

## Краткие сообщения

01;07

### Допплеровский релятивистский метод расчета невзаимности оптических контуров с произвольно изменяющимся по длине показателем преломления

© А.С. Беланов, Л.М. Некрасова, А.Т. Полухин

Московская государственная академия приборостроения и информатики,  
107846 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 17 апреля 1995 г.)

Для оценки невзаимных релятивистских эффектов, возникающих при вращении кольцевого контура, обычно используются методы общей теории относительности. Такие оценки выполнены без учета показателя преломления в контуре [1,2]. Кроме этого, эти методы являются малодоступными для широкого круга разработчиков волоконно-оптических датчиков. В настоящей работе общая теория относительности не используется, расчеты выполнены с применением специальной теории относительности.

Определенное упрощение, которое можно использовать при построении теории волоконного кольцевого интерферометра, обусловлено кольцевым характером движения оптических интерферирующих волн в его оптическом контуре. Движение оптических импульсов в таком контуре всегда представляет неинерциальный процесс, независимо от того, покоится или нет контур в целом. Кольцевой оптический контур начинается и заканчивается (условно) в точке ответвителя. Время прихода импульса по кольцевому контуру определяется разностью моментов прихода и ухода в точке ответвителя. Оно интегрально зависит от всех особенностей движения оптического импульса на всех отдельных участках оптического контура: относительной скорости их движения, геометрии, показателя преломления. Весь замкнутый контур можно разбить на отдельные малые элементы и рассмотреть вклад каждого элемента в общий интегральный эффект в отдельности. При этом для малых линейных элементов можно оперировать локально однородными оптическими параметрами и линейной скоростью их движения. Все расчеты для каждого из них можно производить в сопутствующей инерциальной системе координат и не обращать внимания на вращение вокруг некоторого общего центра. Физическое значение имеет только результат интегрирования по всему замкнутому контуру, куда вращение войдет естественным путем.

Разместим вдоль оптической оси рассматриваемого волоконно-оптического контура непрерывное множество инерциальных систем отсчета. Каждому малому элементу контура  $d\mathbf{l}$  для рассматриваемого физически малого интервала времени можно сопоставить

некоторую инерциальную систему координат, взятую из данного набора инерциальных систем координат, которая будет в данный момент времени находиться на оси этого малого элемента контура и иметь нулевую скорость относительно некоторой опорной системы координат, например в приведенном центре вращения всего замкнутого волоконно-оптического контура. Положим, что в рассматриваемый момент времени скорость элемента  $d\mathbf{l}$  относительно его локальной инерциальной системы координат равна  $\mathbf{v}$ , причем угол между векторами  $\mathbf{v}$  и  $d\mathbf{l}$  равен  $\vartheta$ . Если измерять частоту встречных волн, проходящих в рассматриваемый момент времени через элемент  $d\mathbf{l}$ , в локальной инерциальной системе координат, то значения частоты окажутся различными для встречных волн и равными [3]

$$\omega^\pm = \omega_0 / \gamma \left( 1 \mp \frac{v \cos \vartheta}{c/n} \right), \quad (1)$$

где  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ ;  $c$  — скорость света в вакуме;  $\omega_0$  — частота в системе координат, движущейся вместе с элементом  $d\mathbf{l}$ ;  $n$  — показатель преломления света на участке элемента  $d\mathbf{l}$ ; индексами "плюс" и "минус" обозначены величины, относящиеся соответственно к прямой и обратной волне.

Чтобы получить фазовые набеги встречных волн на элементе  $d\mathbf{l}$ , необходимо частоты  $\omega^\pm$  умножить на время прохождения встречных волн через элемент  $d\mathbf{l}$ , которое также различно для каждой встречной волны. В локальной инерциальной системе координат имеем

$$dt^\pm = dl/c^\pm, \quad d\varphi^\pm = \omega^\pm dt^\pm, \quad (2)$$

где  $c^\pm$  — скорости встречных волн в локальной системе координат.

Для  $c^\pm$  с учетом релятивистского сложения скоростей находим

$$c^\pm = \left( \frac{c}{n} \pm v \cos \vartheta \right) / \left( 1 \pm \frac{v \cos \vartheta}{cn} \right). \quad (3)$$

В первом приближении по  $v/c$

$$c^\pm = \frac{c}{n} \pm \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) v \cos \vartheta. \quad (4)$$

Фазовая незаимность, которая возникает между встречными волнами на элементе  $d\ell$ , определяется разностью величин  $d\varphi^+$  и  $d\varphi^-$ . Полная фазовая невзаимность встречных интерферирующих на выходе волоконного кольцевого интерферометра волн определяется интегрированием по всем элементам замкнутого контура, в результате

$$\Delta\Phi = \frac{2\omega_0}{c^2} \oint \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \mathbf{v} d\ell}{1 - \frac{v^2 \cos^2 \vartheta}{c^2 n^2}}. \quad (5)$$

Эта формула переходит в известные выражения, полученные для эффекта Саньяка с применением общей теории относительности для оптических волн, распространяющихся в равномерно вращающемся замкнутом оптическом канале, содержащем вакуум, если положить  $n = 1$ . Кроме этого, полученная формула выполняется и для случаев, когда различные части замкнутого контура вращаются с различными скоростями, так что в процессе вращения происходит изменение его формы.

Примененный в работе допплеровский релятивистский метод расчета позволяет оценить фазовые сдвиги интерферирующих волн в интерферометрах не только с кольцевой, но и разноплечной оптической схемой, где роль встречных волн выполняет фактически одна и та же волна, проходящая канал в прямом и обратном направлениях, а также и других схемах, например интерферометре Маха–Цендера. В связи с появлением интерферометров с протяженным волоконно-оптическим контуром появился практический интерес к регистрации с их помощью различных релятивистских эффектов и соответственно к методам их оценки в волоконно-оптических интерферометрах с учетом реальных свойств волоконных световодов. Для усиления релятивистских эффектов в работах [4,5] рассмотрены интерферометры со значительной геометрической асимметрией интерферирующих лучей и каналов их распространения, что в реальных условиях определяет резкое нарастание невзаимных фазовых шумов из-за неоднородных тепловых и акустических воздействий на разнесенные в пространстве волоконные протяженные контуры. Учет неоднородного распределения показателя преломления в волокне позволяет не только повысить точность оценок, но и специально использовать оптическую неоднородность, создаваемую за счет именно показателя преломления в едином для интерферирующих волн канале, сводя таким образом к минимуму геометрическую невзаимность интерферирующих волн по отношению к случайным внешним воздействиям.

## Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [2] Шереметьев А.Г. Волоконный оптический гироскоп. М.: Радио и связь, 1987. 151 с.
- [3] Галанин М.Д. Допплера эффект. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1960.
- [4] Kennedy R.J., Thorndike E.M. // Phys. Rev. 1932. Vol. 42. N 1. P. 400–418.
- [5] Bohm M. Fider-optical Inertial Velocimeters. 4<sup>th</sup> Intern. Conf. on Optical Fibersensors. Tokyo, 1986. P. 299–302.