# О вычислении коэффициента захвата горячих электронов на отталкивающие центры в условиях игольчатого типа функции распределения

© Х.З. Качлишвили, З.С. Качлишвили, Ф.Г. Чумбуридзе

Тбилисский университет, Грузия

(Получена 17 июня 1996 г. Принята к печати 15 января 1997 г.)

Явно вычислен коэффициент захвата горячих электронов, отталкиваемых кулоновским центром, в условиях, когда функция распределения электронов имеет "иглообразный" вид, а эффективное сечение захвата наряду с зоммерфельдовским множителем экспотенциально зависит от энергии протуннелировавшего сквозь барьер электрона. Получены критерии справедливости эффективного сечения Бонч-Бруевича.

Рекомбинация горячих носителей заряда на одноименно заряженных центрах изучалась неоднократно в ряде работ (см., например, [1–4]). Во всех этих работах было использовано выражение вероятности захвата, которое было получено впервые Бонч-Бруевичем [1]. Однако развитие и усовершенствование существующих теорий снова возвратили нас к этой задаче.

В работе [5] было показано, что при захвате электрона отталкавающим центром вероятность захвата наряду с зоммерфельдовским множителем должна экспоненциально зависеть от энергии протуннелировавшего сквозь барьер электрона. Вычисляя коэффициент захвата в приближении электронной температуры, как и в [1], в [5] показано, что учет вышесказанного приводит к замене электронной температуры на эффективную электронную температуру. Последняя содержит параметр центра, имеющий порядок обратной энергии кванта колебания. В случае, когда электронная температура гораздо меньше этой энергии, результат [5] совпадает с результатом, полученным Бонч-Бруевичем [1].

В работе [6], с учетом вышеотмеченной зависимости, вычислен коэффициент захвата в условиях поперечного убегания (ПУ) горячих электронов. Согласно результатам этой работы, вблизи порога ПУ в эффективном сечении захвата экспотенциальный множитель играет важную роль, тогда как далеко от порога ПУ эффективное сечение Бонч-Бруевича можно считать хорошей аппроксимацией.

В [3] коэффициент захвата был вычислен при наличии максимальной анизотропии в распределении горячих электронов. Естественно, возникает вопрос — как изменится результат работы [3] с учетом вышесказанного. В настоящей работе исследуется как раз этот вопрос.

Иглообразное распределение горячих носителей заряда реализуется при выполнении неравенства

$$T_0 \gg T, \quad \frac{p_0}{eE\tau_0} \gg 1, \quad \frac{p_0}{eE\tau} \ll 1, \quad \tau_0 \ll \tau, \tag{1}$$

где $T_0 = \hbar\omega_0/k$ — температура возбуждения оптических фононов, $T$ — температура кристалла, $p_0$ — импульс электрона с энергией $\hbar\omega_0$, $\tau_0$ — характерное время испускания оптических фононов, $\tau$ — время релаксации, обусловленное каким-либо механизмом упругого рассеяния, $E$ — напряженность электрического поля [7]. В "активной" области энергии (т.е. при энергии электрона $w > w_0 \equiv \hbar\omega_0$) должно выполняться четвертое из неравенств (1), а в "пассивной" области $w < w_0$ — третье.

Как известно, в этом случае функция распределения грячих электронов, нормированная на их концентрацию $n$, дается выражением [7]

$$f(\mathbf{p}) = 2\varphi(w)\,\delta(\cos\theta - 1), \tag{2}$$

где $\theta$ — угол между импульсом электрона $\mathbf{p}$ и приложенным электрическим полем.

Учитывая, что в "пассивной" области только приходят, а из "активной" только уходят электроны, и, решая кинетическое уравнение Больцмана, для функции $\varphi(w)$ получаем [3]

$$\varphi = N \begin{cases} w^{-1}, & w < \hbar\omega_0, \\ w^{-1}\exp\left[\dfrac{\Phi(y)}{\nu}\right], & w > \hbar\omega_0, \end{cases} \tag{3}$$

где $N$ — постоянная нормировки, $\nu = \dfrac{eEp_0\tau_0}{m\hbar\omega_0}$, а функция $\Phi(y)$ дается выражением

$$\Phi(y) = \sqrt{y(y-1)} - \ln\left(\sqrt{y} + \sqrt{y-1}\right), \quad y = \frac{w}{w_0}. \tag{4}$$

Коэффициент захвата имеет вид

$$C_n = \frac{1}{n}\int d\mathbf{p}\, f(\mathbf{p})\,\frac{p}{m}\,\sigma(w), \tag{5}$$

где $\sigma(w)$ — эффективное сечение захвата. Учитывая результаты работ [1] и [6], $\sigma$ можно представить в виде

$$\sigma(w) = w^{\nu_c - 1}\Psi(w)\left[\exp\left(\frac{2\pi z e^2}{\varepsilon\hbar v}\right) - 1\right]^{-1}\exp\left(-\frac{\tau_1 m v^2}{\hbar}\right), \tag{6}$$

где $\nu_0$ — параметр порядка единицы, $\Psi(w)$ — медленно меняющаяся функция энергии, $z$ — заряд отталкивающего центра в единицах заряда электрона, $v = p/m$ — скорость электрона, $\varepsilon$ — диэлектрическая проницаемость вещества, $\tau_1$ — время туннелирования [5]. В соответствии с вышеизложенным $\sigma(w)$ кроме зоммерфельдовского множителя содержит экспоненту, зависящую от энергии протуннелировавшего электрона.

С учетом (3) и (6), (5) можно представить в виде

$$C_n = \frac{2m}{n} w_0^{\nu_0} N(C_1 + C_2), \tag{7}$$

где

$$C_1 = \int_0^1 y^{\nu_0 - 1}\Psi(w_0 y) \frac{\exp(-\gamma_0 y)}{\exp(\gamma/\sqrt{y}) - 1}\, dy, \tag{8}$$

$$C_2 = \int_1^\infty y^{\nu_0 - 1}\Psi(w_0 y) \frac{\exp[-\gamma_0 y - \Phi(y)/\nu]}{\exp(\gamma/\sqrt{y}) - 1}\, dy, \tag{9}$$

$\gamma = \dfrac{2\pi z e^2}{\varepsilon \hbar v_0}$, $\gamma_0 = 2\tau_1 w_0/\hbar$, $v_0$ — скорость электрона с энергией $w_0$.

Очевидно, что $\nu \ll 1$ (второе неравенство в (1)) и $\gamma \gg 1$. Тогда для нормировочного множителя и для $C_1$ получаем

$$N = \frac{(2\pi\hbar)^3 n}{2 w_0^{1/2} (2m)^{3/2}} \left[1 + \frac{\Gamma(5/3)}{2}\left(\frac{3\nu}{2}\right)^{2/3}\right]^{-1}, \tag{10}$$

$$C_1 \simeq 2\Psi(w_0)\,\gamma^{-1} \exp[-(\gamma + \gamma_0)]. \tag{11}$$

$C_2$ вычислим методом перевала. Из разных возможных соотношений между параметрами, реализуемыми являются следующие: $\gamma \gg 1$, $\nu \ll 1$, так, чтобы выполнялось неравенство $(\nu\gamma/2) \ll 1$. При выполнении этих неравенств, для того чтобы найти приближенное решение трансцендентного уравнения $f_1'(y_0) = 0$ около границы активной области $y \gtrsim 1$, где

$$f_1(y) = \gamma_0 y + \frac{\Phi(y)}{y} + \ln\left[\exp\left(\frac{\gamma}{\sqrt{y}}\right) - 1\right],$$

необходимо также выполнение следующего неравенства: $\gamma_0 \nu \ll 1$. В этих условиях для полей $E < E_0$ получаем

$$y_0 \simeq 1 + \nu^2 \left(\frac{\gamma}{2} - \gamma_0\right)^2 = 1 + \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 \left(1 - 2\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)^2,$$

где $E_0 \equiv (2\hbar\omega_0)/(e v_0 \tau_0 \gamma)$, а для $C_2$ имеем

$$C_2 \simeq 4\sqrt{\pi}\,\Psi(\hbar\omega_0)\sqrt{\left|\frac{\gamma}{2} - \gamma_0\right|}\,\frac{\exp[-(\gamma + \gamma_0)]}{\gamma}\,\frac{E}{E_0}$$
$$\times \exp\left[\frac{4}{3\gamma^2}\left(\frac{E}{E_0}\right)^2 \left(\left|\frac{\gamma}{2} - \gamma_0\right|^3\right)\right]. \tag{12}$$

Подставляя (10), (11) и (12) в (7), для коэффициента захвата получаем

$$C_n = C_0 \left[1 + \frac{\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)}{2}\left(\frac{3}{\gamma}\right)^{2/3}\left(\frac{E}{E_0}\right)^{2/3}\right]^{-1}$$
$$\times \left\{1 + 2\sqrt{\pi}\sqrt{\left|\frac{\gamma}{2} - \gamma_0\right|}\,\frac{E}{E_0}\right.$$
$$\left.\times \exp\left[\frac{4}{3\gamma^2}\left(\frac{E}{E_0}\right)^2\left(\left|\frac{\gamma}{2} - \gamma_0\right|^3\right)\right]\right\}, \tag{13}$$

где

$$C_0 \equiv \frac{(2\pi\hbar)^3}{(2m)^{1/2}}\,(\hbar\omega_0)^{\nu_0 - 1/2}\Psi(\hbar\omega_0)\,\frac{\exp[-(\gamma + \gamma_0)]}{\gamma}. \tag{14}$$

В случае, когда $\gamma_0 \ll \dfrac{\gamma}{2}$, (13) и (14) точно совпадают с результатами работы [3].

Проведем ориентировочные оценки с целью выяснения условия, при котором можно пренебречь последним множителем в (6). Для этого неравенство $\gamma_0 \ll \dfrac{\gamma}{2}$ перепишем в виде

$$T_1 \gg \frac{T_0^{3/2}}{\pi T_B^{1/2}}, \tag{15}$$

где

$$T_B = \frac{E_B}{k} = \frac{z^2}{k}\,\frac{me^4}{2\hbar^2\varepsilon^2}, \qquad T_1 = \frac{\hbar}{2\tau_1 k}.$$

В случае $n$-Ge неравенство (15) принимает вид: для однократно заряженного центра $T_1 \gg 260$ K, для двукратно заряженного $T_1 \gg 130$ K. В случае $n$-Si для однократно и двукратно заряженных центров соответственно имеем $T_1 \gg 340$ K и $T_1 \gg 170$ K.

Таким образом, с увеличением кратности заряда центра захвата слабее становится зависимость эффективного сечения захвата от энергии протуннелировавшего сквозь барьер электрона. Если $T_1 \sim 10^3$ K [6], то очевидно, что для Ge и Si при $z = 2$ эффективное сечение захвата Бонч-Бруевича является хорошим приближением.

Как и результаты работы [3], приведенные в данной работе результаты могут быть реализованы при $T = 20$ K в области полей

$$200\,\text{В/см} < E < 400\,\text{В/см}.$$

## Список литературы

[1] В.Л. Бонч-Бруевич. ФТТ, **6**, 2047 (1964).
[2] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. ФТТ, **7**, 750 (1965).
[3] В.Л. Бонч-Бруевич, З.С. Качлишвили. Вестн. МГУ. Физика, Астрономия, № 5, 580 (1974).
[4] Х.З. Качлишвили, М.Г. Миронов. Тр. Тбил. гос. ун.-та., **291** (28), 37 (1989).

[5] В.Н. Абакумов, В. Карпус, В.И. Перель, И.Н. Яссиевич. ФТП, **22**, 262 (1988).
[6] З.С. Качлишвили, Х.З. Качлишвили, Ф.Г. Чумбуридзе. ФТП, **31**, 944 1997.
[7] И.И. Василюс, И.Б. Левинсон. ЖЭТФ, **50**, 1660 (1966).

*Редактор В.В. Чалдышев*

## On calculation of the capture coefficient of hot electrons trapped by repulsive centres under conditions of a needle-like distribution function

Kh.Z. Kachlishvily, Z.S. Kachlishvili, F.G. Chumburidze

Tbilisi State University,
Tbilisi, Georgia

**Abstract** The capture coefficient of hot electrons trapped by a repulsive Coulomb centre under conditions when the electron distribution function has a "neelde-like" shape and the effective capture section together with the Sommerfeld factor depends exponentially on the energy of the electron tunnelled through the electron barrier is explicitly calculated. Validity criteria of the Bonch-Bruevich effective centre are obtained.