

01;05;12

Контактный теплообмен разнородных материалов

© В.В. Харитонов, Н.В. Якутин

Московский инженерно-физический институт,
115409 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 19 сентября 1995 г.)

Для количественного описания влияния величины и направления теплового потока на контактное термическое сопротивление впервые использовано полученное авторами точное решение задачи термоупругости для цилиндра, нагреваемого и охлаждаемого с торцов. Показано, что заметная макроволнистость первоначально плоских контактирующих поверхностей может сформироваться за счет теплового расширения контактирующих образцов при прохождении теплового потока через контакт. Изменение направления теплового потока на обратное вызывает изменение формы макроволнистости и изменение контактного термического сопротивления.

Введение

Контакт шероховатых или волнистых поверхностей может оказывать большое термическое (или электрическое) сопротивление, изучению которого посвящено много работ [1–8]. Однако разброс экспериментальных данных относительно теоретических кривых весьма велик (более 100–200%) особенно для разнородных материалов. В ряде экспериментов [2–6] показано, что величина термического сопротивления контакта разнородных материалов может изменяться в несколько раз при изменении направления теплового потока через контакт. В [4,7] эффект направленности теплового потока объясняется изменением формы контактирующих поверхностей под влиянием теплового расширения материалов. В [7] использованы весьма приближенные оценки этого эффекта.

В данной работе для количественного описания влияния величины и направления теплового потока на контактное термическое сопротивление впервые использовано полученное авторами [9,10] точное решение задачи термоупругости для цилиндра, нагреваемого и охлаждаемого с торцов. Показано, что заметная макроволнистость первоначально плоских контактирующих поверхностей может сформироваться за счет теплового расширения контактирующих образцов при прохождении теплового потока через контакт. Изменение направления теплового потока на обратное вызывает изменение формы макроволнистости и контактного термического сопротивления.

Определение контактного термического сопротивления

Отношение скачка температуры ΔT_k на контакте (рис. 1) к тепловому потоку Q (Вт), проходящему через контакт, называют термическим сопротивлением контакта

$$R_k = \Delta T / Q \text{ (К/Вт)}. \quad (1)$$

Отношение плотности теплового потока $q = Q/\pi b^2$ (Вт/м²) к скачку температуры на контакте ΔT_k называют тепловой проводимостью контакта или коэффициентом контактной теплопередачи

$$\alpha_k = \frac{q}{\Delta T_k} = \frac{1}{\pi b^2 R_k}. \quad (2)$$

Согласно теории контактного теплообмена, наиболее полно представленной в [1], контактное термическое сопротивление связано с дискретностью реального контакта твердых тел. Соприкосновение тел осуществляется лишь в ограниченном числе пятен, суммарная площадь которых обычно не превышает 1% видимой (номинальной, сглаженной) площади контакта. Пространство между контактирующими неровностями обычно заполнено газом, теплопроводность которого в десятки–сотни раз меньше теплопроводности твердых тел. Вследствие дискретности контакта твердых тел и большого термического сопротивления среды, заполняющей зазор, линии теплового тока стягиваются к контактными пятнам. Когда относительная площадь фактического контакта мала (что обычно и наблюдается), то тепловую проводимость контакта α_k можно рассматривать как сумму двух независимых слагаемых $\alpha_k = \alpha_c + \alpha_{пэ}$. Первое характеризует тепловую проводимость среды в контактном зазоре, а второе — тепловую проводимость пятен контакта, обусловленную стягиванием линий теплового тока (дресселированием теплового потока). При контакте в вакууме в области умеренных температур имеем $\alpha_k = \alpha_{пэ}$. В [1] было показано, что контактирующие торцы цилиндрических образцов, обычно используемых в экспериментах по контактному теплообмену, имеют не плоскую, а сферическую форму из-за механической обработки торцов. Такая "макроволнистость" контактирующих поверхностей создает дополнительное термическое сопротивление за счет стягивания линий теплового тока к макротяну контакта, в пределах которого контактируют уже выступы шероховатости (микротяну или микропятна контакта).

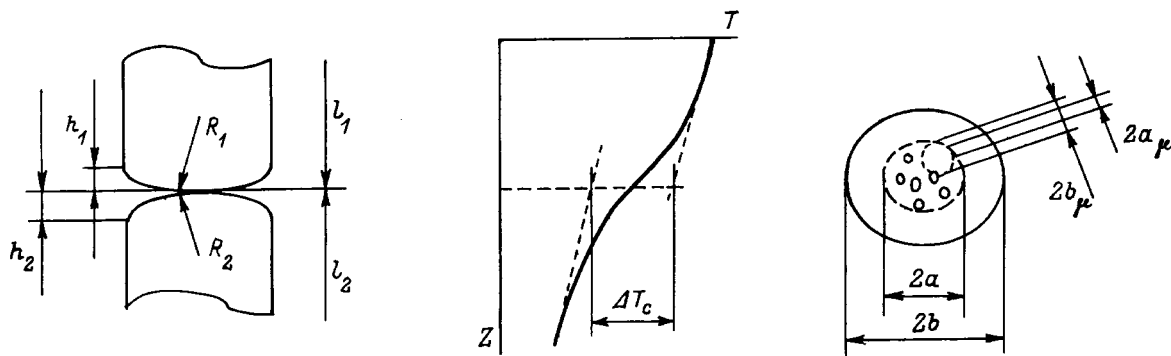


Рис. 1. Схема контакта цилиндрических образцов со сферическими торцами.

Таким образом, результирующее термическое сопротивление пятен контакта можно рассматривать как сумму последовательно включенных сопротивлений: сопротивления стягивания R_M теплового потока к макропятну контакта диаметром $2a$ (рис. 1) и N параллельно включенных сопротивлений стягивания R_μ к микропятнам контакта со средним диаметром $2a_\mu$, расположенным со средним шагом $2b_\mu$ (связанным с плотностью расположения микропятен $n_k = N/\pi a^2$ (м^{-2}) выражением $\pi b^2 n_k = 1$)

$$R_{\text{пэ}} = R_M + R_\mu/N. \quad (3)$$

Сопротивление стягивания единичного контакта (макро- или микро-, индексы опускаем) двух материалов 1 и 2 при малой кривизне контактирующих поверхностей ($R_1, R_2 \gg b$, что характерно для подавляющего большинства экспериментов), согласно [1], определяется выражением

$$R_{\text{п}} = \frac{\psi}{2a\lambda}, \quad \frac{2}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}. \quad (4)$$

Здесь функция $\psi(a/b)$ учитывает влияние на $R_{\text{п}}$ относительной площади пятна контакта $(a/b)^2$, а также распределение теплового потока на пятне контакта. Если считать пятно контакта изотермическим, то

$$\psi\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{2}{\pi} \arctg\left(\frac{b}{a} - 1\right). \quad (5)$$

Если считать постоянной плотность теплового потока через пятно контакта, то

$$\psi\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{16}{\pi} \frac{b}{a} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\mu_k a/b)}{\mu_k J_0^2(\mu_k)} \approx \frac{32}{3\pi^2} \left(1 - \frac{a}{b}\right)^{3/2}. \quad (6)$$

Здесь $J_\nu(x)$ — функция Бесселя, μ_k — корни уравнения $J_1(x) = 0$. Если тепловой поток в пределах пятна контакта задать в виде параболы, то

$$\psi\left(\frac{a}{b}\right) \approx 1.11 - 1.41 \frac{a}{b} + 0.30 \left(\frac{a}{b}\right)^2. \quad (7)$$

Во всех рассмотренных случаях $\psi = 0$ и $R_{\text{п}} = 0$ при $a = b$ (сплошной контакт). При $a \ll b$ величина ψ близка к 1, поэтому термическое сопротивление стягивания (4) обратно пропорционально размеру пятна и эффективной (среднегеометрической) теплопроводности контактирующих образцов λ .

Подстановка (4) в (3) дает

$$R_{\text{п}} = \frac{\psi_M}{2a\lambda} + \left(\frac{b_\mu}{a}\right)^2 \frac{\psi_\mu}{2a_\mu\lambda} = \frac{\psi_M}{2a\lambda} + \frac{1}{\alpha_\mu \pi a^2}. \quad (8)$$

Здесь индексы m и μ относятся к макро- и микропятнам контакта соответственно, $\alpha_\mu = n_k/R_\mu = 1/\pi b_\mu^2 R_\mu$ — термическая проводимость микропятен контакта в $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Если торцы цилиндров контактируют не по круглому макропятну, а по макрокольцу внутренним диаметром $2a$ и внешним $2b$, то вместо (8) для сопротивления пятен получим выражение

$$R_{\text{п}} = \frac{\psi_M}{2a\lambda(b^2/a^2 - 1)} + \frac{b_\mu^2}{b^2 - a^2} \frac{\psi_\mu}{2a_\mu\lambda}. \quad (9)$$

Из сравнения (8) и (9) следует, что при одинаковой площади фактического контакта сопротивления стягивания к макропятну и к макрокольцу могут существенно отличаться по величине.

а) Размер макропятна контакта находится из решения задачи Герца о соприкосновении упругих тел со сферическими поверхностями контакта [12]

$$a = \left(\frac{3}{4} \frac{FR}{E}\right)^{1/3} = \left(\frac{3\pi}{4} \frac{P}{E} b^2 R\right) \leq b. \quad (10)$$

Здесь $F = \pi b^2 P$ — сила сжатия образцов, P — давление сжатия в Па; эффективные (среднегеометрические) модуль упругости материалов E (Па) и радиус кривизны R (м) находятся по формулам

$$\frac{2}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}, \quad \frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (11)$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Среднегеометрические значения величин λ , R и E совпадают с действительными значениями при контакте материалов с одинаковой кривизной и свойствами (в случае E с точностью до $1 - \nu^2$). Здесь и далее принято считать кривизну (обратный радиус кривизны) положительной, если центр кривизны находится со стороны тела цилиндра (выпуклый торец), и отрицательной, если центр кривизны расположен с внешней стороны торца цилиндра (вогнутый торец).

б) Средний размер микропятен контакта, согласно [1], является достаточно консервативной величиной: он слабо зависит не только от контактного давления, но и от чистоты обработки поверхностей и от рода материалов, приведенных в соприкосновение. Это связано с тем, что с ростом контактного давления относительная площадь фактического контакта увеличивается в основном за счет роста числа микропятен контакта, а не за счет их размера. Кроме того, величина a_μ зависит от радиуса кривизны и высоты микронеровностей приблизительно как корень квадратный из их произведения. Поэтому с повышением класса чистоты обработки поверхностей уменьшается высота микронеровностей и увеличивается радиус кривизны их вершин, а средний размер микропятен контакта практически не изменяется. Сказанное позволяет в качестве первого приближения принять величину $a_\mu \approx 30$ мкм одинаковой для всех материалов и видов обработки материалов. Для более строгих расчетов величину a_μ можно оценить по методике, изложенной в [1].

Тепловую проводимость микропятен контакта при упругом деформировании выступов шероховатости можно, согласно [1], оценить по формуле ($\psi_\mu \approx 1$)

$$\mu\alpha_\mu = \frac{n_k}{R_\mu} = \frac{1}{\pi b_\mu^2 R_\mu} \approx \frac{\lambda}{a_\mu} \left(\frac{P_k a_\mu}{Eh} \right)^m, \quad (12)$$

где $P_k = P(b/a)^2$ — контактное давление в области проводимости микропятен; $h = h_1 + h_2$ — суммарная среднеарифметическая высота микронеровностей контактирующих материалов; $m = 0.7-0.8$ — показатель степени, зависящий от распределения микронеровностей по высоте.

Подстановка выражений (10) и (12) в (8) позволяет получить зависимость термического сопротивления контакта разнородных материалов в вакууме от физических свойств материалов (λ , E), от контактного давления и от геометрических характеристик шероховатых и волнистых поверхностей (R , h). При постоянных значениях кривизны макроволнистости и высоты шероховатостей величина контактного термического сопротивления не зависит от величины теплового потока и его направления.

Точные выражения для термических деформаций торца цилиндра при осесимметричной тепловой нагрузке

В работах [9,10] впервые получено точное аналитическое решение пространственной стационарной задачи термоупругости для конечного цилиндра при следующих условиях: материал цилиндра однороден и изотропен; осесимметричные источники и стоки тепла расположены на торцах; боковые стенки цилиндра теплоизолированы; все внешние поверхности свободны от механических нагрузок. При этих условиях реализуется плоское напряженное состояние, когда в каждой точке цилиндра равны нулю напряжения σ_{zz} и σ_{rz} , несмотря на произвольный двумерный осесимметричный профиль температуры. Наиболее важные и неожиданные результаты вытекают из точного решения для нормальных перемещений $\omega(r)$ первоначально плоского торца цилиндра (эти результаты весьма важны для расчета лазерных зеркал [10,13]). Согласно [9,13], профиль нормальных смещений торца цилиндра однозначно связан с профилем плотности теплового потока $q(r)$, входящего в торец,

$$\omega(r) = (1 + \nu) \frac{\beta}{\lambda} \left[\frac{1 - \nu}{1 + \nu} r^2 \bar{q} \int_0^{r_0} \left(\int_0^{r_0} r q(r) dr \right) \frac{dr}{r} \right]. \quad (13)$$

Величина $\omega(r)$ отсчитывается от смещения центральной точки, где $\omega(r = 0) = 0$ и направлена внутрь цилиндра; β — коэффициент теплового расширения материала цилиндра;

$$\bar{q} = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b d(r) 2\pi r dr$$

— средняя по контактной поверхности плотность теплового потока.

Удивительно то, что для определения профиля $\omega(r)$ нет необходимости в решении уравнения теплопроводности и вычисления полей температуры в цилиндре, если известен профиль теплового потока $q(r)$. Неожиданно и то, что профиль $\omega(r)$ не зависит ни

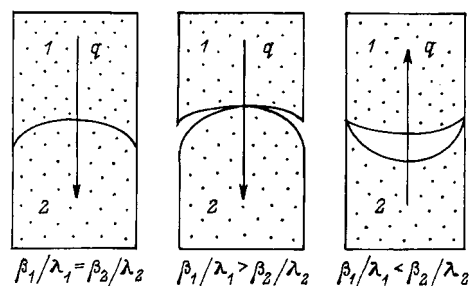


Рис. 2. Схемы профилей контактирующих торцов цилиндрических образцов при прохождении теплового потока.

Таблица 1. Влияние относительного размера пятна контакта на термическое выпучивание и радиус кривизны торца цилиндров из разных материалов при диаметре цилиндров $2b = 4$ см

a/b	$\Delta\omega, 10^{-6}$ м				$R(0),$ м			
	Cu	Mo	W	SiC	Cu	Mo	W	SiC
При тепловой нагрузке $Q = 200$ Вт								
0.05	6.5	6.0	4.5	3.0	0.6	0.6	0.8	1.2
0.10	5.3	4.9	3.7	2.5	2.3	2.5	3.0	5.0
0.25	3.7	3.4	2.6	1.7	14	15	20	30
0.50	2.5	2.3	1.7	1.2	51	56	74	111
1.00	1.3	1.2	0.9	0.6	154	167	222	333
При $\Delta T/\Delta z = 10$ К/см = 10^3 К/м								
0.05	17.0	5.0	4.5	3.7	0.22	0.73	0.82	1.0
0.10	14.0	4.1	3.7	3.0	0.9	2.9	3.3	4.0
0.25	9.5	2.8	2.5	2.1	5.3	18	20	25
0.50	6.5	1.9	1.7	1.4	19.5	65	73	90
1.00	3.4	1.0	0.9	0.7	59	196	220	270

от интенсивности охлаждения (теплоотдачи) другого торца цилиндра, ни от толщины цилиндра, ни от профиля температуры охлаждаемого торца.

Кривизна термически деформированной поверхности торца (обратный радиус кривизны) в приближении малых деформаций определяется выражением

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2\omega}{dr^2} = \frac{1+\nu}{2} \frac{\beta}{\lambda \bar{q}} \left[\frac{1-\nu}{1+\nu} + 2 \frac{q(r)}{\bar{q}} - \frac{2}{r^2} \int_0^{r_0} r \frac{q(r)}{\bar{q}} dr \right]. \quad (14)$$

Здесь принято считать плотность теплового потока положительной, если тепло входит в торец, и отрицательной, если тепло выходит из торца цилиндра. Очевидно, изменение направления теплового потока (при том же радиальном распределении) меняет знак кривизны поверхности на обратный: торец принимает выпуклую форму, если тепло входит в цилиндр (рис. 2), и, наоборот, вогнутую форму, если тепло выходит из цилиндра. Это означает, что точечный макроконттакт двух разнородных тел может при изменении направления теплового потока стать кольцевым.

Если принять плотность теплового потока постоянной в пределах макрпятна контакта двух цилиндров, то можно оценить термическое смещение центра пятна относительно края торца цилиндра выражением (без учета сжатия поверхностей)

$$\Delta\omega = \omega(b) = \frac{b}{2\pi\lambda} Q \left(1 + (1+\nu) \ln \frac{b}{a} \right). \quad (15)$$

При этом кривизна торца в пределах нагреваемого пятна постоянна и равна

$$\frac{1}{R} = \frac{1+\nu}{2} \frac{\beta}{\lambda \bar{q}} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{b^2}{a^2} \right) \quad \text{при } r \leq a. \quad (16)$$

Как следует из табл. 1, величина термических деформаций может достигать нескольких микрометров (при типичной мощности нагревателя 200 Вт), а радиус кривизны в центре торца — десятков сантиметров, причем выпучивание торца $\Delta\omega$ и его кривизна $1/R$ прямо пропорциональны передаваемому через торец тепловому потоку.

Важно отметить, что даже при равномерной плотности теплового потока торец цилиндра принимает сферическую форму за счет теплового расширения материала с кривизной $1/R = \beta \cdot q/\lambda$. Таким образом, заметная макроволнистость (неплоскостность) контакта может формироваться под действием теплового потока.

Зависимость термического сопротивления контакта от теплового потока

Обычно считается, что термическое сопротивление контакта шероховатых поверхностей не зависит от величины и направления теплового потока, поскольку число и размер микропятен контакта определяется давлением сжатия поверхностей, не зависящим от тепловой нагрузки. Однако термическое деформирование контактирующих тел, зависящее от теплового потока, может существенно повлиять на кривизну контактирующих поверхностей и тем самым на размер микропятен контакта и на величину термического сопротивления.

Минимальное изменение кривизны торцов контактирующих образцов под действием теплового потока, согласно (16), составляет $(\beta/\lambda)\bar{q}$. Обозначим через q_{12} величину теплового потока от образца 1 к образцу 2, через q_{21} — величину теплового потока в обратном направлении, от образца 2 к образцу 1. Тогда эффек-

Таблица 2. Физические свойства некоторых материалов, использованных в опытах по контактному теплообмену в вакууме, при комнатной температуре

Материал	$E, 10^{10}$ Па	$\beta, 10^{-6}$ 1/К	$\lambda, \text{Вт/м}\cdot\text{К}$	$\beta/\lambda, 10^{-6}$ м/Вт
Мо	33	5.1	162	0.03
Сталь Х18Н9Т	18	16	14	1.14
Алюминий Д16Т	7	22	170	0.13
Графит (реактивный)	0.5	3	150	0.02
ВеО	35	5	90	0.05
Al ₂ O ₃	38	7	28	0.25
UO ₂	22	9	9	1.0

тивную кривизну (11) контактирующих поверхностей, входящую в формулу Герца (10), с учетом теплового расширения материалов и правила знаков можно представить в виде

$$\frac{2}{R} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{\beta_1}{\lambda_1} \bar{q}_{12} \right) + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{\beta_2}{\lambda_2} \bar{q}_{12} \right) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \left(\frac{\beta_2}{\lambda_2} - \frac{\beta_1}{\lambda_1} \right) \bar{q}_{12}. \quad (17)$$

Формула Герца справедлива при $R > 0$, когда макроконттакт осуществляется по круглому пятну. При отрицательной величине R зона макроконтakta принимает кольцевую форму. В частности, если образцы имели первоначально плоские торцы ($R_1 = R_2 = \infty$), то круглое макропятно контакта образуется при

$\beta_2/\lambda_2 < \beta_1/\lambda_1$. Изменение направления теплового потока изменяет и форму пятна (с круглой на кольцевую).

Подстановка выражения (17) в (10), а последнего в (8) дает искомое выражение для контактного термического сопротивления с учетом эффекта направленности теплового потока.

Если образцы изготовлены из одного материала, то выпуклость одного торца компенсируется вогнутостью другого так, что влияние теплового потока на термическое сопротивление контакта однородных материалов исчезает. Из (17) следует также, что при контакте разнородных материалов влияние теплового потока будет наиболее заметным, если контактирующие поверхности плоские (отсутствует макроволнистость).

Рассмотрим более подробно случай, когда образцы имеют первоначально плоские торцы ($R_1 = R_2 = \infty$), а тепловое расширение образца 1, из которого выходит тепло, пренебрежимо мало, т.е. $\beta_1/\lambda_1 \ll \beta_2/\lambda_2$. Такое сочетание свойств характерно, например, для пар материалов молибден-сталь, молибден-двуокись урана, графит-сталь и др. (табл. 2). Торцеобразца 2 под действием входящего теплового потока становится выпуклым с кривизной, приблизительно равной $(\beta_2/\lambda_2)\bar{q}$. Согласно (17) имеем $R = 2\lambda_2/\beta_2\bar{q}$. Подстановка этого радиуса кривизны в формулу Герца (10) позволяет оценить зависимость размера макропятна контакта от величины теплового потока и давления сжатия поверхностей

$$a = \left(\frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_2}{\beta_2 E} \frac{P}{\bar{q}} b^2 \right)^{1/3} \leq b. \quad (18)$$

Отсюда следует, что интересующие нас закономерности будут наблюдаться при

$$\frac{\bar{q}}{P} \geq \frac{3\pi}{2} \frac{\lambda_2}{\beta_2 E b}. \quad (19)$$

При меньших значениях q/P размер макропятна совпадает с размерами торца ($a = b$) и тепловая проводимость контакта (в вакууме) целиком определяется сопротивлением микропятен контакта, т.е.

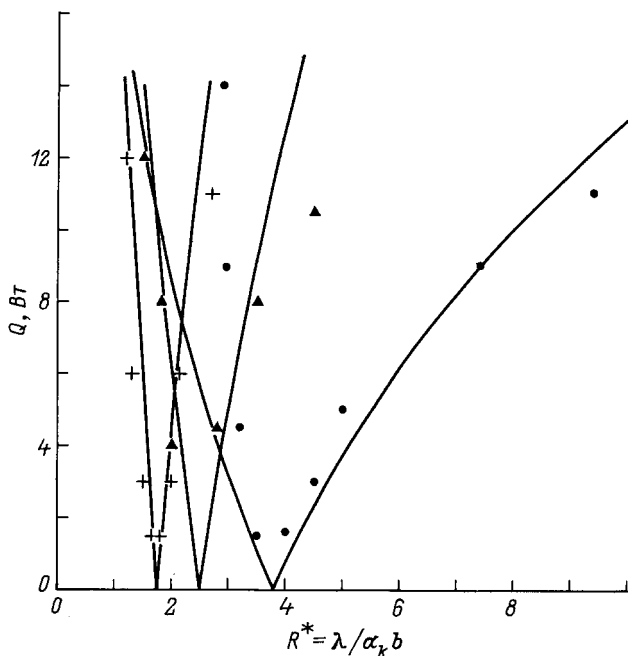


Рис. 3. Зависимость теплового потока через контакт алюминиевого и стального образцов от контактного сопротивления. Кривые — результат расчета; левые части кривых соответствуют направлению теплового потока от стального образца к алюминиевому, правые — от алюминиевого к стальному; $P, \text{кПа}$: ● — 1083, ▲ — 600, + — 308.

выражением (12), практически не зависящим от теплового потока. Для экспериментальных образцов из алюминия и стали с гладкими сферическими торцами, как в опытах [4], наш расчет практически совпадает с расчетами из [7] (рис. 3).

Заключение

В работе приведено точное решение осесимметричной задачи термоупругости для цилиндра. Это решение позволяет определить форму торца цилиндра при известном радиальном распределении плотности теплового потока. Данное решение применено для анализа контактного термического сопротивления разнородных материалов и объяснения имеющегося разброса экспериментальных данных. Показано, что в зависимости от направления и величины теплового потока контакт торцов двух разнородных цилиндров может иметь круговую или кольцевую формы. В случае контакта образцов с гладкими сферическими торцами можно получить удовлетворительное согласование результатов расчетов и опытов. В большинстве опытов авторы не контролируют исходную неплоскостность торцов цилиндрических образцов и приводят данные о контактном сопротивлении, усредненные для разных направлений и величин тепловых потоков, что затрудняет сравнение теории с экспериментом.

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда, грант № MB-5000.

Список литературы

- [1] *Кокорев Л.С., Харитонов В.В.* Теплогидравлические расчеты и оптимизации ЯЭУ. М.: Энергоатомиздат, 1986.
- [2] *Barzelay M.E., Tong K.N., Holloway G.F.* Effect of Pressure on Thermal Conductance of Contact Joints. NASA. N TN-3295. 1955.
- [3] *Rogers G.F.* // Int. J. Heat Mass Transfer. 1961. Vol. 2. P. 150–154.
- [4] *Clausing A.M.* // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. Vol. 9. P. 791–801.
- [5] *Lewis D.V., Perkins H.C.* // Int. J. Heat Mass Transfer. 1968. Vol. 11. P. 1371–1383.
- [6] *Thomas T.R., Probert S.D.* // Int. J. Heat Mass Transfer. 1970. Vol. 13. P. 789–807.
- [7] *Veziroglu T.N., Chandra S.* // Proc. of Forth Intern. Heat Transfer Conf. Paris (Versailles), 1970. Vol. 1. Cu 3.5. P. 1–11.
- [8] *Madhusudana C.V., Fletcher L.S.* // AIAA Journal. 1986. N 3. P. 516–523.
- [9] *Субботин В.И., Колесов В.С., Кузьмин Ю.А., Харитонов В.В.* // ДАН СССР. 1988. Т. 301. № 6. С. 1380–1384.
- [10] *Тарутин Д.Ю., Харитонов В.В.* // ОМП. 1991. № 12. С. 6–9.
- [11] *Клаузинг А.М., Чао Б.Т.* // Теплопередача. 1965. № 2. С. 98–108.
- [12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965.
- [13] *Харитонов В.В.* Теплофизика лазерных зеркал. М., 1993.