

06;07;08

Нестационарные процессы усиления голографических решеток в двупреломляющих фоторефрактивных кристаллах

© Е.С. Коваленко, С.Н. Шарангович

Томская академия систем управления и радиоэлектроники,
634050 Томск, Россия

(Поступило в Редакцию 4 ноября 1995 г.)

Представлена теоретическая модель нестационарного процесса самоусиления слабых голографических решеток в двупреломляющих фоторефрактивных кристаллах при двух и одночастотном считывании с учетом многоволнового и векторного характера взаимодействий, одновременного протекания внутримодовых и межмодовых процессов записи и дифракции с различающимися фазовыми расстройками и комплексными константами связи, учитывающими локальный и нелокальный механизмы отклика среды. Получены аналитические решения взаимосвязанных уравнений записи и дифракции. Приведены результаты численных расчетов кинетики пространственного амплитудно-фазового профиля голографической решетки, ее коэффициента усиления и селективных свойств в процессе усиления при внутри и межмодовых геометриях взаимодействия.

Введение

Процессам усиления и генерации световых пучков при двух и четырехволновых взаимодействиях в фоторефрактивных кристаллах посвящено большое число исследований [1,2]. В большинстве из них рассматриваются стационарные процессы усиления (или генерации), где голографическая решетка полагается не зависящей от времени. В меньшей степени изучены нестационарные процессы, когда имеет место пространственно-временная трансформация голографической решетки [3–7], и соответственно превалирует один из процессов: записи, стирания или усиления таких решеток.

Значительный практический интерес представляют процессы усиления голографических решеток. Такие задачи возникают, например, при усилении слабых голографических изображений, создаваемых при регистрации быстропротекающих процессов или записи слабых сигналов, когда голографическое изображение оказывается очень слабым или даже скрытым в шумах фотоприемника. В отличие от усиления пучков при двух или четырехволновых взаимодействиях здесь входной сигнальный пучок отсутствует. Его роль выполняет световое поле, возникающее при дифракции опорного пучка на голографической решетке. Если порог усиления превышен, то в процессе взаимодействия этих волн голографическое изображение может быть существенно усилено.

В качестве сред для усиления голографических решеток широкое распространение получили двупреломляющие фоторефрактивные кристаллы (ФРК), к которым, в частности, относятся такие сегнетоэлектрики, как LiNbO_3 , BaTiO_3 , а также оптически активные кубические кристаллы BSO, BGO [2]. Описание нестационарных процессов взаимодействия в таких средах усложняется наличием в общем случае четырех дифракционных процессов (двух межмодовых и двух внутримодовых [2]), которые связаны через поле голографической решетки и имеют различные условия пространственного синхронизма, а сам эффект усиления определяется особенностями

многоволновых взаимодействий. Вопросы динамики изменения структуры поля, селективных свойств голографической решетки в процессе усиления в двупреломляющих ФРК, особенно в случае оптически активных кубических ФРК, в литературе до сих пор не рассматривались.

В настоящей работе рассматривается теоретическая модель процесса усиления слабых голографических решеток в двупреломляющих ФРК с учетом нестационарного и многоволнового характера взаимодействий. В первой части сформулированы общие уравнения нестационарного процесса усиления и рассмотрены соответствующие им практические геометрии дифракции в двупреломляющих ФРК на примере оптически активных кубических кристаллов. Во второй части в приближении заданной интенсивности получены аналитические решения задачи. В третьей рассмотрены вытекающие из полученных решений случаи межмодовых, внутримодовых и смешанных взаимодействий. В четвертой части работы приведены результаты численных расчетов, иллюстрирующие основные закономерности в пространственно-временной трансформации амплитудно-фазового профиля решеток по мере их усиления для внутри и межмодовых взаимодействий, даны численные оценки изменения коэффициента усиления и селективных свойств решеток в процессе их усиления.

Основные уравнения

Пространственная геометрия задачи показана на рис. 1, а. Исходная голографическая решетка сосредоточена в плоском слое толщиной L с нормалью x_0 . Электрическое поле решетки представим в виде

$$E_r(\mathbf{r}) = E_r^0(\mathbf{r})\mathbf{N} \exp[-i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}] + \text{к. с.}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = xx_0 + zz_0$ — радиус-вектор, $\mathbf{K} = \mathbf{N}K_r$ — вектор решетки, \mathbf{N} — единичный вектор, K_r — волновое число, $E_r^0(\mathbf{r})$ — начальный амплитудный профиль.

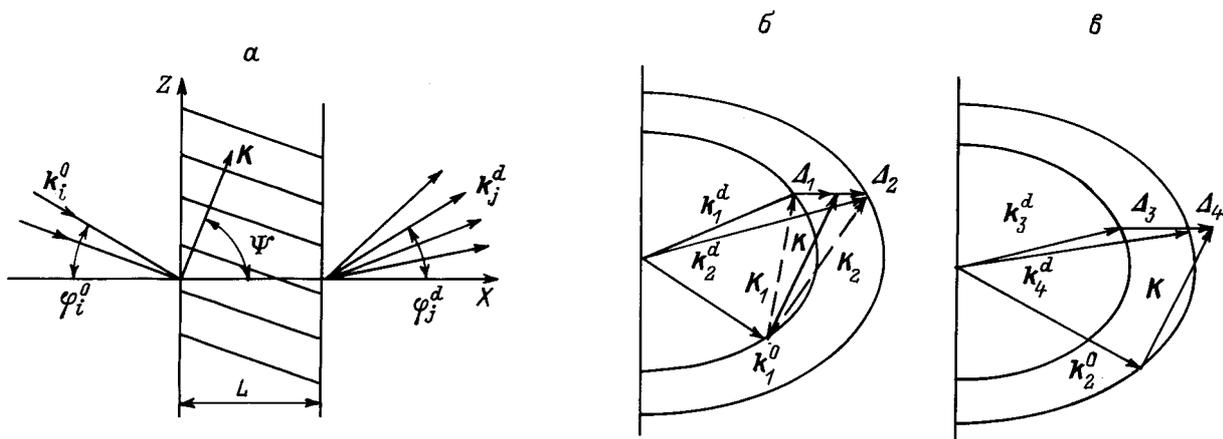


Рис. 1. Пространственная геометрия (а) и векторные диаграммы (б, в) смешанных взаимодействий в двупреломляющих ФРК.

Будем полагать, что считывание решетки осуществляется двумя опорными плоскими волнами с амплитудами A_j , волновыми векторами \mathbf{k}_j^0 и различающимися частотами ω_j . Векторы поляризаций \mathbf{e}_j^0 данных волн ортогональны и определяются поляризациями двух собственных волн двупреломляющего ФРК. Электрическое поле каждой из волн будет ($j = 1, 2$)

$$\mathbf{E}_j^0 = \mathbf{e}_j^0 A_j \exp [i (\omega_j t - \mathbf{k}_j^0 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.} \quad (2)$$

Процесс дифракции каждой из парциальных опорных волн \mathbf{E}_j^0 на голографической решетке \mathbf{E}_r иллюстрируется векторными диаграммами на рис. 1, б, в, учитывающими как межмодовые, так и внутримодовые взаимодействия [2]. Условия Брэгга в общем случае являются нарушенными для каждого из взаимодействий. Дифрагированные волны представим в виде, аналогичном (2)

$$\mathbf{E}_j^d = \mathbf{e}_j^d B_j \exp [i (\omega_j^d t - \mathbf{k}_j^d \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}, \quad (3)$$

где $j = 1-4$; \mathbf{e}_j^d , B_j , \mathbf{k}_j^d — поляризации, амплитуды и волновые векторы, частоты $\omega_{1,2}^d = \omega_1$, $\omega_{3,4}^d = \omega_2$.

Уравнения, описывающие взаимодействие волн \mathbf{E}_j^0 , \mathbf{E}_j^d и динамику голографической решетки \mathbf{E}_r , получим стандартным путем, приведенным в [1]. При этом будем полагать, что время максвелловской релаксации τ_m является наибольшим, так что по отношению к нему процессы релаксации носителей в зоне проводимости, характеризуемые временем τ_0 , можно считать квазистационарными и инерционными членами dN/dt можно пренебречь. Учтем три основных механизма записи решетки. Фотовольтаический механизм записи может быть охарактеризован тензором \mathbf{G} . Основными параметрами диффузионного и дрейфового механизмов записи являются соответственно средняя длина L_d и средняя дрейфовая длина фотоэлектронов L_0 . Предположим также, что дифракционные поля \mathbf{E}_j^d являются малыми по сравнению с полем накачки \mathbf{E}_j^0 . В этом случае амплитуды опорных волн A_j можно считать заданными и основными

уравнениями задачи будут

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_1}{\partial y} &= \Gamma_{11} E_r A_1 \exp[-i\Delta_1 y], \\ \frac{\partial B_2}{\partial y} &= \Gamma_{21} E_r A_1 \exp[-i\Delta_2 y], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_3}{\partial y} &= \Gamma_{32} E_r A_2 \exp[-i\Delta_3 y], \\ \frac{\partial B_4}{\partial y} &= \Gamma_{42} E_r A_2 \exp[-i\Delta_4 y], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_r}{\partial \tau} + E_r &= -g_{11} \frac{B_1 A_1^*}{I_0} \exp[i\Delta_1 y] - g_{21} \frac{B_2 A_1^*}{I_0} \exp[i\Delta_2 y] \\ &\quad - g_{32} \frac{B_3 A_2^*}{I_0} \exp[i\Delta_3 y] - g_{42} \frac{B_4 A_2^*}{I_0} \exp[i\Delta_4 y], \end{aligned} \quad (6)$$

где $B_j = B_j(\tau, y)$; $E_r = E_r(\tau, y)$; $\tau = t/\tau_{ef}$, $y = x/L$ — безразмерные время и координата;

$$\Delta_i = (\mathbf{k}_j^0 - \mathbf{k}_i^d + \mathbf{K}_r) \cdot \mathbf{x}_0 L; \quad (7)$$

$$\Gamma_{ij} = -i\omega_j L (\mathbf{e}_i^d \cdot \Delta \hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{e}_j^0) / (4cn_i \cos \phi_i^d \cos \beta_i^d) \quad (8)$$

— фазовые расстройки и дифракционные коэффициенты связи; $\Delta \varepsilon = -\varepsilon_0(\mathbf{r}_{ef} \mathbf{N}) \varepsilon_0$ — возмущение тензора диэлектрической проницаемости ε_0 единичным полем \mathbf{E}_r на частоте ω_j ; \mathbf{r}_{ef} — эффективный электрооптический тензор; n_i — показатель преломления; ϕ_i^d , β_i^d — углы между лучевой нормалью волны \mathbf{E}_j^d и векторами \mathbf{x}_0 , \mathbf{k}_j^d ;

$$\tau_{ef} = \tau_m (1 + iK_r L_0 + K_r^2 L_d^2); \quad (9)$$

$$g_{ij} = c\alpha_i \tau_m I_0 \frac{n_i}{\varepsilon_r} \left\{ (\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{G}}; \mathbf{e}_i^0 \mathbf{e}_j^d) + \frac{e\beta}{\hbar\omega} (L_0 - iK_r L_d^2) \right\}; \quad (10)$$

c — скорость света; α_i — коэффициент поглощения волны; β — квантовый выход фотопроводимости; ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость кристалла с учетом пьезоэффекта; $I_0 = |A_1|^2 + |A_2|^2$ — полная интенсивность опорного поля.

Отметим, что в кубических оптически активных ФРК фазовые расстройки Δ_j равны $\Delta_1 = \Delta(\omega_1)$, $\Delta_2 = \Delta(\omega_1) - \rho_L(\omega_1)$, $\Delta_3 = \Delta(\omega_2) + \rho_L(\omega_2)$, $\Delta_4 = \Delta(\omega_2)$, где Δ — начальные расстройки, обусловленные отклонением углов падения (или длин волн) опорных волн от их брэгговских значений; $\rho_L = \rho L(\cos \phi_i^0 + \cos \phi_j^0)$ — фазовые расстройки за счет циркулярного двупреломления; ρ — величина удельного вращения плоскости поляризации.

Граничные и начальные условия для системы уравнений (4)–(6) имеют вид ($i = 1-4$)

$$B_i(\tau, y = 0) = 0, \quad E_r(\tau = 0, y) = E_r^0(y), \quad (11)$$

где $E_r^0(y) = E_r^0(\mathbf{x}_0 \cdot \mathbf{r}/L)$.

Аналитические решения

Для решения системы уравнений (4)–(6) относительно $E_r(\tau, y)$ исключим с помощью (4), (5) амплитуды B_j в (6) и воспользуемся операторным методом. Применяя к результирующему уравнению преобразование Лапласа по переменной y и решая с учетом (11) полученное уравнение, получим следующее выражение для изображения $E_r(\tau, p) = L_p\{E_r(\tau, y)\}$:

$$E_r(\tau, p) = E_r^0(p) \exp \left[-\tau \left\{ 1 + \frac{\Gamma_1}{p - i\Delta_1} + \frac{\Gamma_2}{p - i\Delta_2} + \frac{\Gamma_3}{p - i\Delta_3} + \frac{\Gamma_4}{p - i\Delta_4} \right\} \right], \quad (12)$$

где $E_r^0(p) = L_p\{E_r^0(y)\}$ и введены безразмерные константы связи

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= g_{11}\Gamma_{11} \frac{|A_1|^2}{I_0}, & \Gamma_2 &= g_{21}\Gamma_{21} \frac{|A_1|^2}{I_0}, \\ \Gamma_3 &= g_{32}\Gamma_{32} \frac{|A_2|^2}{I_0}, & \Gamma_4 &= g_{42}\Gamma_{42} \frac{|A_2|^2}{I_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Обращение (12) $E_r(\tau, y) = L_p^{-1}\{E_r(\tau, p)\}$ дает искомого решение, описывающее пространственно-временное преобразование амплитудно-фазового профиля голографической решетки,

$$\begin{aligned} E_r(\tau, y) &= \exp[-\tau] \left\{ E_r^0(y) - \sum_j^{1-4} \sqrt{\tau\Gamma_j} \int_0^y E_r^0(y-s) F_j(s) ds \right. \\ &+ \tau \sum_{i \neq j}^{1-4} \sqrt{\Gamma_i\Gamma_j} \int_0^y F_i(s) \int_0^{y-s} E_r^0(y-s-s') F_j(s') ds' ds \\ &- \tau^{3/2} \sum_{i \neq j \neq k}^{1-4} \sqrt{\Gamma_i\Gamma_j\Gamma_k} \int_0^y F_i(s) \int_0^{y-s} F_j(s') \\ &\times \int_0^{y-s-s'} E_r^0(y-s-s'-s'') F_k(s'') ds'' ds' ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \tau^2 \sqrt{\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4} \int_0^y F_1(s) \int_0^{y-s} F_2(s') \int_0^{y-s-s'} F_3(s'') \\ &\times \int_0^{y-s-s'-s''} E_r^0(y-s-s'-s''-s''') F_4(s''') ds''' ds'' ds' ds \Big\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где ядром интегральных преобразований типа свертки является функция

$$F_j(s) = \sqrt[3]{s} \exp[i\Delta_j s] J_1 \left[2\sqrt{\Gamma_j \tau s} \right], \quad (15)$$

$J_1[x]$ — функция Бесселя первого порядка.

При раскрытии второго и третьего операторов суммирования в решении (14) учитывается только один из членов, имеющих повторяющиеся комбинации индексов ij и ijk . В результате второй оператор суммирования будет содержать 5 членов с индексами $ij = 12, 23, 34, 14, 24$, а третий — 3 члена с индексами $ijk = 123, 124, 234$.

Отметим, что первый член в (14) является начальной решеткой, стираемой со скоростью максвелловской релаксации. Члены второго, третьего и четвертого оператора суммирования описывают парциальные решетки, возникающие при двух-, четырех- и шестиволновых процессах взаимодействия. Наконец, последнее слагаемое определяет вклад в поле решетки за счет восьмиволнового процесса.

Амплитуды дифракционного светового поля $B_j(\tau, y)$ находятся при подстановке (14) в уравнения (4), (5). В частности, для поля $B_1(\tau, y)$ получим

$$\begin{aligned} B_1(\tau, y) &= \Gamma_{11} A_1 \exp[-\tau - i\Delta_1 y] \int_0^y \exp[i\Delta_1 s] \\ &\times J_0 c \left[2\sqrt{\Gamma_1 \tau s} \right] \left\{ E_r^0(y-s) - \sum_j^{2,3,4} \sqrt{\tau\Gamma_j} \right. \\ &\times \int_0^{y-s} E_r^0(y-s-s') F_j(s') ds' + \tau \sum_{i \neq j}^{2,3,4} \sqrt{\Gamma_i\Gamma_j} \\ &\times \int_0^{y-s} F_i(s') \int_0^{y-s-s'} E_r^0(y-s-s'-s'') F_j(s'') ds'' ds' \\ &- \tau^{3/2} \sqrt{\Gamma_2\Gamma_3\Gamma_4} \int_0^{y-s} F_2(s') \int_0^{y-s-s'} F_3(s'') \\ &\times \int_0^{y-s-s'-s''} E_r^0(y-s-s'-s''-s''') F_4(s''') ds''' ds'' ds' \Big\} ds, \end{aligned} \quad (16)$$

где $J_0[x]$ — функция Бесселя нулевого порядка. Решения для остальных компонент дифракционного светового поля по структуре аналогичны (16).

Полученные решения (14), (16) дают аналитическое описание нестационарных процессов взаимодействия двух опорных и четырех дифрагированных световых волн с полем голографической решетки. Каждый из них является многоволновым и включает в себя как процессы записи голографических решеток, так и процессы самодифракции. Условия, при которых может наблюдаться усиление дифракционного светового поля и поля решетки, зависят от соотношений между параметрами Δ_j, Γ_j ($j = 1-4$), процессов записи и самодифракции и зависят от анизотропии свойств ФРК для конкретных геометрий взаимодействия. В двупреломляющих ФРК анализ нестационарных процессов взаимодействия, описываемых решениями (14), (16), в общем случае является достаточно сложным. В этой связи дальнейшее рассмотрение ограничим случаями трех- и четырехволновых взаимодействий.

Трех- и четырехволновые взаимодействия

В двупреломляющих ФРК трехволновые взаимодействия реализуются в одной из геометрий, представленных на рис. 1, б, в, и являются вырожденным случаем четырехволнового взаимодействия. На практике данный вид взаимодействий будет происходить, если считывание осуществляется одной опорной волной, поляризация которой совпадает с поляризацией одной из собственных волн ФРК, и процесс взаимодействия является смешанным, т.е. за счет внутри- и межмодовой дифракции. Примем для определенности геометрию взаимодействия, представленную на рис. 1, б (т.е. опорная волна с амплитудой A_1 и поляризацией \mathbf{e}_j^0 распространяется в направлении \mathbf{k}_j^0). В этом случае константы связи $\Gamma_3, \Gamma_4 = 0$ и, как следует из (14), изменение амплитудно-фазового распределения решетки в нестационарном режиме описывается следующим выражением:

$$E_r(\tau, y) = \exp[-\tau] \left\{ E_r^0(y) - \sum_j^{1,2} \sqrt{\tau \Gamma_j} \times \int_0^y E_r^0(y-s) F_j(s) ds + 0.5\tau \sum_{i \neq j}^{1,2} \sqrt{\Gamma_i \Gamma_j} \times \int_0^y F_i(s) \int_0^{y-s} E_r^0(y-s-s') F_j(s') ds' ds \right\}, \quad (17)$$

где Γ_1, Γ_2 определены в (13) при $I_0 = |A_1|^2$ и были использованы симметричные свойства двух связанных через общее поле решетки двухволновых процессов.

Дифракционное световое поле в рассматриваемом случае состоит из двух компонент B_1, B_2 , образованных

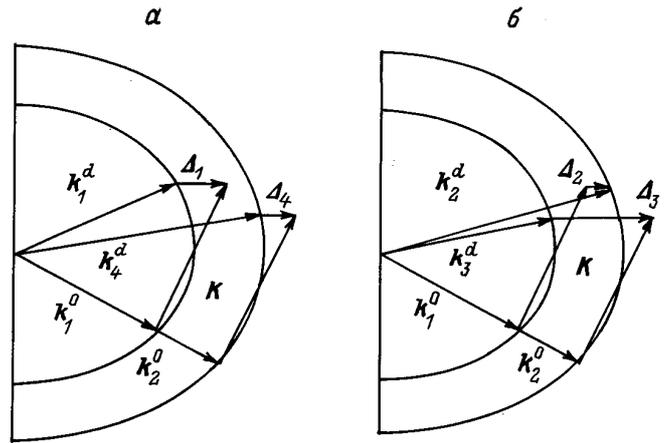


Рис. 2. Векторные диаграммы (а) внутримодовых и (б) межмодовых взаимодействий в оптически активных кубических ФРК.

соответственно за счет внутри- и межмодовой дифракционных процессов. Выражения для данных компонент вытекают из (16) и для внутримодового процесса дифракции имеют вид

$$B_1(\tau, y) = \Gamma_{11} A_1 \exp[-\tau - i\Delta_1 y] \int_0^y \exp[i\Delta_1 s] \times J_0 \left[2\sqrt{\Gamma_1 \tau s} \right] \left\{ E_r^0(y-s) - \sqrt{\tau \Gamma_2} \times \int_0^{y-s} E_r^0(y-s-s') F_2(s') ds' \right\} ds, \quad (18)$$

для межмодового процесса дифракции

$$B_2(\tau, y) = \Gamma_{21} A_1 \exp[-\tau - i\Delta_2 y] \int_0^y \exp[i\Delta_2 s] \times J_0 \left[2\sqrt{\Gamma_2 \tau s} \right] \left\{ E_r^0(y-s) - \sqrt{\tau \Gamma_1} \times \int_0^{y-s} E_r^0(y-s-s') F_1(s') ds' \right\} ds. \quad (19)$$

Общая форма решений сохраняется также для случаев внутримодовых (рис. 2, а) и межмодовых (рис. 2, б) взаимодействий, которые являются четырехволновыми. Здесь возможны два способа считывания: одной световой волной с произвольной поляризацией, которая внутри ФРК разлагается на две собственные волны с амплитудами A_1 и A_2 , или двумя ортогонально поляризованными волнами с разными частотами. При этом в (17)–(19) для внутримодовых взаимодействий следует заменить

$B_2 \rightarrow B_4, \Delta_2 \rightarrow \Delta_4, \Gamma_2 \rightarrow \Gamma_4, \Gamma_{21} \rightarrow \Gamma_{42}$, для межмодовых — $B_1 \rightarrow B_3, \Delta_1 \rightarrow \Delta_3, \Gamma_1 \rightarrow \Gamma_3, \Gamma_{11} \rightarrow \Gamma_{32}$. Если осуществляется однопучковое считывание ($A_1 = 0$ или $A_2 = 0$), то (17)–(19) переходят в решения нестационарного взаимодействия в ФРК, полученные в [7].

Проведем качественный анализ полученных решений. На начальном этапе временного процесса поле решетки является суммой исходной решетки и двух вторичных голограмм с согласованными по Брэггу волновыми векторами K_1 и K_2 (рис. 1, б), описываемых вторым и третьим слагаемыми в (17). Вторичные решетки записываются в кристалле в результате двухволновых взаимодействий между волнами A_1 и B_1 (внутримодовый процесс), A_1 и B_2 (межмодовый процесс). В данном процессе амплитуды волн B_1 и B_2 определяются первыми слагаемыми в (18), (19). Одновременно с этим в результате внутри- и межмодовой дифракции волн A_1 на вторичных голограммах образуются вторичные волны dB_1 и dB_2 , характеризующиеся вторыми слагаемыми в (18), (19). При их взаимодействии с опорной волной A_1 записываются еще две дополнительные решетки с совпадающими с K_1, K_2 волновыми векторами, амплитуды которых равны и описываются четвертым и пятым слагаемыми в (17). В итоге для эффективного поля решетки E_r , являющегося результатом векторного сложения амплитуд всех решеток, и компонент дифракционного светового поля B_1 и B_2 , сформированных в результате когерентного сложения вкладов от каждой из них, с течением времени может быть получено как усиление, так и ослабление.

Для анализа условий, при которых может наблюдаться усиление аналогично [7], используем коэффициенты усиления (KU) поля решетки $G_r(\tau)$ и компонент дифракционного поля $G_j(\tau)$ ($j = 1, 2$)

$$G_r(\tau) = \left| \frac{E_r(\tau, y = 1)}{E_r(\tau = 0, y = 1)} \right|, \quad G_j(\tau) = \left| \frac{B_j(\tau, y = 1)}{B_j(\tau = 0, y = 1)} \right|. \quad (20)$$

Подставляя (17) при $E_r^0(y) = \text{const}$ в (20) и анализируя при малых τ неравенство $G_r(\tau) > 1$, характеризующее превышение порога усиления, получим

$$\sum_j^{1,2} \left\{ -\Gamma_j' \frac{\sin \Delta_j}{\Delta_j} + \Gamma_j'' \frac{\sin^2(\Delta_j/2)}{(\Delta_j/2)} \right\} \geq 1, \quad (21)$$

где Γ_j' и Γ_j'' — вещественная и мнимая части Γ_j , характеризующие нелокальный и локальный отклики среды на внутри- ($j = 1$) и межмодовые ($j = 2$) взаимодействия.

Более жесткими являются условия, определяющие пороги усиления компонент дифракционного поля. Анализ $G_j(\tau) > 1$ при $E_r^0(y) = \text{const}$ в области малых τ дает

$$-\Gamma_j' - \Gamma_j'' \left\{ \text{ctg} \frac{\Delta_j}{2} - \frac{2}{\Delta_j} \right\} \geq 2. \quad (22)$$

Отметим, что неравенства (21), (22) дают хорошую оценку пороговых условий усиления только при чисто

нелокальном и смешанном откликах среды. При локальном отклике в условиях, когда $\Delta_j \cong 0$, пороговые условия усиления выполняются в области больших τ . Следовательно, (21), (22) не могут быть использованы в этом случае и оценка пороговых условий может быть получена только из численного расчета по формулам (17)–(20).

Численное моделирование

При численном моделировании по формулам (17)–(20) исследовалось влияние четырехволновых процессов на нестационарный характер процесса усиления голографических решеток, а именно на пространственно-временную трансформацию амплитудно-фазового профиля решетки, временные зависимости коэффициента усиления и селективных свойств решеток в процессе их усиления. При этом предполагалось, что исходная решетка записана в оптически активном кубическом ФРК и характеризуется однородным распределением $E_r^0(y) = 1$. Считывание осуществляется линейно поляризованной волной ($A_1 = A_2$) в условиях превышения порогов усиления (21), (22) за счет нелокального отклика среды ($|\text{Re}\Gamma_j| > 2 \gg |\text{Im}\Gamma_j|$) в геометрии внутримодовых (рис. 2, а) или межмодовых (рис. 2, б) взаимодействий.

Результаты расчета, иллюстрирующие нестационарные процессы усиления голографических решеток при внутримодовых взаимодействиях, представлены на рис. 3, 4, а, 6–8. На рис. 3 показано изменение нормированных зависимостей амплитудного профиля решетки $U_n(\tau, y) = |E_r(\tau, y)|/|E_r(\tau, y)|_{\max}$ в различные моменты времени $\tau = t/\tau_m$ при ее усилении ($\Gamma_1 = \Gamma_4 = -2.5$) в условиях фазового синхронизма ($\Delta_1 = \Delta_4 = \Delta = 0$). Видно, что амплитудный профиль по мере усиления приобретает существенно выраженную пространственную неоднородность, трансформирующуюся со временем в соответствии с поведением парциальных реше-

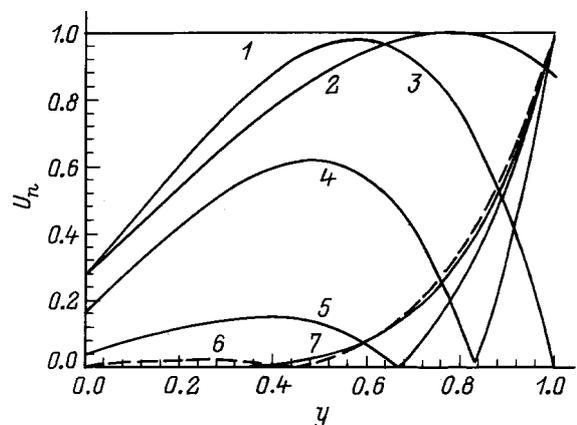


Рис. 3. Нормированные зависимости амплитудного профиля решетки $U_n(\tau, y) = |E_r(\tau, y)|/|E_r(\tau, y)|_{\max}$ при внутримодовых процессах взаимодействий. τ : 1 — 0, 2 — 1, 3 — 1.6, 4 — 2, 5 — 3, 6 и 7 — 5.

ток, образованных, как отмечалось выше, при двух- и четырехволновых взаимодействиях. Отметим основные особенности данного процесса. При малых τ (кривая 2) неоднородность решетки характеризуется возрастанием амплитуды по y , что связано в основном с двухволновыми процессами усиления [4,7]. В области средних τ (кривая 3) поле решетки локализуется в центральной части, а затем с увеличением τ (кривые 4–6) приобретает характер пространственных биений с образованием второго максимума, сосредоточенного на выходе решетки и обусловленного четырехволновым процессом. При этом первый максимум уменьшается по амплитуде, а область, занимаемая им, сужается и смещается в сторону входной границы решетки. Физическое данное поведение объясняется тем, что пространственный профиль результирующего поля голографической решетки формируется в результате когерентного сложения полей решеток, образуемых при двух и четырех волновых процессах, которые, согласно (17), имеют различающиеся амплитудно-фазовые распределения и разные скорости их изменения по времени и координате взаимодействия. Следует заметить, что при различии коэффициентов связи и (или) фазовых расстройках, что характерно для смешанных (рис. 1, б, в) и межмодовых (рис. 2, б) взаимодействий, амплитудно-фазовые профили парциальных решеток, образованных при двухволновых процессах, становятся также различными. Это приводит к дополнительному усложнению структуры поля, сопровождающемуся наличием нескольких локальных максимумов.

Представление о временной динамике изменения коэффициента усиления решетки на ее выходе и вкладе в него двух- и четырехволновых процессов дают временные зависимости $G_r(\tau, y = 1)$, показанные на рис. 4, а и рассчитанные при тех же условиях, что и на рис. 3. Отметим, что КУ (кривая 1) имеет два максимума, различающихся по величине и сдвинутых во времени. Из сравнения временного поведения кривых 2–4 с кривой 1 видно, что первый максимум КУ $G_r(\tau, y = 1)$ в основном обусловлен двухволновыми, а второй, существенно превосходящий (в ≈ 9 раз), — четырехволновым процессами. При этом спад КУ $G_r(\tau, y = 1)$ в области $0.5 < \tau < 1.5$ связан с тем, что решетки, записываемые при двух- и четырехволновых взаимодействиях, являются противофазными. В условиях фазовых расстройок $\Delta_1 = \Delta_4 = \Delta \neq 0$, как показывает расчет, фазовые соотношения между ними и исходной решеткой могут изменяться. Вследствие этого с ростом Δ временное поведение КУ $G_r(\tau, y = 1)$ в области $0 < \tau < 2$ может быть постоянным, монотонно возрастающим или иметь локальный минимум. В последнем случае это связано с противофазностью исходной решетки и решеток, записываемых при двухволновых процессах.

В случае многомодовых взаимодействий, когда всегда присутствует различие фазовых расстройок $\Delta_3 - \Delta_2 = 2\rho_L$, в области значений $\rho_L < 3$ динамика изменения КУ $G_r(\tau, y = 1)$ подобна описанной выше и усложняется при $\rho_L > 3$. В качестве примера зависимости $G_r(\tau, y = 1)$, рассчитанные для межмодовых

взаимодействий с $\rho_L = 5$ при $\Delta = 0$ и $\Gamma_2 = \Gamma_3 = -4$, показаны на рис. 4, б. Видно, что временное изменение амплитуд исходной (кривая 2) и образуемых при двухволновых процессах (кривая 3) решеток такое же, как и на рис. 4, а. Однако вклад в КУ амплитуд решеток, сформированных при четырехволновых процессах, приобретает осциллирующий во времени характер (кривая 4). Это отражает интерференцию указанных решеток с изменяющимися во времени амплитудно-фазовыми распределениями. Поведение КУ результирующего поля решетки $G_r(\tau, y = 1)$ представлено кривой 1. Отметим, что временные осцилляции КУ являются результатом интерференции следующих решеток: в области времен $0 < \tau < 0.5$ — исходной и двух генерируемых при двухволновых процессах, при $1.5 < \tau < 7$ — созданных в процессах двухволнового смещения и четырехволнового взаимодействия. Абсолютный максимум КУ принимает при $\tau \approx 12$, где амплитуда вторичных решеток, записанных в результате четырехволнового взаимодействия, максимальны и существенно превосходят амплитуды других.

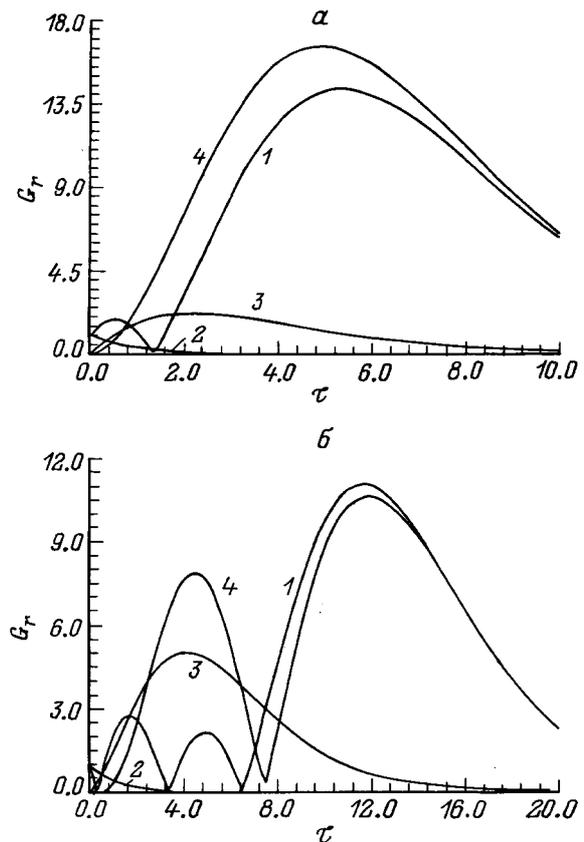


Рис. 4. Временные зависимости коэффициента усиления решетки. а — внутримодовое взаимодействие при $\Gamma_1 = \Gamma_4 = -2.5$ и $\Delta_1 = \Delta_4 = 0$; б — межмодовое взаимодействие при $\Gamma_2 = \Gamma_3 = -4$ и $\Delta_2 = \Delta_3 = -5$ ($\Delta = 0, \rho_L = 5$); 1 — $g_2(\tau, y = 1)$; 2 — вклад исходного поля; 3 — вклад двухволнового процесса; 4 — вклад четырехволнового процесса.

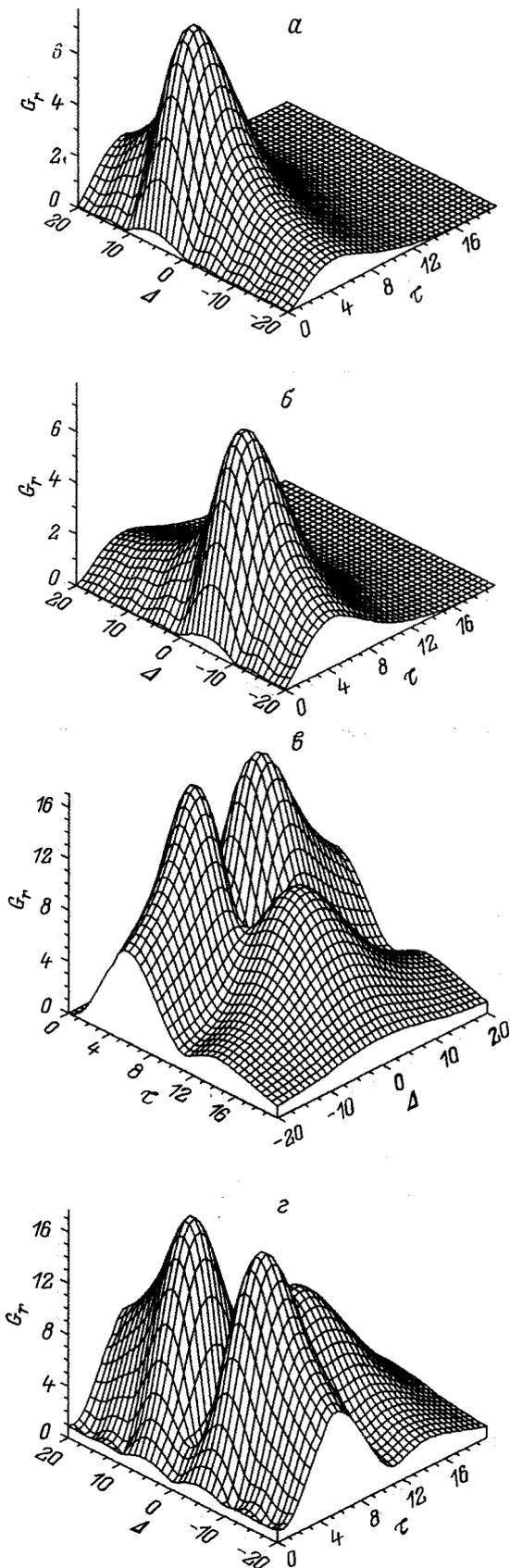


Рис. 5. Временные зависимости коэффициента усиления решетки при межмодовых взаимодействиях как функции начальной расстройки.

При изменении начальной фазовой расстройки ($\Delta \neq 0$) вследствие различия фазовых условий межмодовых процессов $|\Delta_2| \neq |\Delta_3|$ в условиях выраженной оптической активности кристалла ($\rho_L > 3$) временная динамика амплитуды решетки и ее КУ $G_r(\tau, y = 1)$ на выходе кристалла может существенно отличаться от приведенной на рис. 4, б. В качестве примера на рис. 5 представлены временные зависимости КУ (τ) $G_r(\tau, y = 1)$ и вкладов в него (а, б) двухволновых и (в) четырехволнового процессов как функций Δ при межмодовых взаимодействиях с коэффициентами связи $\Gamma_2 = \Gamma_3 = -4$ и $\rho_L = 5$ ($\Delta_2 = \Delta - \rho_L$, $\Delta_3 = \Delta + \rho_L$). Видно, что перестроечные зависимости $G_r(\Delta, \tau)$ двухволновых взаимодействий (рис. 5, а, б) имеют одинаковый временной характер, достигают одного максимума для $\tau = 4$ при разных Δ , смещенных на величину $2\rho_L$. В отличие от них перестроечная зависимость $G_r(\Delta, \tau)$ за счет четырехволнового взаимодействия (рис. 5, в) в силу симметричных свойств протекания данного процесса является симметричной по Δ и характеризуется тремя максимумами КУ. Величина КУ в первых двух, расположенных при $\tau = 4$ и $\Delta = \pm\rho_L$, одинакова и в 1.4 раза больше, чем в третьем, достигаемом при больших временах $\tau = 4$ вблизи $\Delta = 0$. Зависимость $G_r(\Delta, \tau)$ общего КУ решетки, показанная на рис. 5, г, отличается от рис. 5, в только в области малых τ , а также Δ (рис. 4, б). Таким образом, чувствительность КУ решетки при межмодовых взаимодействиях характеризуется при средних временах наличием двух экстремумов, соответствующих значениям $\Delta = \pm\rho_L$, при которых происходит компенсация брэгговской расстройки одного из межмодовых процессов ($\Delta_2 = 0$ или $\Delta_3 = 0$). В области больших времен экстремум КУ достигается, наоборот, в условиях брэгговской расстройки каждого из процессов ($\Delta_2 = -\rho_L$, $\Delta_3 = \rho_L$).

Изменение комплексной амплитуды $E_r(\tau, y)$ в процессе усиления приводит также к пространственной неоднородности и нестационарности во времени фазового распределения решетки $\Psi(\tau, y) = \arg E_r(\tau, y)$. Физически это отражает появление изменяющейся компоненты $\delta K_x(\tau, y) = \partial \Psi(\tau, y) / \partial y$ к x -проекции вектора решетки $K_x = x_0 \cdot \mathbf{K}$, что приводит к временному сканированию эффективного вектора решетки $\mathbf{K}_r = \mathbf{K} + x_0 \delta K_x$. Для характеристики данного эффекта на рис. 6 показаны временные зависимости параметра $\delta(\tau, y = 1) = \delta K_x(\tau, y = 1) / \Delta_x$, характеризующего относительный поворот вектора \mathbf{K}_r на выходе решетки относительно начального $\mathbf{K}_r(\tau = 0, y) = \mathbf{K}$ ($\delta = 0$) к брэгговским согласованным положениям ($\delta = \pm 1$), для четырехволновых внутримодовых (кривая 2, $\Delta_x = \Delta$) и межмодовых (кривые 3–5, $\Delta_x = \rho_L$) взаимодействий. Здесь же представлено изменение $\delta(\tau, y = 1)$ (кривая 1) в простейшем случае двухволнового взаимодействия [7] в условиях фазовой расстройки ($\Delta_x = \Delta$).

Как видно из рис. 6, при внутримодовых взаимодействиях (кривая 2) в области малых $\tau < 1$ происходит

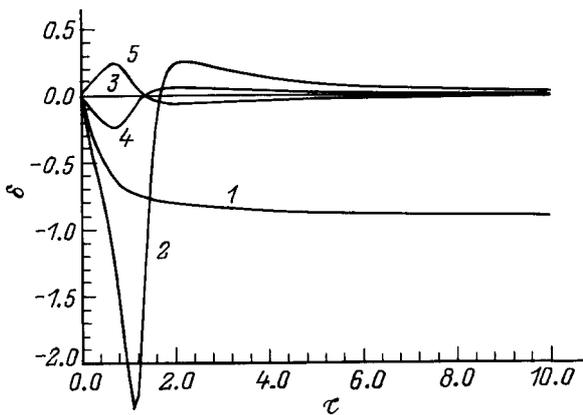


Рис. 6. Временная зависимость параметра $\delta(\tau, y = 1)$. Внутримодовое взаимодействие: 1 — двухволновое ($\Gamma_1 = -2.5, \Gamma_4 = 0$ и $\Delta_1 = 2, \Delta_4 = 0$); 2 — четырехволновое ($\Gamma_1 = \Gamma_4 = -2.5$ и $\Delta_1 = \Delta_4 = 2$); межмодовое четырехволновое взаимодействие ($\Gamma_2 - \Gamma_3 = -2.5$): 3 — $\Delta_2 = -2, \Delta_3 = 2$; 4 — $\Delta_2 = 0, \Delta_3 = 4$; 5 — $\Delta_2 = -4, \Delta_3 = 0$.

более быстрый в сравнении с кривой 1 поворот \mathbf{K}_r к брэгговскому положению, механизм которого, как и в [7], обусловлен стиранием исходной решетки и нарастанием амплитуд двух согласованных по Брэггу решеток. Наибольшее отличие в поведении $\delta(\tau)$ наблюдается при $\tau > 1$, где становится существенным влияние вторичных решеток, сформированных при четырехволновом процессе. Здесь для $1 < \tau < 2$ быстрый спад и рост $\delta(\tau)$ связан с переходом $|E_r(\tau, y = 1)|$ через нулевое значение (рис. 3, кривая 3), вблизи которого скорость изменения $\Psi(\tau, y = 1)$ максимальна и меняет знак. Интересно, что при $\tau > 2$, где достигается максимум усиления (рис. 4, а, кривая 1) решетки, а амплитудный профиль в основном локализован вблизи выходной границы (рис. 3) и обусловлен четырехволновым процессом, скорость изменения фазы минимальна, а \mathbf{K}_r асимптотически стремится к начальному (рассогласованному по Брэггу) положению ($\delta(\tau \gg 2) \Rightarrow 0$).

При межмодовых взаимодействиях в случае $\Delta = 0$ (рис. 6, кривая 3) параметр $\delta(\tau) = 0$ для любых τ , что свидетельствует об отсутствии вращения \mathbf{K}_r и объясняется компенсацией равных, но противоположных по знаку вкладов в $\Psi(\tau, y = 1)$ фаз вторичных решеток, сформированных при двухволновых и четырехволновом взаимодействиях. При введении начальной расстройки $\Delta = \pm \rho_L$ компенсирующей брэгговскую расстройку одного из межмодовых процессов ($\Delta_2 = 0$ или $\Delta_3 = 0$), временные зависимости $\delta(\tau)$ представлены кривыми 4, 5 на рис. 6 и являются зеркальным отображением друг друга относительно кривой 3. Здесь в отличие от внутримодовых процессов (кривая 2) вектор решетки \mathbf{K}_r сначала поворачивается от одного брэгговски согласованного положения ко второму, а затем асимптотически возвращается в первоначальному.

Таким образом, анализ изменения $\delta(\tau, y = 1)$ показывает, что эффективный вектор решетки \mathbf{K}_r в общем

случае сканирует между всеми возможными положениями векторов парциальных решеток, формируемых в многоволновом процессе усиления. Направление сканирования в каждый момент времени при $\Delta_2 \neq \Delta_3 \neq 0$ определяется доминирующим процессом смещения. При больших коэффициентах усиления положение эффективного вектора решетки приближается к исходному.

Предыдущее рассмотрение касалось пространственно-временной трансформации структуры поля решетки в процессе ее усиления. Интегральной характеристикой данного процесса, используемой на практике, служит коэффициент усиления дифракционного светового поля $G_I(\tau, \Delta, y = 1)$ по интенсивности. Временные зависимости $G_I(\tau, \Delta = 0)$, рассчитанные для случая внутримодовых взаимодействий

$$G_I(\tau, \Delta) = \left| \frac{B_1(\tau, \Delta, y = 1)}{\Gamma_{11}A_1} \right|^2 + \left| \frac{B_4(\tau, \Delta, y = 1)}{\Gamma_{42}A_2} \right|^2$$

при различных значениях коэффициентов связи $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_4$ и фазовом синхронизме $\Delta_1 = \Delta_4 = \Delta = 0$, представлены на рис. 7 сплошными кривыми. Видно, что динамика изменения КУ $G_I(\tau)$ более плавная, чем $G_r(\tau)$ (см. рис. 4, а). С ростом коэффициента связи $\Gamma_1 = \Gamma_4$ область максимальных значений КУ $G_I(\tau)$ расширяется и смещается в сторону больших времен.

При этом вследствие существенной трансформации амплитудного профиля $U_n(\tau, y)$ (рис. 3) происходит временное изменение селективных свойств усиливаемой решетки, которые полностью характеризуются перестроечной зависимостью $G_I(\tau, \Delta)$. В рассматриваемом случае с ростом τ и Γ зависимость $G_I(\Delta)$, сохраняя общую однолепестковую структуру, испытывает плавное уширение. Для количественной характеристики последнего может служить параметр $2\Delta_{0.5}$, определяемый из решения уравнения $G_I(\Delta_{0.5}) = G_{I \max}/2$, где $G_{I \max} = \max G_I(\Delta)$, и характеризующий в обобщенной форме селективные (угловые и спектральные) свойства усиливаемой решетки. Результаты расчета временной динамики $2\Delta_{0.5}(\tau)$ представлены штриховыми кривыми на рис. 7. Видно,

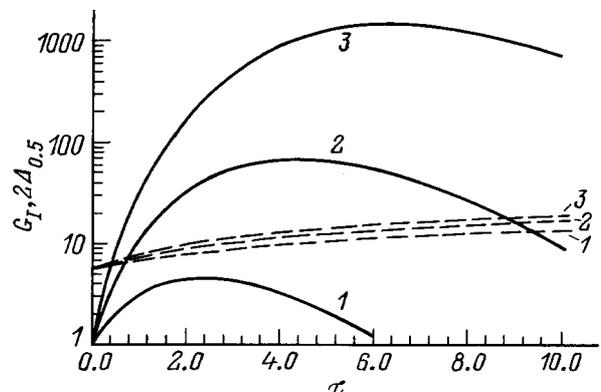


Рис. 7. Временные зависимости $G_I(\tau, y = 1)$ (сплошные линии) и $2\Delta_{0.5}(\tau, y = 1)$ (штриховые линии) четырехволновых взаимодействий. $\Gamma_1 = \Gamma_4$: 1 — -2; 2 — -3; 3 — -4; $\Delta_1 = \Delta_4 = 0$.

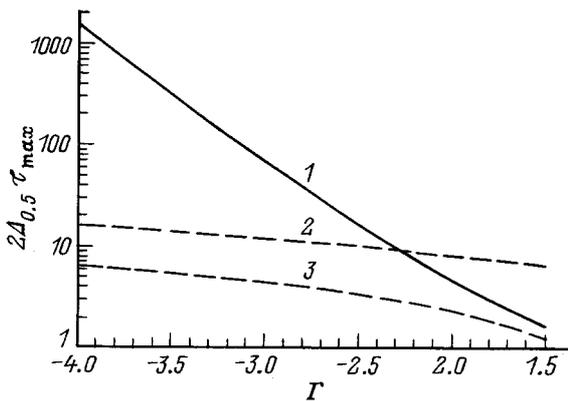


Рис. 8. Зависимость времени τ_{\max} (3) и соответствующих ему значений G_I ($\tau_{\max}, y = 1$) (1) и $2\Delta_{0.5}$ ($\tau_{\max}, y = 1$) (2) внутримодовых взаимодействий от коэффициента связи $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_4$.

во-первых, что в динамике по мере усиления решетки происходит монотонное ухудшение ее селективных свойств, которое за время выхода на максимум КУ $G_I(\tau)$ составляет для кривых 1 и 3 соответственно ≈ 1.5 и ≈ 2.7 раза. Во-вторых, практически важным является то, что с ростом коэффициента связи Γ степень уширения $2\Delta_{0.5}$ в каждый момент времени существенно меньше, чем увеличение КУ G_I . В частности, для $\tau = 2$ увеличение Γ с -2 до -4 приводит к изменению $2\Delta_{0.5}$ и G_I соответственно в 1.27 и 40 раз.

Для практических оценок представляется интересным выяснение характера зависимостей времени τ_{\max} , при котором достигается максимум КУ $\max G_I(\tau)$, а также соответствующих ему значений $G_I(\tau_{\max})$ и $2\Delta_{0.5}(\tau_{\max})$ от величины коэффициента связи Γ . Результаты их расчета представлены на рис. 8. Анализ показывает, что данные зависимости с достаточной для практики точностью могут быть аппроксимированы экспоненциальной $G_I(\Gamma) = 0.018 \exp[-2.79\Gamma]$ и линейными $2\Delta_{0.5}(\Gamma) = 0.57 - 3.84\Gamma$, $\tau_{\max}(\Gamma) = -1.75 - 2.04\Gamma$ функциями. Также отметим, что в диапазоне анализируемых значений Γ изменение $2\Delta_{0.5}$ и G_I составляет 2.46 и 920 раз. Таким образом, при высоких КУ процесс самоусиления голограмм в ФРК сопровождается ухудшением разрешающей способности, что является особенно важным при восстановлении голограмм сложных изображений. Однако разность в скорости изменений КУ и селективности позволяет достичь компромиссного варианта между ними.

Более сложный характер имеют зависимости $G_I(\tau, \Delta, y = 1)$ в случае межмодовых и смешанных взаимодействий, подробное рассмотрение которых, а также анализ динамики поляризационных явлений при многоволновых процессах самоусиления голограмм в ФРК, описываемых полученными решениями (16), (18), (19), будут выполнены в последующей работе. Здесь же отметим, что в общем случае при одновременном протекании внутри- и межмодовых взаимодействий в процессе усиления поле решетки может приобрести

трехкомпонентную структуру. В динамике изменение селективности каждой из парциальных решеток характеризуется различной скоростью уширения, которая зависит от величины усиления. В результате временная эволюция общей селективности усиливаемого голографического изображения, образованного в результате векторного когерентного сложения парциальных голограмм, определяется величиной смещения и степенью перекрытия кривых селективности парциальных решеток.

Заключение

1. Разработана теоретическая модель нестационарного процесса самоусиления слабых голографических решеток в дупреломляющих ФРК при двух и одночастотном считывании с учетом многоволнового и векторного характера взаимодействий, одновременного протекания внутримодовых и межмодовых процессов записи и дифракции с различающимися фазовыми расстройками и комплексными константами связи, учитывающими локальный и нелокальный механизмы отклика среды.

2. Аналитические решения взаимосвязанных уравнений записи и дифракции, полученные в приближении заданного поля в обобщенной форме, описывают кинетику самосогласованных процессов трансформации пространственного и амплитудно-фазового профиля голографической решетки, ее селективных свойств в процессе усиления и амплитудно-поляризационных характеристик дифракционного светового поля при двухпучковом считывании с одинаковыми и различающимися частотами. Определены пороговые условия процесса усиления при многоволновом взаимодействии.

3. В результате детального анализа межмодовых и внутримодовых процессов в оптически активных кубических ФРК установлено, что усиливаемое голографическое изображение формируется за счет совокупности двух и четырехволновых процессов. Усиление, достигаемое за счет каждого из них, различно и достигает максимума в различные моменты времени. Амплитудно-фазовое распределение парциальных решеток, образуемых при данных процессах, имеют существенно выраженную различную и трансформирующуюся со временем пространственную неоднородность. Вследствие этого кинетика результирующего поля решетки в процессе выхода на максимум усиления имеет характер пространственных биений с изменяющимися во времени положениями и амплитудами максимумов.

4. Показано, что эффективный вектор решетки \mathbf{K} , в общем случае сканирует между всеми возможными положениями векторов парциальных решеток, формируемых в многоволновом процессе усиления. Направление сканирования в каждый момент времени определяется доминирующим процессом смещения. При больших коэффициентах усиления положение эффективного вектора решетки приближается к исходному, а амплитудный профиль локализуется вблизи выходной границы.

5. Установлены зависимости коэффициента усиления и степени уширения кривых селективности голограмм относительно параметров среды при внутримодовых геометриях взаимодействия. Показано, что степень роста коэффициента усиления существенно превосходит ухудшение разрешающей способности.

Исследования, выполненные в данной работе, были проведены при частичной финансовой поддержке по гранту № NY4300 Международного научного фонда и Российского правительства.

Список литературы

- [1] *Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И.* Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смещении. М.: Наука, 1990. 272 с.
- [2] *Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В.* Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992. 320 с.
- [3] *Кухтарев Н.В.* // УФЖ. 1978. Т. 23. № 12. С. 1947–1953.
- [4] *Gu C., Hong J., Yeh P.* // JOSA B. 1992. Vol. 9. N 8. P. 1473–1479.
- [5] *Котов В.Б.* // РнЭ. 1994. Т. 34. № 2. С. 337–343.
- [6] *Kotov V.B.* // Proc. SPIE. 1994. Vol. 2429. P. 170–178.
- [7] *Коваленко Е.С., Зеленская Т.Е.* // Изв. вузов. Физика. 1995. № 7. С. 77–84.