

01;04

## Самосогласованный механизм поддержания ионизационных волн в разряде низкого давления

© Ю.Б. Голубовский, С.У. Нисимов, И.А. Порохова

Санкт-Петербургский государственный университет  
Научно-исследовательский институт физики,  
198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 22 сентября 1995 г.)

Для разряда низкого давления в инертных газах продемонстрирована возможность построения самосогласованной модели поддержания ионизационных волн. Модель основана на совместном решении кинетического уравнения для электронов и уравнения движения ионов в пространственно-периодическом поле. В экспериментально измеренном поле построена функция распределения, по которой рассчитаны пространственные распределения концентрации плазмы и скорости ионизации. Решение уравнения движения ионов позволило восстановить поле, близкое к исходному. Спецификой рассматриваемого механизма является ярко выраженный нелокальный характер формирования функции распределения электронов всем неоднородным профилем потенциала ионизационной волны.

### Введение

В разряде в инертных газах ионизационные волны (страты) наблюдаются в широкой области давлений и токов, причем в зависимости от условий разряда природа этих страт существенно различается. При низких давлениях (меньших нескольких Тор) и токах (не превышающих десятков мА) характер страт определяется нелокальной кинетикой электронов, когда функция распределения электронов (ФРЭ) по энергиям формируется всем неоднородным потенциальным полем страты, в котором движутся электроны.

Предметом настоящей работы является анализ возможного механизма самоподдержания ионизационных волн в этих условиях. Задача заключается в том, чтобы найти самосогласованное поле, в котором формируется такая функция распределения, которая обеспечивает пространственное распределение источников ионизации и концентрации электронов, приводящих к установлению необходимого поля. В предыдущей работе [1] были измерены профили потенциала и функции распределения в стратах вблизи нижней границы существования по току. На основе кинетической модели формирования функции распределения в пространственно-периодическом поле, предложенной в [2], были выполнены расчеты ФРЭ. Сопоставление измеренных и рассчитанных функций распределения в различных фазах страты показало хорошее качественное согласие результатов эксперимента и расчета, что говорит о правильности исходных положений, заложенных в теорию, — возможность установления функции распределения за счет эффекта "бунчировки" при прохождении электронами достаточного числа периодов независимо от начального условия. Анализ уравнения движения ионов (уравнения для поля) не проводился.

### Исходные экспериментальные данные

Конкретные эксперименты и расчеты выполнены для разряда в неоне при давлении  $p = 2$  Тор, токе  $i = 10$  мА в трубке радиуса  $R = 1$  см и длиной 80 см.

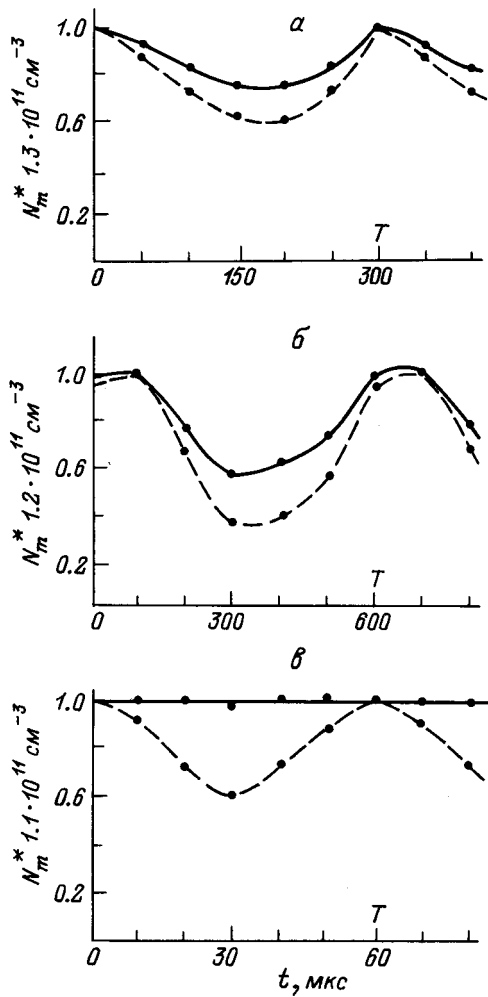
Измеренные распределения потенциала вдоль страт приведены в работе [1]. Данные эксперимента могут быть аппроксимированы скачкообразной зависимостью поля  $E(x)$  в виде

$$E(x) = \begin{cases} E_1 & \text{для } 0 < x < x_0, \\ E_2 & \text{для } x_0 < x < L, \end{cases} \quad (1)$$

где  $E_1 = 10$  В/см;  $E_2 = 1.19$  В/см;  $L$  — длина страты ( $L = 5.6$  см);  $x_0 = 1.4$  см;  $E_0 = 3.4$  В/см — среднее по периоду поле, которое будем рассматривать как поле в нестратифицированном столбе при тех же разрядных условиях.

Наблюдаемые страты имели частоту 1.6 кГц и фазовую скорость  $v_{ph} = 90$  м/с. Падение потенциала на страте составляло  $\varepsilon_L = 19$  В. Эти данные будем в дальнейшем использовать в качестве исходного приближения для решения самосогласованной задачи.

Ионизация в условиях эксперимента определяется прямыми и ступенчатыми процессами, что требует информации о заселенностях и временах жизни метастабильных и резонансных состояний, через которые идет ступенчатая ионизация. Были выполнены эксперименты по измерению заселенности метастабильного состояния  $2p^53s^3P_2$  в стратах различных типов ( $S$ -,  $P$ - и  $R$ -стратах), что позволило оценить реальные времена жизни метастабильей. Страты различных типов реализуются в близких разрядных условиях и различаются падением потенциала на длине страты. Для измерений использовался метод реабсорбции с временным разрешением, меньшим чем 10 мкс. Разрядная трубка с бегущими стратами просвечивалась



**Рис. 1.** Измеренная концентрация ( $N_m^*$ ) метастабильных атомов  $^3P_2$  в стратах  $S$ - ( $a$ ),  $P$ - ( $b$ ) и  $R$ -типов ( $v$ ) в неоне. Сплошные кривые — заселенность метастабилей, штриховые кривые — яркость линейчатого излучения;  $p$ , Тор:  $a$  — 2.5,  $b$  — 1.5,  $v$  — 0.9;  $i$ , mA:  $a$  — 7,  $b$  — 10,  $v$  — 8;  $\varepsilon_L$ , В:  $a$  — 19.5,  $b$  — 9.8,  $v$  — 11.5.

трубкой, имевшей достаточно стабильный уровень оптического сигнала и работавшей примерно в тех же разрядных условиях. Результаты экспериментов приведены на рис. 1; из него можно заключить, что суммарная заселенность метастабильных и резонансных состояний превосходит уровень  $10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Для  $S$ - и  $P$ -страт, период которых ( $T$ ) составляет 300 и 660 мкс, метастабилеи имеют заметную глубину модуляции, для  $R$ -страт с периодом 60 мкс модуляция отсутствует. Эти данные позволяют оценить время жизни метастабильных состояний величиной  $\tau_m \approx 100$  мкс, не акцентируя внимания на конкретных механизмах гибели этих состояний. В дальнейшем будем использовать это значение для построения теории.

Время ухода заряженных частиц на стенку  $\tau_{a0}$  для нестратифицированного разряда оценим в приближе-

нии амбиполярной диффузии

$$\tau_{a0} \approx \left(\frac{R}{2.4}\right)^2 \frac{1}{D_a} \approx 1.4 \cdot 10^{-3} p \text{ (с)},$$

что также будет использовано при дальнейших расчетах.

### Параметры нестратифицированного разряда

Для решения задачи о пространственно-периодическом поле необходимы данные о параметрах плазмы в нестратифицированном невозмущенном положительном столбе в продольном поле  $E_0$  в условиях выполненных экспериментов. Эти данные получим в рамках одномерной модели в пренебрежении радиальными градиентами, использованной в [1,2] для стратифицированного разряда.

Для приближенного расчета параметров разряда используем уравнения

$$(eE_0)^2 \frac{\partial}{\partial w} \left( \frac{v^3}{3\nu(v)} \right) \frac{\partial f_0^0(w)}{\partial w} = -\nu \nu^* f_0^0(w), \quad (2)$$

$$\frac{1}{\tau_{a0}} = \frac{I_0}{n_0}. \quad (3)$$

Уравнение (2) — кинетическое уравнение для функции распределения  $f_0^0$  (в нулевом приближении [1,2]) в пренебрежении упругими ударами в балансе энергии.  $\nu$  и  $\nu^*$  — частоты упругих и неупругих ударов, которые аппроксимируем выражениями

$$\nu = \nu_0(v/v_1); \quad \nu_0 = 2.2 \cdot 10^9 \text{ (с}^{-1}\text{)},$$

$$\nu^* = \nu_0^*(w/\varepsilon_1 - 1); \quad \nu_0^* = 2 \cdot 10^8 \text{ (с}^{-1}\text{)},$$

$v$  и  $w$  — скорость и кинетическая энергия,  $\varepsilon_1$  — порог возбуждения (16.6 эВ),  $v_1 = \sqrt{2\varepsilon_1/m}$ .

Уравнение (3) — уравнение баланса заряженных частиц в приближении времени жизни, где  $\tau_{a0}$  — время ухода на стенку,  $I_0$  и  $n_0$  — ионизация и концентрация в стационарном разряде.

Аналогично [1,2] поставим нулевое граничное условие на пороге возбуждения  $f_0^0|_{w=\varepsilon_1} = 0$ . Функцию распределения в неупругой области получим из уравнения (2), требуя равенства производных на пороге возбуждения. Подобная функция распределения, имеющая разрыв в точке  $w = \varepsilon_1$ , позволяет рассчитать прямую и ступенчатую ионизацию и проверить выполнимость уравнения (3).

Функция распределения с приближенной нормировкой  $\int_0^{\varepsilon_1} f_0^0(w) \sqrt{w} dw = n_0$  имеет вид

$$f_0^0(w) = \frac{9}{4} \frac{n_0}{\varepsilon_1^{3/2}} \begin{cases} \ln \frac{\varepsilon_1}{w} & 0 < w < \varepsilon_1, \\ \left(\frac{4}{3}\right)^{1/3} \left(\frac{T_1}{\varepsilon_1}\right)^{2/3} \frac{1}{\Gamma(2/3)} z^{1/3} K_{1/3}(z) & w > \varepsilon_1, \end{cases} \quad (4)$$

$$z = \frac{2}{3} \left( \frac{\varepsilon_1}{T_1} \right) \left( \frac{w}{\varepsilon_1} - 1 \right)^{3/2};$$

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\nu_0}{\nu_0^*}} eE_0 \lambda_1; \quad \lambda_1 = \frac{v_1}{\nu_0}, \quad (4a)$$

$K_{1/3}(z)$  — модифицированная функция Бесселя.

Найдем поток электронов в неупругую область из уравнения (2), проинтегрировав его слева и справа по кинетическим энергиям от  $\varepsilon_1$  до  $\infty$ ,

$$W_0 = \int_{\varepsilon_1}^{\infty} \sqrt{\frac{m}{2}} v \nu^*(v) f_0^0(w) dw$$

$$= -\frac{2}{3} \frac{(eE_0)^2}{m\nu_0} \varepsilon_1^{3/2} \frac{\partial f_0^0}{\partial w} \Big|_{w=\varepsilon_1} = \frac{3}{2} \frac{(eE_0)^2 n_0}{m\nu_0 \varepsilon_1}. \quad (5)$$

Вычислим плотность тока  $j_0$  через направленную часть функции распределения

$$f_1^0 = \frac{eE_0 v}{\nu} \frac{\partial f_0^0}{\partial w},$$

$$j_0 = (e^2 E_0) \sqrt{\frac{m}{2}} \int_0^{\varepsilon_1} \frac{v^3}{3\nu} \frac{\partial f_0^0}{\partial w} dw = \frac{3}{2} \frac{e^3 E_0}{m\nu_0} n_0. \quad (6)$$

Из уравнений (5), (6) видно, что баланс мощности можно представить в виде

$$W_0 = \frac{j_0 E_0}{\varepsilon_1} \approx \frac{i E_0}{\varepsilon_1} \frac{1}{\pi R^2 0.43}. \quad (7)$$

В рамках сделанных приближений вся мощность, вкладываемая в разряд, идет на неупругие удары, что дает оценку сверху для величины  $W_0$ . Реальное значение величины  $W_0$  может быть заметно меньше, если учесть другие возможные каналы диссипации энергии электронов.

Получим выражение для полного числа ионизаций, принимая во внимание прямую  $I_{d0}$  и ступенчатую  $I_{s0}$  ионизацию,

$$I_{d0} = \int_{\varepsilon_i}^{\infty} \nu_d \left( \frac{w}{\varepsilon_i} - 1 \right) f_0^0 \sqrt{w} dw$$

$$= \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} \frac{n_0}{\Gamma(2/3)} \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_1}} \left( \frac{T_1}{\varepsilon_1} \right)^{2/3}$$

$$\times \int_{\varepsilon_i}^{\infty} \left( \frac{w}{\varepsilon_i} - 1 \right) z^{1/3} K_{1/3}(z) dz, \quad (8)$$

$$I_{s0} = N_{m0} \int_{\varepsilon_{si}}^{\infty} f_0^0 v \sigma_{si}(v) \sqrt{w} dw = W_0 \tau_m \nu_{si}. \quad (9)$$

Здесь  $\varepsilon_i$  и  $\varepsilon_{si}$  — потенциалы прямой и ступенчатой ионизации:  $\nu_d(w/\varepsilon_i - 1)$  — частота прямой ионизации,

$\nu_d = 3.2 \cdot 10^8 p$  (с<sup>-1</sup>);  $N_{m0}$  — заселенность метастабильных и резонансных состояний, через которые идет ступенчатая ионизация;  $\tau_m$  — время жизни этих состояний;  $\sigma_{si}$  и  $\nu_{si}$  — сечение и частота ступенчатой ионизации;  $\nu_{si} = 2 \cdot 10^{-7} n_0$  (с<sup>-1</sup>).

Окончательные данные о параметрах однородного разряда, скорректированные на экспериментальные значения  $E_0 \approx 3.4$  В/см,  $N_{m0} \approx 5 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>, могут быть представлены в виде  $n_0 \approx 10^{10}$  см<sup>-3</sup>,  $W_0 \approx 5 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> · с<sup>-1</sup>,  $I_{s0} \approx 5 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> · с<sup>-1</sup>,  $I_{d0} \approx 10^{14}$  см<sup>-3</sup> · с<sup>-1</sup>,  $1/\tau_{a0} \approx 6 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup>.

## Механизм самоподдержания страт

Проанализируем возможность реализации механизма взаимного формирования электрического поля и функции распределения, обеспечивающего самоподдержание страт.

Определим длину энергетической релаксации  $\lambda_\varepsilon$  как расстояние, на которое диффундируют электроны за время  $\tau$ , необходимое для обмена энергией  $\lambda_\varepsilon \approx \sqrt{D\tau}$ , где

$$D \approx v\lambda, \quad \frac{1}{\tau} = \begin{cases} \frac{m}{M}\nu + \frac{1}{\tau_E} & \text{для } v < v_1, \\ \frac{m}{M}\nu + \nu^* & \text{для } v > v_1, \end{cases} \quad (10)$$

$\tau_E$  — время, за которое электрон может набрать энергию  $\varepsilon_1$  при ускорении в продольном поле  $E_0$ .

Это время легко оценить из соотношения

$$\left( \frac{eE_0}{m\nu} \right) (eE_0) \tau_E \approx \varepsilon_1, \quad \frac{1}{\tau_E} \approx \frac{(eE_0)^2}{m\nu\varepsilon_1}.$$

Принимая во внимание, что  $1/\tau_E > (m/M)\nu$  и  $\nu^* > (m/M)\nu$ , для длины энергетической релаксации  $\lambda_\varepsilon$  получаем

$$\lambda_\varepsilon = \begin{cases} \frac{\varepsilon_1}{eE_0} & \text{для } w < \varepsilon_1, \\ \frac{v}{\sqrt{\nu\nu^*}} = \sqrt{\lambda\lambda^*} & \text{для } w > \varepsilon_1. \end{cases} \quad (11)$$

В условиях выполненных экспериментов для электронов с энергиями, меньшими, чем порог возбуждения  $\varepsilon_1$  (упругая область), длина энергетической релаксации оказывается равной  $\lambda_\varepsilon \approx 5$  см, а для электронов с энергиями, превосходящими  $\varepsilon_1$  (неупругая область),  $\lambda_\varepsilon^* \approx 0.1$  см.

Таким образом, размерный анализ длины энергетической релаксации показывает, что функция распределения электронов в упругой области устанавливается на расстояниях порядка длины страты, т. е. формируется всем неоднородным профилем потенциала, а в неупругой области длина энергетической релаксации мала и функция распределения определяется значением поля в данной фазе страты.

Исходя из этих соображений, целесообразно записать кинетическое уравнение для упругой области

в переменных полная энергия  $\varepsilon = w + e\varphi(x)$  и координата  $x$ .

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{v^3}{3\nu} \frac{\partial f_0(\varepsilon, x)}{\partial x} + \frac{m^2}{M} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} v^3 \nu f_0(\varepsilon, x) = 0, \quad w < \varepsilon_1. \quad (12)$$

Для неупругой области аргументом функции распределения является кинетическая энергия  $w$ , сама ФРЭ параметрически зависит от поля  $E(x)$

$$(eE(x))^2 \frac{v_1^3}{3\nu_0} \frac{\partial^2 f_0(w)}{\partial w^2} = -v\nu^* f_0(w), \quad w > \varepsilon_1. \quad (13)$$

Необходимо сшивать нелокальную ФРЭ в упругой области с локальной ФРЭ в неупругой. Для этого воспользуемся приближением черной стенки при  $w = \varepsilon_1$  и потребуем равенства производных в этой точке. При этом получается решение с разрывом на пороге возбуждения, однако равенство производных позволяет получать правильные значения потока в неупругую область.

Функция распределения в упругой области в пространственно-периодическом поле была получена в работе [2]. Было показано, что имеет место эффект бунчировки, когда независимо от начального условия через какое-то число периодов формируется установившаяся функция распределения. При этом происходит компенсация сжатия по энергии вследствие упругих ударов и расплывания за счет диффузии по энергии.

В работе [1] выполнены конкретные расчеты ФРЭ в упругой области в приближении черной стенки для периодического поля, заданного уравнением (1). Результаты можно представить в виде

$$f_0(\varepsilon, x) = \Phi(\varepsilon) \int_{x_1(\varepsilon)}^x \frac{\nu}{v^3} dx = \Phi(\varepsilon) F_0(\varepsilon, x), \quad (14)$$

$x_1(\varepsilon)$  — периодическая кривая на фазовой плоскости  $\varepsilon, x$ , где кинетическая энергия равна порогу возбуждения ( $w = \varepsilon_1$ );  $\Phi(\varepsilon)$  — амплитуда функции распределения, зависящая от полной энергии, которая описывает эффект бунчировки.

Эта амплитуда имеет заметно выраженный максимум при энергиях, соответствующих резонансным траекториям. Глубина модуляции  $\Phi(\varepsilon)$  растет с ростом доли энергии, теряемой при упругих ударах, и с увеличением глубины модуляции периодического потенциала. Для нормировки амплитуды  $\Phi(\varepsilon)$  приравняем (4) для постоянного поля  $E_0$  и (14), полагая в (14)  $x_1(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_1)/eE_0$ . Тогда

$$\Phi(\varepsilon) = \frac{9}{4} \frac{n_0}{\varepsilon_1^{3/2}} \left( \frac{eE_0}{m\nu_0} 2v_1 \right) \tilde{\Phi}(\varepsilon), \quad (15)$$

причем  $\tilde{\Phi}(\varepsilon) = 1$  в постоянном поле  $E_0$ . В периодическом поле  $\tilde{\Phi}(\varepsilon)$  не является константой, и вид

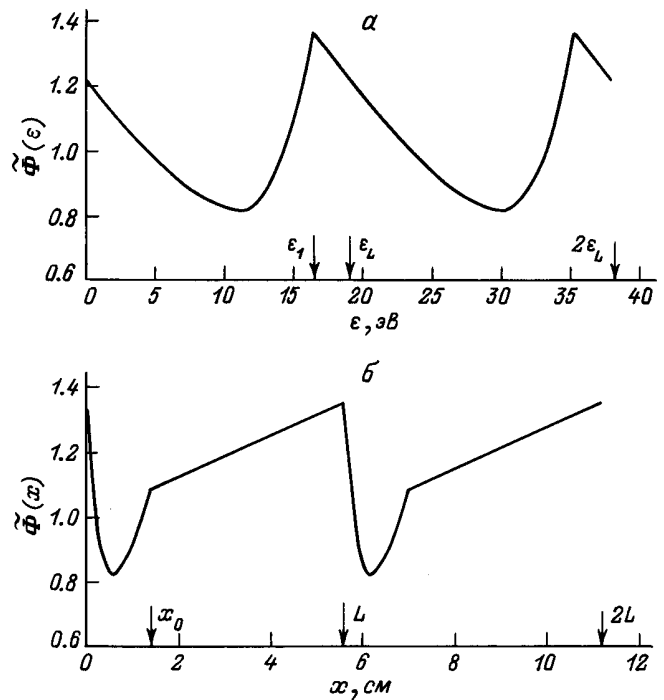


Рис. 2. Зависимость амплитуды функции распределения  $\tilde{\Phi}(\varepsilon)$  (формула (14)) от энергии (а) в пространственно-периодическом поле и от координаты при  $w = \varepsilon_1$  (б).

функции  $\tilde{\Phi}(\varepsilon)$  приведен на рис. 2 для условий выполненных экспериментов (профиль потенциала задан уравнением (1), роль упругих потерь определяется коэффициентом  $\theta \approx (m/M)\nu\tau_E \approx 0.26$ ).

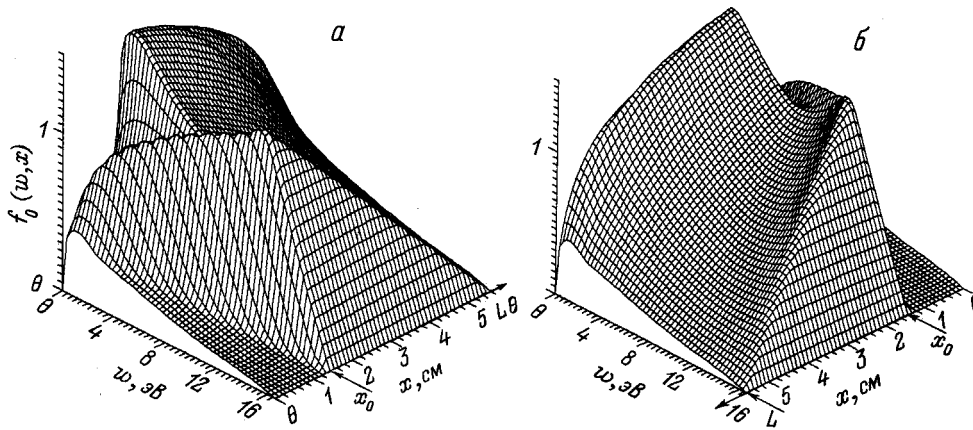
Функция распределения в упругой области  $f_0(\varepsilon, x)$ , рассчитанная в рамках приближений работ [1,2] и перестроенная в переменных  $w, x$ , показана на рис. 3, а, б. Видно, что по функции распределения распространяется волна возмущения, что является следствием нелокального формирования ФРЭ в сложном потенциальном поле.

Функция распределения за порогом возбуждения, считая с (14) по наклону с разрывом при  $w = \varepsilon_1$ , имеет вид

$$f_0(w, x) = \Phi(\varepsilon) \Big|_{w=\varepsilon_1} \sqrt{\frac{v_1^2}{3\nu_0\nu_0^*}} \times \left( \frac{4\varepsilon_1}{3T_1} \right)^{1/3} \frac{1}{\Gamma(2/3)} z^{1/3} K_{1/3}(z), \quad (16)$$

$$T_1(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\nu_0}{\nu_0^*}} eE(x)\lambda_1.$$

Функции распределения (14), (16) позволяют рассчитать характеристики ионизационной волны по фазам страты и проанализировать ионизационный баланс.



**Рис. 3.** Изменение ФРЭ по длине страты в пространственно-периодическом поле, заданном уравнением (1). *a* — вид со стороны катода, *b* — вид со стороны анода.

Концентрацию электронов  $n(x)$  найдем приближенно по функции (14) (рис. 3) в соответствии с

$$n(x) = \int_0^{\varepsilon_1} f_0(w, x) \sqrt{w} dw. \quad (17)$$

Результаты представлены на рис. 4, *a*. Из рисунка виден фазовый сдвиг между полем  $E(x)$  и концентрацией электронов  $n(x)$ , который является следствием нелокальной кинетики электронов. Если бы имело место локальное формирование ФРЭ, то возможный фазовый сдвиг между  $n(x)$  и  $E(x)$  определялся бы уравнением движения ионов.

Вычислим поток электронов в неупругую область  $W(x)$  по наклону функции распределения (14) в точке  $w = \varepsilon_1$ . Интегрируя кинетическое уравнение (12), (13) по энергиям от порога возбуждения до бесконечности и используя условие черной стенки на пороге возбуждения, получаем

$$\begin{aligned} W(x) &= \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{\varepsilon_1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} \frac{v^3}{3\nu} \frac{\partial f_0(\varepsilon, x)}{\partial x} dw \\ &= \sqrt{\frac{m}{2}} eE(x) \int_{\varepsilon_1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial w} \frac{v^3}{3\nu} \frac{\partial f_0(\varepsilon, x)}{\partial x} dw \\ &= \sqrt{\frac{m}{2}} eE(x) \frac{\Phi(\varepsilon)}{3} \Big|_{w=\varepsilon_1}. \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя в (18) выражение (15), имеем

$$W(x) = \frac{3(eE_0)^2 n_0}{2 m \nu_0 \varepsilon_1} \tilde{E}(x) \tilde{\Phi}(\varepsilon) \Big|_{w=\varepsilon_1} = W_0 \tilde{E}(x) \tilde{\Phi}(x), \quad (19)$$

где  $\tilde{E} = E(x)/E_0$ ,  $\tilde{\Phi}(x)$  — значение  $\tilde{\Phi}(\varepsilon)$  при  $w = \varepsilon_1$ .

График зависимости  $\tilde{\Phi}(x)$  приведен на рис. 2, *б*. На рис. 4, *б* показано изменение относительного профиля величины  $W(x) = W(x)/W_0$  по фазам страты.

Из рисунка видно, что поток в неупругую область сосредоточен главным образом в области сильного поля  $x < x_0$ . Небольшая немонотонность на промежутке  $0 < x < x_0$  обусловлена поведением функции  $\tilde{\Phi}(x)$  (рис. 2, *б*).

Полученное выражение для потока в неупругую область  $W(x)$  позволяет рассчитать заселенности нижних возбужденных состояний  $N_m(x)$ , через которые идут ступенчатые процессы возбуждений и ионизаций с учетом конечного времени жизни этих состояний  $\tau_m$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_m}{\partial t} + \frac{N_m}{\tau_m} &= W, \\ N_m(0) &= N_m(T). \end{aligned} \quad (20)$$

Решение нестационарного уравнения (20) в безразмерных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{N}_m(t) &= \frac{e^{-t/\tau_m}}{e^{T/\tau_m} - 1} \int_0^T \frac{\tilde{W}(t)}{\tau_m} e^{t/\tau_m} dt \\ &+ e^{-t/\tau_m} \int_0^t \frac{\tilde{W}(t)}{\tau_m} e^{t/\tau_m} dt, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\tilde{N}_m = N_m/N_{m0}$ ,  $T$  — период страты.

На рис. 4, *в* представлена относительная заселенность  $\tilde{N}_m$  по длине страты, которая получена из (20) с использованием экспериментальных значений фазовой скорости страты и времени жизни  $\tau_m$ . Видно, что конечное время жизни  $\tau_m \approx 100$  мкс приводит к не слишком глубокой модуляции  $\tilde{N}_m$ , что коррелирует с данными эксперимента (рис. 1, сплошная кривая), и к запаздыванию заселенностей по сравнению с источниками возбуждения.

Полученные из расчетов данные по заселенностям  $N_m(x)$  позволяют найти распределение источников ступенчатой ионизации по фазам страты

$$I_s(x) = N_m(x) \int_{\varepsilon_{si}}^{\infty} f_0(w, x) v \sigma_{si}(v) \sqrt{w} dw. \quad (22)$$

Результаты расчетов по формуле (22) для относительной величины  $\tilde{I}_s(x) = I_s(x)/I_{s0}$  приведены на рис. 4, г. Видно, что ступенчатая ионизация имеет за-

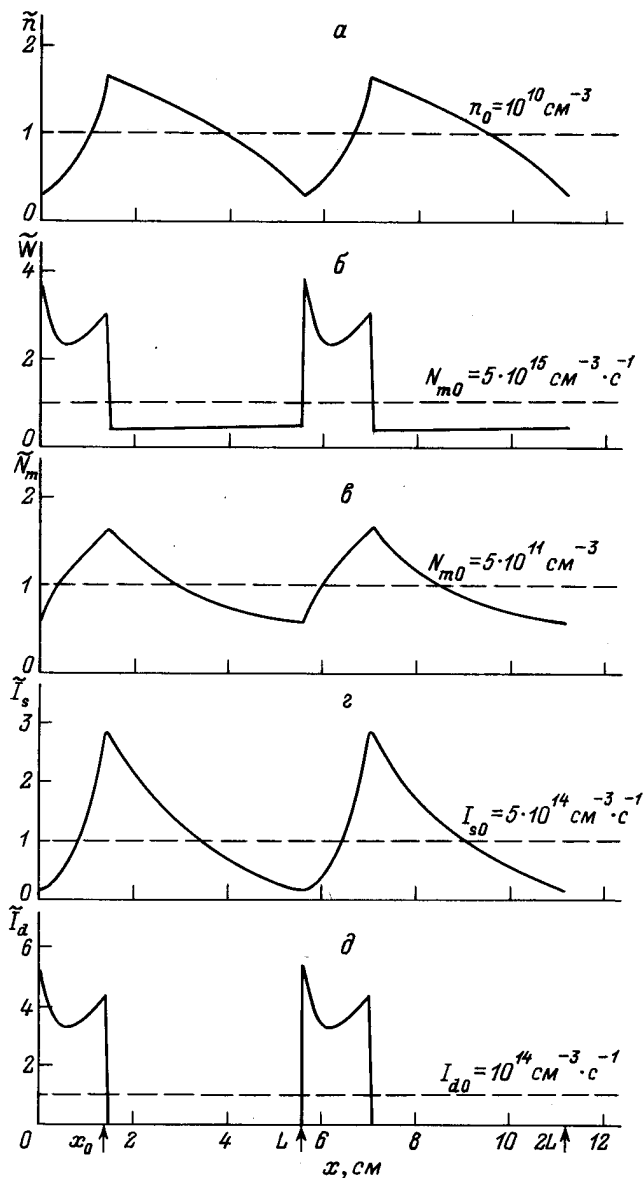


Рис. 4. Пространственные распределения параметров плазмы в ионизационной волне. а — концентрация электронов, б — полное число неупругих ударов, в — суммарная заселенность нижних возбужденных состояний, через которые идет ступенчатая ионизация, г — число ступенчатых ионизаций, д — число прямых ионизаций.

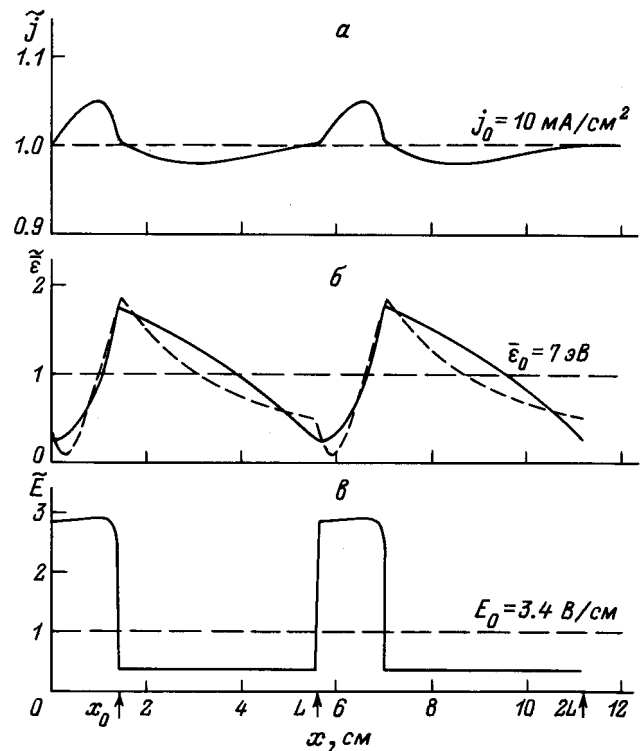


Рис. 5. Пространственные распределения в ионизационной волне. а — плотность продольного электронного тока, б — средняя энергия электронов (сплошная кривая) и скорректированное распределение частоты амбиполярных уходов на стенку  $1/\tau_a(x)$  (пунктир); в — продольное электрическое поле, рассчитанное по уравнению (28).

метный фазовый сдвиг по отношению к полю  $E(x)$ , заметно нарастая в области сильного поля ( $0 < x < x_0$ ) и плавно спадая в области слабого поля ( $x_0 < x < L$ ).

Распределение источников прямой ионизации по длине страты можно найти аналогично (8) с использованием функции распределения (16). Результаты расчетов для относительной величины  $\tilde{I}_d(x) = I_d(x)/I_{d0}$  приведены на рис. 4, д, из которого видно, что в соответствии с локальным характером формирования ФРЭ в неупругой области источники прямой ионизации сосредоточены в области сильного поля, где их вклад может быть сравним или даже превышать вклад ступенчатой ионизации.

Анализ электронной кинетики в пространственно-периодическом поле позволяет найти плотность продольного электронного тока, которая практически совпадает с плотностью разрядного тока, в зависимости от фазы страты. Направленная часть функции распределения с использованием (14) имеет вид

$$f_1(\varepsilon, x) = -\frac{v}{\nu} \frac{\partial f_0(\varepsilon, x)}{\partial x} = \Phi(\varepsilon) \frac{1}{v^2(\varepsilon, x)}. \quad (23)$$

Плотность продольного тока получим обычным образом

$$j(x) = 4\pi e \frac{m^{3/2}}{4\pi\sqrt{2}} \int_0^{v_1} f_1 v^3 dv = e \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{\varepsilon^1(x)}^{\varepsilon^1(x)+\varepsilon_1} \Phi(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (24)$$

где  $\varepsilon^1(x)$  — периодическая кривая на фазовой плоскости  $\varepsilon, x$ , являющаяся обращением кривой  $x_1(\varepsilon)$  (формула (14)).

Используя выражение (15) для нормировочной константы  $\Phi(\varepsilon)$  и (6) для  $j_0$ , получаем окончательное выражение для плотности тока

$$j(x) = \frac{3e^2 E_0}{2m\nu_0} n_0 \frac{1}{\varepsilon_1} \int_{\varepsilon^1(x)}^{\varepsilon^1(x)+\varepsilon_1} \Phi(\varepsilon) d\varepsilon = j_0 \cdot j(x). \quad (25)$$

На рис. 5, а приведены результаты расчетов по формуле (25) для  $j(x)$ . Из него видно, что с точностью  $\sim 3\%$  плотность тока постоянна вдоль страты. Небольшая модуляция тока связана с приближенным характером выражения (14).

Полученные данные о концентрации электронов  $n(x)$  (рис. 4, а) и ионизации (рис. 4, з, д) позволяют проанализировать уравнение баланса заряженных частиц и вычислить электрическое поле  $E(x)$ . Уравнение движения ионов запишем в виде

$$b_i \frac{d}{dx} n(x) E(x) + \frac{n(x)}{\tau_a(x)} = I_s(x) + I_d(x), \quad (26)$$

где  $b_i$  — подвижность ионов ( $b_i \approx 3.2 \cdot 10^3/p$  см<sup>2</sup>/В · с · Тор);  $\tau_a$  — время жизни ионов, определяемое уходами на стенку в режиме квазиамбилярной диффузии.

Для нестратифицированного разряда это уравнение переходит в (3). Величину  $\tau_a(x)$  можно приближенно задать в виде

$$\frac{1}{\tau_a(x)} \approx \frac{b_i}{e} \frac{2}{3} \bar{\varepsilon}(x) \left( \frac{2.4}{R} \right)^2, \quad (27)$$

где  $\bar{\varepsilon}(x)$  — средняя энергия, рассчитанная по функции распределения (14).

График зависимости  $\bar{\varepsilon}(x)$  приведен на рис. 5, б. Правильное описание радиальных потоков ионов и электронов в рамках двумерной модели для нестратифицированного разряда выполнено в работе [3].

Решение уравнения (26) в безразмерных переменных имеет вид

$$\tilde{E}(x) = \alpha \frac{\int_0^x \left( \tilde{I}(x) - \frac{\tilde{n}(x)}{\tau_a(x)} \right) dx}{\tilde{n}(x)} + \frac{\tilde{n}(0)}{\tilde{n}(x)} \tilde{E}(0), \quad (28)$$

где

$$\alpha = \frac{I_{s0} + I_{d0}}{n_0} \frac{1}{b_i E_0},$$

$$\tilde{I}(x) = \frac{I_s(x) + I_d(x)}{I_{s0} + I_{d0}}, \quad \tilde{\tau}_a(x) = \frac{\tau_a(x)}{\tau_{a0}}.$$

Были выполнены расчеты  $\tilde{E}(x)$  по формуле (28) с небольшими вариациями величины  $\tilde{\tau}_a(x)$ . Если предположить, что величина  $1/\tilde{\tau}_a(x)$  ведет себя так, как показано на рис. 5, б, то результаты расчетов по формуле (28) воспроизводят изначально заданное поле (1), что можно видеть из рис. 5, в.

Таким образом, выполненный анализ показывает возможность построения модели самоподдержания ионизационных волн. Действительно, в электрическом поле  $E(x)$ , заданном уравнением (1), формируется функция распределения (14), (16). Эта функция обеспечивает как абсолютные значения, так и пространственные распределения концентрации электронов и источников прямой и ступенчатой ионизации, необходимые для поддержания исходного поля.

Работа выполнена при поддержке Международного научного фонда (фонд Сороса). Грант № М-81300.

## Список литературы

- [1] Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 1. С. 46.
- [2] Цендин Л.Д. // Физика плазмы. 1982. Т. 8. Вып. 2. С. 400.
- [3] Behnke J., Golubovsky Yu.B., Nisimov S.U., Porokhova I.A. // Contr. Plasmaphys. 1995. In press.