайной флуктуацией либо затравочной неоднородностью. В данном случае в точке бифуркации $|E_x| = 1$ имеет место неравновесный (кинетический) фазовый переход 2-го рода, о котором говорилось выше. Возникновение поперечного поля (12) представляет собой простейший пример самоорганизации в неравновесном квазидвумерном электронном газе.

При $\omega_c \neq 0$ уравнение (10) значительно усложняется, превращаясь в уравнение 7-й степени относительно E_y. Ввиду невозможности аналитически отыскать его точные вещественные решения уравнение (10) решалось численно. Результаты расчета при $\omega_c = 0.1$ и $\omega_c = 0$ представлены на рис. 1.

Обращает на себя внимание область $E_x < 1$, когда, с одной стороны, в отсутствие магнитного поля имеем $E_y = 0$, с другой стороны, эффект Холла проявляется необычно (поле E_y имеет максимум и меняет знак). При $E_x > 1$ ситуация близка к "затравочной", что вполне естественно, так как рассматривается слабое магнитное поле ($\omega_c \ll 1$), и обусловленные им поправки малы. Тем не менее магнитное поле играет принципиальную роль: оно размывает фазовый переход и вынуждает систему делать вполне определенный выбор между равновероятными (при $\omega_c = 0$) состояниями (12) (вынужденная бифуркация).

При исследовании устойчивости найденных решений E_y исходим из условия (см., например, [9])

$$\frac{dj_y}{dE_y} > 0, \quad (E_x = \text{fix}) \tag{13}$$

выполнение которого означает, что вблизи устойчивых стационарных значений E_y, определяемых условием (10), малая флуктуация поперечного поля асимптотически стремится к нулю. Определенные с помощью критерия (13) асимптотически устойчивые состояния изображены на рис. 1 сплошными линиями. Из рис. 1 следует, что при $E_x > 1.065$ холловское поле имеет два устойчивых значения (бистабильность) для заданного E_x. (Возможность "переключения" холловского поля с изменением знака в 1-СР была отмечена в [5]). На рис. 2 представлена ВАХ, рассчитанная с помощью (6), (7) и найденных значений E_y (при $\omega_c = 0.1$).

Исследование устойчивости удобно проводить и предоженным в [7] методом, суть которого в следующем. Рассматривается функция

$$\Phi(E_y) = \int_0^{E_y} j_y(E'_y)dE'_y + \text{const}, \quad (E_x = \text{fix}), \tag{14}$$

с помощью которой условия (10) и (13) записываются в виде

$$\frac{d\Phi}{dE_y} = 0, \quad \frac{d^2\Phi}{dE_y^2} > 0. \tag{15}$$

Формулы (15), представляющие собой условия минимума функции Φ, означают, что в данной неравновесной ситуации эта функция достигает минимума в рассматриваемом стационарном состоянии. Стало быть, функцию Φ можно считать аналогом термодинамического потенциала для равновесных систем. Эта аналогия позволяет использовать для исследования устойчивости

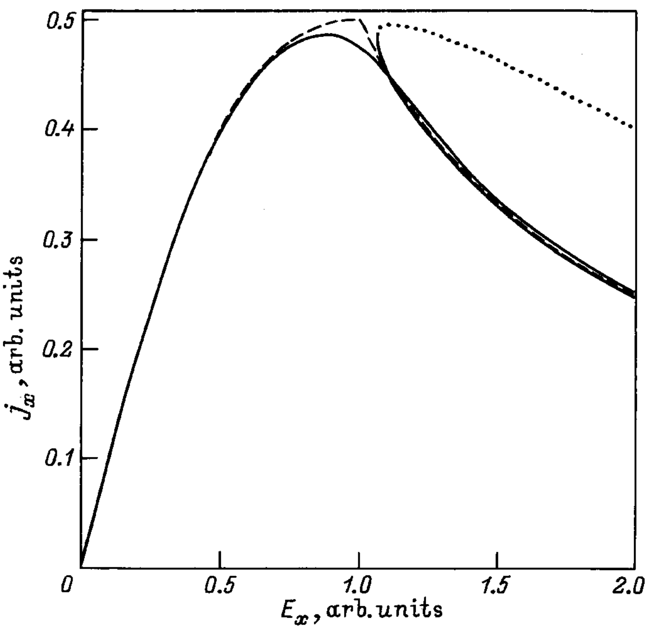

Рис. 2. Вольт-амперная характеристика при $\omega_c = 0$ (штриховая линия) и при $\omega_c = 0.1$ (сплошная). Точечная линия соответствует неустойчивым состояниям E_y (см. рис. 1) при $\omega_c = 0.1$.

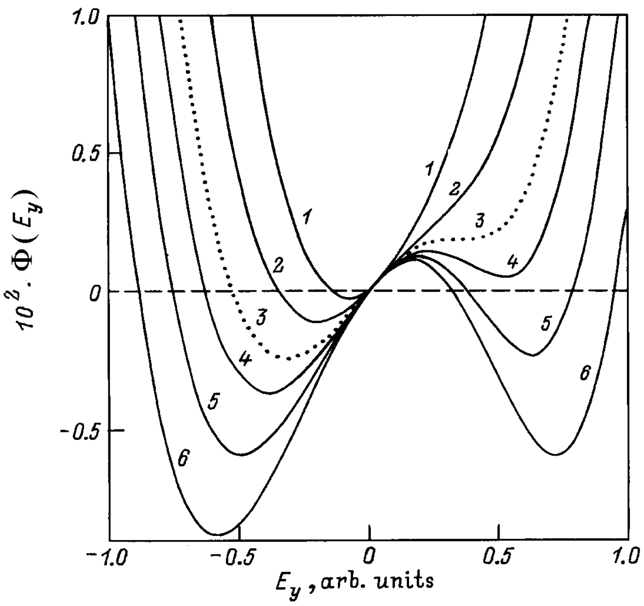

Рис. 3. "Потенциальные" кривые $10^2 \cdot \Phi(E_y)$ при $\omega_c = 0.1$. Управляющий параметр, E_x (отн. ед): *1* — 0.9, *2* — 1.0, *3* — 1.065, *4* — 1.1, *5* — 1.15, *6* — 1.2.

решений уравнения (10) традиционную методику Ландау в теории равновесных фазовых переходов. Данный подход не только подтверждает выводы, полученные с помощью (13), но и дает возможность достаточно просто находить среди локальных минимумов абсолютный. Результат интегрирования в (14) (при const = 0) проиллюстрирован на рис. 3 для $\omega_c = 0.1$ вблизи точки $E_x = 1$. Из этого рисунка, в частности, следует, что минимум потенциала Φ на нижней устойчивой ветви (рис. 1) меньше минимума потенциала на верхней устойчивой ветви. При $E_x \gg 1$ разность величин указанных минимумов стремится к нулю. Точечной кривой на рис. 3 представлен потенциал Φ для значения $E_{xc} = 1.065$ (см. также рис. 1) (в соответствующей точке $E_{yc} = 0.45$ имеем $d^2\Phi/dE_y^2 = 0$).

Найденные особенности эффекта Холла связаны в конечном счете с ограниченностью, нелинейностью и, прежде всего, с неаддитивностью энергетического спектра (2). Для аддитивности же спектра (1) (оси OX и OY направлены вдоль главных осей СР) в линейном приближении по ω_c получается: а) $j_y = -\omega_c j_x$ и б) $E_y = \omega_c j_x$, где j_x определяется формулой (8) с заменой $d \to d_0$. При этом неоднозначность и смена знака у поля Холла не возникают.

Численные оценки рассмотренных здесь эффектов сводятся к оценкам единиц измерения $\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$ и ω_c, последние же зависят от параметров СР n, d, Δ, τ (при этом ориентиром могут служить значения соответствующих величин для 1-СР [1,4]).

Авторы выражают благодарность О.В. Ялтыченко за помощь в численных расчетах.

Список литературы

[1] А.П. Силин. УФН, **147**, 485 (1985).
[2] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников* (М., Л., 1962).
[3] В.Н. Богомолов, А.И. Задорожний, Т.М. Павлова, В.П. Петрановский, В.П. Подхалюзин, А.Л. Холкин. Письма ЖЭТФ, **31**, 406 (1980).
[4] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
[5] Э.М. Эпштейн. Изв. вузов. Радиофизика, **22**, 373 (1979).
[6] Э.М. Эпштейн. ФТТ, **25**, 354 (1991).
[7] Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн. ФТТ, **34**, 2565 (1992).
[8] М. Аше, З.С. Грибников, В.В. Митин, О.Г. Сарбей. *Горячие электроны в многодолинных полупроводниках* (Киев, Наук. думка, 1989).
[9] В.Л. Бонч-Бруевич, И.П. Звягин, А.Г. Миронов. *Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках* (М., Наука, 1972).

Редактор В.В. Чалдышев

Hall effect in quasi-2*D* superlattices in nonquantizing magnetic and intense electric fields.

G.M. Shmelev, E.M. Epstein and I.I. Maglevanny

Volgograd State Pedagogical University,
400013 Volgograd, Russia

Abstract Quasi-2D superlattices in the intense longitudinal electric field (E_x) and in the weak magnetic field orthogonal to the plane of the superlattice ($\mathbf{H} \parallel OZ$) are considered and the transverse electric field (E_y) is calculated. When the energy electron spectrum proves to be non-additive, the field E_y includes both the Hall factor and the spontaneous transverse electric field existing also in the absence of $\mathbf{H}$. The field E_y is an ambiguous and sign-varying function of E_x Asymptotically-stable branches of E_y function are found with the help of a kinetic "potential", of which the minimum corresponds to a stationary condition of the non-equilibrium electron gas.