

04:12

К вопросу о нагреве плазмы индуцированным азимутальным током при электрическом взрыве проводника в сверхсильном магнитном поле

© С.Н. Колгатин, Г.А. Шнеерсон

Санкт-Петербургский государственный технический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 6 сентября 1995 г.)

Введение

Электрический взрыв тонких проволок является хорошо известным способом получения плотной высокотемпературной плазмы. Возможности этого метода могут быть расширены, если взрыв происходит в сильном аксиальном магнитном поле. Оно не только стабилизирует неустойчивости, но и может обеспечить дополнительный нагрев азимутальным током, наводимым в плазме при ее расширении. Существование такого эффекта было показано в работе [1], где принималось, что аксиальное поле включается скачком. В данной работе приведены оценки и численные расчеты, подтверждающие возможность такого дополнительного нагрева в постоянном аксиальном поле.

1. Оценки нагрева азимутальным током проводящей среды, образующейся при электрическом взрыве тонкой проволоки в аксиальном магнитном поле

В качестве простейшей модели рассмотрим цилиндрический столб плазмы, расширяющейся в аксиальном поле с тепловой скоростью V_T (это возможно, если пренебречь действием радиальных пондеромоторных сил). Азимутальная плотность тока δ_φ в рассматриваемом приближении может быть найдена по формуле $\delta_\varphi = V_T B_z \sigma$, где B_z — индукция продольного магнитного поля; $\sigma(\rho, T)$ — электропроводность, зависящая от плотности ρ и температуры T : $V_T = (8kT/(\pi m))^{1/2}$ — средняя тепловая скорость ионов массы m . В таблице приведены значения δ_φ для продуктов взрыва медной проволоки в продольном поле с индукцией 100 Тл. При расчетах использованы данные по проводимости меди в диапазоне температур от 10^4 и 10^6 К и плотности от 10^3 до 10 кг/м³ из работы [2]. Приведенные в таблице значения δ_φ следует сопоставить со значениями плотности аксиального тока δ_z , характерными для мощных электрических взрывов. Обычно величина δ_z лежит в диапазоне 10^{10} – 10^{11} А/м² в стадии процесса, когда диаметр проволоки после взрыва имеет порядок 10^{-3} м. Таким образом, азимутальный ток может стать главным

фактором, определяющим нагрев. Характерно, что по мере роста температуры скорость расширения также растет, что в свою очередь приводит к росту δ_φ .

Данные таблицы иллюстрируют хорошо известный факт резкого снижения тока (практически его обрыва) в случае, когда среда успевает расшириться раньше, чем она нагревается до температуры порядка 10^5 К. При достаточно быстром вкладе энергии в начальной стадии процесса возможен режим, когда электропроводность среды успеет пройти минимум и выйти на восходящую ветвь зависимости от температуры. Интенсивный нагрев можно обеспечить как за счет достаточно большого аксиального тока, так и благодаря появлению азимутальной компоненты δ_φ еще в начальной стадии, когда проводник можно рассматривать как жидкометаллический цилиндр, расширяющийся вследствие нагрева. Если не учитывать инерцию среды и действие пондеромоторных сил, то имеет место следующее равенство, связывающее относительное изменение объема ϑ и объемную плотность тепловой энергии da/dt

$$\frac{1}{\chi \vartheta} \frac{d\vartheta}{dt} = \Gamma_0 \frac{dq}{dt} = \Gamma_0 \delta^2 / \sigma = \Gamma_0 (\delta_\varphi^2 + \delta_z^2) / \sigma, \quad (1)$$

где Γ_0 — параметр Грюнайзена, χ — сжимаемость среды.

Далее следует учесть, что азимутальная плотность тока, индуцированного при расширении, и скорость увеличения радиуса связаны соотношением $dr_N/dt = -(\delta_\varphi/B_z\sigma)$, а $\frac{1}{\vartheta} \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{2}{r_N} \frac{dr_N}{dt}$, где r_N — радиус проводника.

С учетом сказанного, уравнение (1) принимает вид

$$\delta_\varphi = -\frac{\Gamma_0 r_N B_z \chi}{2} (\delta_\varphi^2 + \delta_z^2). \quad (2)$$

Формальное решение этого уравнения дает два корня

$$(\delta_\varphi)_{1,2} = -\delta_0 \pm \sqrt{\delta_0^2 + \delta_z^2},$$

где

$$\delta_0 = \frac{1}{r_N \Gamma_0 B_z \chi}$$

характерная плотность тока.

В предельном случае $B_z = 0$ имеем $\delta_\varphi = 0$. Этому условию удовлетворяет первый корень уравнения, поэтому лишь он имеет физический смысл. Полученное

T, К	V _T , м/с	ρ = 10 ³ кг/м ³		ρ = 10 ² кг/м ³		ρ = 10 ¹ кг/м ³		ρ = 1 кг/м ³	
		σ(ρ, T), Ом · м	δ _φ , А/м ²	σ(ρ, T), Ом · м	δ _φ , А/м ²	σ(ρ, T), Ом · м	δ _φ , А/м ²	σ(ρ, T), Ом · м	δ _φ , А/м ²
10 ⁴	2 · 10 ³	3 · 10 ⁴	5 · 10 ⁹	2 · 10 ⁻⁴	5 · 10 ¹	7 · 10 ⁻⁶	1.3	2 · 10 ⁻⁷	4 · 10 ⁻²
10 ⁵	6 · 10 ³	5 · 10 ⁴	3 · 10 ¹⁰	2.5 · 10 ⁴	1.5 · 10 ¹⁰	1.2 · 10 ⁴	7 · 10 ⁹	5 · 10 ³	3.3 · 10 ⁹
10 ⁶	2 · 10 ⁴	5 · 10 ⁵	10 ¹²	2 · 10 ⁵	3 · 10 ¹¹	7 · 10 ⁴	10 ¹¹	3.0 · 10 ⁴	6 · 10 ¹⁰

решение описывает расширение проводника с постоянной скоростью, которое возможно, если $\delta_z \leq \delta_0$. Более детальное исследование расширения жидкометаллического цилиндра, выходящее за рамки данной статьи, показывает, что при условии $\delta_z > \delta_0$ режим расширения становится нестационарным и для его описания следует учитывать инерцию среды.

Наибольшая азимутальная плотность тока, возможная при $dr_N/dt = \text{const}$, есть $\delta_\varphi = \delta_z = \delta_0$. Таким образом, плотность индуцированного азимутального тока становится соизмеримой с плотностью аксиального тока в том случае, когда сам этот ток близок к δ_0 . Условие $\delta_z \approx \delta_0$ можно представить в виде

$$\delta_z = \frac{i_z}{\pi r_N^2} \approx \frac{1}{\chi \Gamma_0 r_N B_z} \quad (3)$$

или

$$i_z \approx i_0 = \frac{\pi r_N}{\Gamma_0 B_z \chi}, \quad (4)$$

где i_z — аксиальный ток.

Ток i_0 как характерный параметр, описывающий начальную стадию электрического взрыва проволоочки в аксиальном магнитном поле, сохраняет свое значение при всех режимах нагрева, а не только в режиме расширения с постоянной скоростью. Для холодной меди $\chi \cong 0.73 \cdot 10^{-11} \text{ (Па)}^{-1}$, $\Gamma_0 \cong 2$. В случае $r_N = 10^{-4} \text{ м}$, $B_z = 100 \text{ Тл}$ имеем $i_0 = 2.1 \cdot 10^5 \text{ А}$. По мере нагрева проводника сжимаемость растет и характерный ток i_0 убывает. Из приведенной оценки видно, что возбуждение азимутального тока в начальной стадии взрыва возможно при вполне достижимых значениях аксиального тока и индукции внешнего магнитного поля. При заданном токе i_z индукция

$$B_z = \frac{\pi r_N^2}{\Gamma_0 i_z \chi} = B_{z0}$$

является пороговой с точки зрения возбуждения азимутального тока в начальной стадии процесса. Однако это значение B_z может оказаться недостаточным, чтобы обеспечить условие взрыва проводника без обрыва тока. В зависимости от тока i_z и радиуса проволоочки r_N может потребоваться более или менее сильное превышение индукции B_z над пороговым значением B_0 для непрерывного перехода в плазменную стадию, т. е. к попаданию на восходящую ветвь U-образной зависимости электропроводности от температуры.

2. Численное моделирование

Возможность дополнительного нагрева плазмы индуцированным азимутальным током подтверждается результатами численного эксперимента. Для численного исследования процесса электрического взрыва проводника была использована одномерная осесимметричная модель магнитной газовой динамики, которая в переменных Лагранжа $s = \int_0^r \rho(\xi) \xi d\xi$ (r — эйлеров радиус, ρ — плотность, ξ — переменная интегрирования) записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial(1/\rho)}{\partial t} = \frac{\partial(rv)}{\partial s}, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v, \quad (5), (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -r \frac{\partial p}{\partial s} - \mu_0 \left(r \frac{\partial}{\partial s} (H_z^2/2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial s} ((rH_\varphi)^2/2) \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_\varphi}{\rho} \right) = \frac{H_\varphi v}{\rho r} + \frac{r}{\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial s}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H_z}{\rho} \right) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial s} (rE_\varphi), \quad (9)$$

$$\delta_\varphi = -\rho r \frac{\partial H_z}{\partial s} = \sigma E_\varphi, \quad \delta_z = \rho \frac{\partial (rH_\varphi)}{\partial s} = \sigma E_z, \quad (10), (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \frac{\partial(rv)}{\partial s} + \frac{1}{\rho} (\delta_\varphi E_\varphi + \delta_z E_z), \quad (12)$$

где индексы z и φ относятся к осевым и азимутальным компонентам соответствующих векторов, t — время, v — радиальная скорость, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, H и E — напряженности магнитного и электрического полей, δ — плотность тока, p и ε — давление и внутренняя (на единицу массы) энергия.

Для замыкания системы необходимо привлечь уравнения состояния вещества, например в форме $p = f_p(\rho, T)$ и $\varepsilon = f_\varepsilon(\rho, T)$; в данной работе использовались соотношения из [3]. Кроме того, необходимо задать зависимость электропроводности от плотности и температуры, для чего использовалась модель проводимости А.Я. Полищука [2].

Граничные условия к системе уравнений магнитной газовой динамики записывались в следующем виде. На оси симметрии $r = 0$: $v(t, 0) = 0$, $H_\varphi(t, 0) = 0$, $E_\varphi(t, 0) = 0$. На границе проволоочки с вакуумом $s = s_N$: $p(t, s_N) = 0$, $H_z(t, s_N) = H_0$, $H_\varphi(t, s_N) = I(t)/[2\pi r_N(t)]$; здесь H_0 — напряженность внешнего

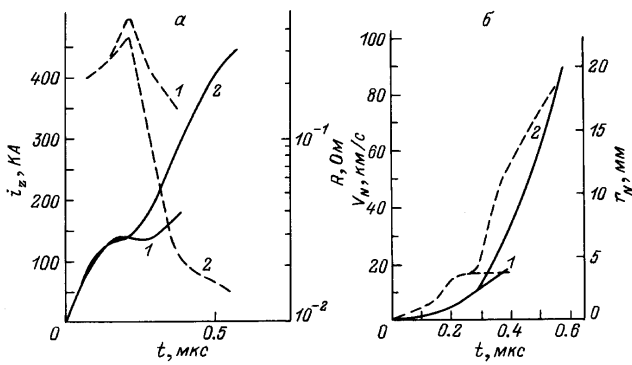


Рис. 1. Зависимость силы тока (сплошные кривые) и сопротивления (пунктир) (а), скорости границы проводника (пунктир) и его радиуса (сплошные кривые) (б) от времени.

аксиального поля на поверхности проводника, задаваемая как параметр расчета, $i_z(t) = \int_0^{r_N(t)} \delta_z 2\pi r dr$ — суммарный ток во внешней цепи, $r_N(t)$ — радиус проводника. Ток определялся из уравнений внешней электрической цепи с емкостью $C_0 = 4\mu\Phi$, индуктивностью $L_0 = 20$ нГ и начальным напряжением на конденсаторе $U_0 = 20-50$ КВ

$$l_0 E_{zN} + L_0 \frac{di_z}{dt} - U(t) = -\frac{\mu_0 l_0}{2\pi} \frac{d}{dt} \left(i_z \ln \left(\frac{r_*}{r_N} \right) \right), \quad (13)$$

$$-C_0 \frac{dU}{dt} = i_z. \quad (14)$$

Здесь E_{zN} — напряженность электрического поля на границе проводника, r_* — эквивалентный радиус обратных проводов. Длина провололки в рассмотренных ниже вариантах составляла $l_0 = 15$ мм, начальный диаметр $D_0 = 0.2$ мм, $r_* = 20$ мм. В качестве начальных условий выбирались $\rho(0, s) = \rho_0$, $T(0, s) = T_0$, $v(0, t) = 0$, $E_z(0, s) = 0$, $E_\varphi(0, s) = 0$, $H_\varphi(0, s) = 0$, $H_z(0, s) = H_0$. Система уравнений (5)–(10) решалась численно, методами А.А.Самарского [4]. Для подавления счетных неустойчивостей в разностную схему включалась искусственная псевдовязкость. Излучение на данном этапе работы не учитывалось. Произведенные расчеты показали, что характер взрыва существенно зависит от значения начального напряжения на конденсаторе (т. е. от скорости нарастания тока в провололке) и от внешнего аксиального магнитного поля. Для примера ниже подробно рассмотрены случаи $U_0 = 20$ (с учетом контура провололка-обратные провода, расчетная скорость нарастания тока $\sim 5 \cdot 10^{11}$ А/с, амплитуда ~ 200 КА) и 50 КВ ($\sim 1.5 \cdot 10^{12}$ А/с и 550 КА соответственно).

На рис. 1, а представлены электротехнические, а на рис. 1, б — газодинамические параметры взрыва провололки при начальном напряжении на конденсаторе $U_0 = 50$ КВ для $B_0 = 0$ (кривые 1) и 120 Тл

(кривые 2). Рисунок демонстрирует зависимость характера взрыва от наличия внешнего аксиального магнитного поля. Видно, что при $B_0 = 120$ Тл рост тока и падение электрического сопротивления провололки R начинаются раньше (рис. 1, а), а разлет носит более интенсивный характер (1, б) по сравнению с вариантом без поля.

Временная эволюция различных магнитогазодинамических параметров взрывающегося проводника при $U_0 = 50$ КВ для случая $B_0 = 0$ (кривые 1) и 120 Тл (кривые 2) представлена на рис. 2, а–в. Как на оси, так и на границе области проводимости, плотность и температура мало отличаются вплоть до момента времени ~ 0.25 мкс. После этого плотность на оси провололки в варианте с полем несколько выше, чем без поля (сплошные кривые 2 и 1 на рис. 2, б). Электропроводность на оси σ_e (на графике она отнесена к начальному значению $\sigma_0 = 4.7 \cdot 10^7$ (Ом · м)⁻¹) в рассматриваемых вариантах различается слабо (сплошные кривые 2 и 1 на рис. 2, а). Вероятно, это объясняется более низкой температурой на оси провололки в варианте с полем (сплошные кривые 1 и 2 на рис. 2, в).

Большее различие в зависимости от внешнего продольного магнитного поля демонстрируют параметры

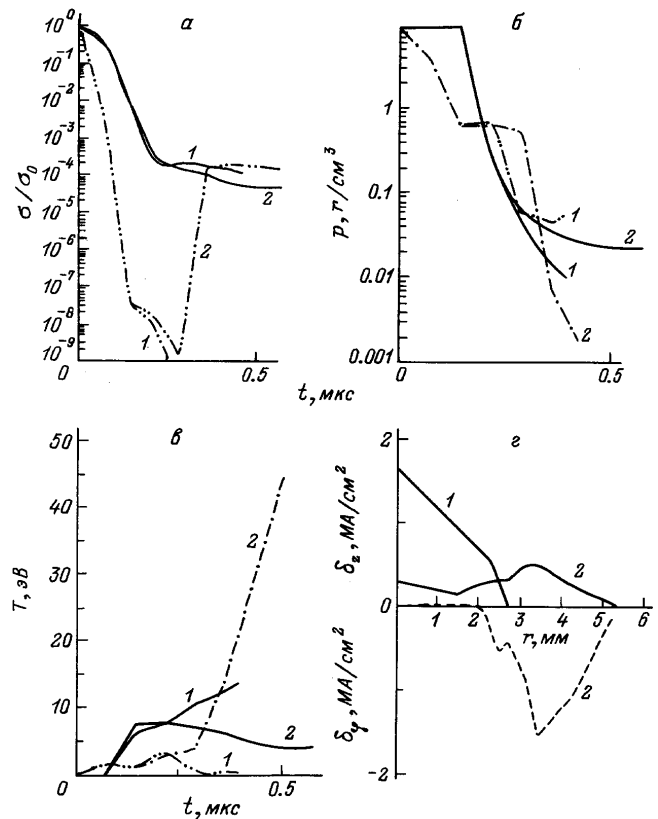


Рис. 2. Зависимость электропроводности (а), плотности (б) и температуры (в) на оси проводника (сплошные кривые) и на краю области (пунктир, штрихпунктир) от времени, плотности азимутального (пунктир) и аксиального тока (сплошные кривые) от радиуса при $t = 0.3$ мкс (з).

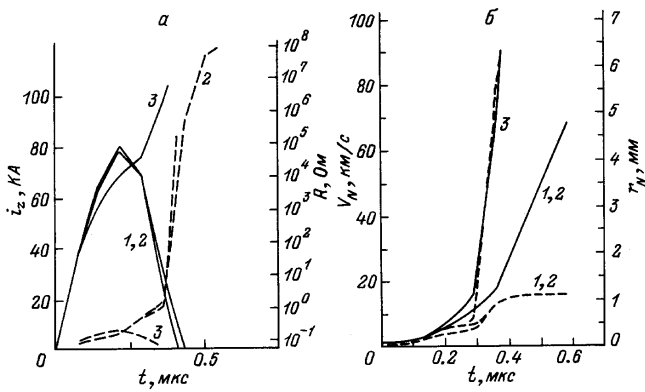


Рис. 3. Зависимость силы тока (сплошные кривые) и сопротивления (пунктир) (а), скорости границы проводника (пунктир) и его радиуса (сплошные кривые) (б) от времени.

плазмы у края проволоочки при $t \geq 0.25$ мкс. Несмотря на значительное уменьшение плотности по отношению к случаю $B_0 = 0$ (штрихпунктирные кривые 2 и 1 на рис. 2, б), электропроводность у края проволоочки в варианте с $B_0 = 120$ Тл после характерного провала восстанавливается и превышает значение в центре (штрихпунктирная кривая 2 на рис. 2, а), чего не наблюдается в варианте без поля (кривая 1). Данный эффект связан со значительным разогревом пристеночного слоя, хорошо заметным на рис. 2, в (штрихпунктирная кривая 2). Видно, что для $B_0 = 0$ температура на краю области со временем, наоборот, уменьшается.

Определяющим фактором различий в рассмотренных вариантах является генерация значительного (по отношению к продольному) азимутального тока на периферии проводника, который и приводит к наблюдаемому разогреву пристеночного слоя. Это подтверждается рис. 2, г, где в зависимости от эйлеровой координаты r для момента времени $t = 0.3$ мкс приведены профили плотностей продольного δ_z и азимутального δ_φ токов. Видно, что при $B_0 = 120$ Тл по мере разлета в приграничной области индуцируется азимутальный ток, плотность которого δ_φ становится больше, чем δ_z (штриховая кривая 2 на рис. 2, г). Этот ток сосредоточен на периферии области, что и приводит к ее сильному разогреву. Одновременно из-за повышения электропроводности с температурой ближе к краю проволоочки смещается и азимутальный ток (пик на сплошной кривой 2), что, очевидно, и приводит к относительному охлаждению центральной области, отмеченному ранее (сплошная кривая 2 на рис. 2, в). Напротив, в варианте без поля наибольший азимутальный ток протекает вблизи оси проводника (сплошная кривая 1 на рис. 2, г).

Рассмотренный режим является примером случая, когда ток в цепи нарастает настолько быстро, что полного его обрыва не происходит из-за интенсивного нагрева плазмы даже при отсутствии магнит-

ного поля B_0 . Здесь аксиальное поле играет роль фактора, приводящего к дополнительному интенсивному нагреву периферийной области. При меньшем напряжении источника возможен режим, когда продольное поле качественно изменяет картину процесса: без поля имеет место обрыв тока, а в сильном поле он отсутствует. Динамика изменения электротехнических параметров при взрыве проволоочки с меньшим начальным напряжением на конденсаторе ($U_0 = 20$ кВ), без и с внешним продольным магнитным полем иллюстрируется рис. 3, а, где приведены в зависимости от времени ток и сопротивление, и рис. 3, б, где представлены радиус r_N и скорость плазмы на краю проводника v_N . Кривые 1 относятся к взрыву проволоочки при $B_0 = 0$, кривые 2 — $B_0 = 120$, 3 — 1200 Тл. Из анализа этих кривых видно, что эффект воздействия продольного поля носит пороговый характер и проявляется при значении $B_0 \approx 1000$ Тл. В этом поле ток в цепи не обрывается, тогда как при $B_0 = 0$ или 120 Тл имеет место обрыв тока к моменту времени ~ 0.5 мкс, что значительно меньше расчетной длительности первого полупериода колебаний тока (около 1.4 мкс). При этом зависи-

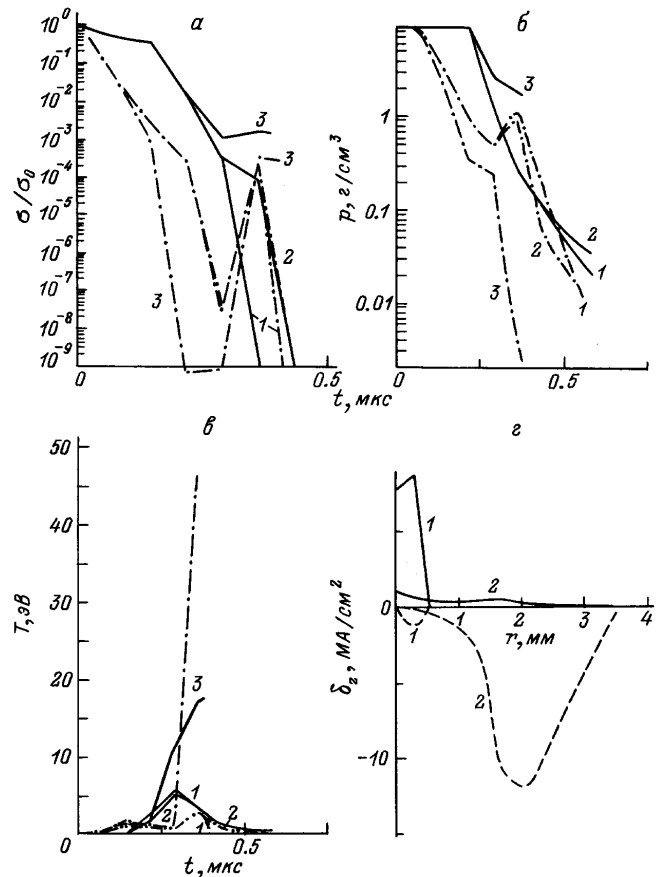


Рис. 4. Зависимость электропроводности (а), плотности (б) и температуры (в) в центре проводника (сплошные кривые) и на периферии (пунктир) от времени; плотности азимутального (пунктир) и аксиального (сплошные кривые) тока от радиуса при $t = 0.3$ мкс (г).

мости тока от времени в последних двух случаях (сплошные кривые 1 и 2 на рис. 3, а) практически не различаются. Таким образом, влияние поля в режиме с относительно слабым током носит пороговый характер: оно проявляется лишь при достаточно большом B_0 (в данном случае ~ 1000 Тл). Скачок скорости внешней границы проводника вместе с резким ростом сопротивления наблюдается в отсутствие поля и при 120 Тл вблизи момента времени ~ 0.3 мкс. При очень большом внешнем поле ($B_0 = 1200$ Тл, кривая 3 на рис. 3, а) вслед за некоторым уменьшением скорости нарастания тока i_z наблюдается его дальнейший рост. Сопротивление же проволоочки после незначительного возрастания вновь уменьшается (штриховая кривая 3 на рис. 3, а). Как показывает рис. 3, б, в сверхсильном поле разлет проволоочки начинается раньше и происходит с большей по отношению к другим рассмотренным вариантам скоростью (кривые 3).

Временная эволюция различных магнитогазодинамических параметров взрывающегося проводника при $U_0 = 20$ КВ для случая $B_0 = 0$ (кривые 1), 120 (кривые 2) и 1200 Тл (кривая 3) представлена на рис. 4, а-в. Видно, что электропроводность и плотность в центре проволоочки к моменту времени $t \sim 0.5$ мкс в сверхсильном поле (1200 Тл) выше, чем при $B_0 = 120$ Тл, либо в отсутствие поля (сплошные кривые 1-3 на рис. 4, а, б). Также при $B_0 = 1200$ Тл наблюдается различие в поведении температуры в центре образца: в отличие от сплошных кривых 1 и 2 на рис. 4, в кривая 3, начиная с некоторого момента времени, идет вверх. С достижением достаточно высокой температуры в центре (~ 20 эВ) связано отсутствие в сверхсильном поле резкого спада в зависимости электропроводности в центре проволоочки от времени, наблюдаемого для $B_0 = 0$ и 120 Тл (сплошная кривая 3 на рис. 4, а в отличие от кривых 1 и 2).

Вблизи от края проволоочки по мере ее расширения происходит резкое падение плотности и электропроводности. В случае сверхсильного поля спад σ (штрихпунктирная кривая 3 на рис. 4, а) более глубокий (очевидно, из-за более раннего начала разлета). Из-за последующего роста температуры к моменту времени $t \sim 0.4$ мкс значения электропроводности на периферии образца возрастают и для всех трех рассматриваемых вариантов выравниваются к моменту 0.4 мкс (штрихпунктирные кривые 1-3 на рис. 4, а), хотя плотность у края проволоочки для $B_0 = 1200$ Тл на два порядка ниже, чем без поля и при $B_0 = 120$ Тл. Очевидно, данное обстоятельство можно отнести за счет значительного разогрева периферии в сверхсильном поле, хорошо заметного на рис. 4, в (штрихпунктирная кривая 3); в двух других рассматриваемых случаях этот эффект отсутствует. Далее проводимость на краю области при взрыве в сверхсильном поле остается практически такой же, тогда как в двух других случаях она быстро обрывается из-за снижения плотности при отсутствие достаточно сильного нагрева.

Как и в предыдущем случае ($U_0 = 50$ КВ), резкое повышение температуры вблизи границы проводника вызвано значительным азимутальным током, индуцируемым в проводнике при его расширении в сверхсильном поле. Плотности продольного (сплошные линии) и азимутального (пунктиры) токов у края проволоочки в зависимости от эйлеровой координаты r в момент времени $t = 0.3$ мкс представлены на рис. 4, г. Кривые 1 относятся к случаю $B_0 = 120$ Тл, а кривые 2 — к варианту $B_0 = 1200$ Тл. Видно, что в сверхсильном поле наблюдается отмеченный выше эффект: на периферии образца индуцируется азимутальный ток δ_φ (штриховая кривая 2), значительно превышающий продольный ток δ_z (сплошная кривая 2). В случае же менее сильного поля (120 Тл для данного напряжения на конденсаторе) величина δ_z (сплошная кривая 1), напротив, существенно выше, чем δ_φ (штриховая кривая 1); в этом варианте дополнительный нагрев отсутствует.

Таким образом, показано, что при взрыве проводника в продольном сверхсильном магнитном поле может наблюдаться значительный дополнительный разогрев плазмы азимутальными токами. Этот эффект наблюдается при достижении порогового значения индукции внешнего аксиального магнитного поля B_0 . В результате проведенных оценок и расчетов было установлено, что значение B_0 существенно зависит от параметров внешней электрической цепи. В диапазоне скоростей нарастания тока $\sim 10^{11}-10^{12}$ А/с значение B_0 , при котором влияние аксиального поля существенно, уменьшается примерно на порядок при увеличении скорости нарастания тока в два раза.

Существенное влияние азимутальных токов на поведение плазмы при взрыве делает этот процесс сходным с тета-пинчем. Он является альтернативой известным методам нагрева плотной "металлической" плазмы в геометрии z-пинча.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 93-02-17419) и Международного фонда научных исследований (грант № JGO 100).

Список литературы

- [1] Колгатин С.Н., Шнеерсон Г.А. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 20. Вып. 5. С. 67-71.
- [2] Беспалов И.М., Полищук А.Я. Препринт ИВТ АН СССР. № 1-257. М., 1988. 35 с.
- [3] Колгатин С.Н., Хачатурьянц А.В. // ТВТ. 1982. № 18. С. 447-452.
- [4] Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975. 351 с.