

08;12

## ”Подпрыгивание” нагрузки и излучение звука при сухом трении

© А.П. Киселев, В.А. Лазарев

Институт проблем машиноведения РАН,  
199178 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 19 января 1996 г.)

Рассматривается простая модель генерации звука при сухом трении, учитывающая ”подпрыгивание” нагрузки, т.е. ее колебания, перпендикулярные к плоскости скольжения. Устанавливается, что при дозвуковых скоростях скольжения именно ”подпрыгивание” обуславливает излучение акустических волн со сложной и нерегулярной скоростной зависимостью.

1. Единственным простым, общим и надежным результатом, установленным за тысячелетия исследований сухого трения, является эмпирический закон Амонтона–Кулона, утверждающий пропорциональность силы трения величине статической нормальной нагрузки [1]. Поэтому естествен интерес к теоретическому описанию самого процесса сухого трения и сопутствующих ему эффектов на основе простых моделей. Особенного внимания заслуживает работа Е. Адировича и Д. Блохинцева [2], предпринявших смелую попытку элементарного описания сухого трения в рамках линейной теории идеальной упругости. Механизмом трения в [2] было излучение звука из зоны контакта.

2. Проследим сначала ход мыслей в [2]. Рассмотрим два полубесконечных идеально-упругих тела с периодическими шероховатостями, из которых одно движется относительно другого с дозвуковой скоростью скольжения  $v$ , не контактируя с ним непосредственно (рис. 1). Взаимодействие осуществляется посредством статических (например, молекулярных) сил, действующих между поверхностями тел. Важен лишь линейный характер этого взаимодействия.

Первый, нетривиальный шаг работы [2] состоит в замене действия движущегося тела на неподвижное эквивалентной нагрузкой, периодической по координате  $x$  и времени, но приложенной уже не к шероховатому телу, а к поверхности полупространства  $z > 0$ .

Второй шаг состоит в вычислении мощности  $W$  волн, излучаемых в полупространство  $z > 0$ , а третий — в приравнивании

$$W = F \cdot v, \quad (1)$$

где  $F$  называется силой сухого трения.

Оказывается, что при малых скоростях скольжения звук излучается в основном осциллирующими модами нагрузки, отвечающими нормальным и тангенциальным колебаниям поверхности  $z = 0$ , а излучаемая мощность оказывается практически не зависящей от  $v$ . Отсюда следует по меньшей мере удивительный результат

$$F \sim \frac{1}{v}, \quad v \rightarrow 0. \quad (2)$$

Первый из описанных шагов не может быть сделан без значительных натяжек, которых можно избежать в упрощенной модели контакта (рис. 2). Простота эта оказывается чрезмерной: такая модель вообще не описывает генерации звука при дозвуковых скоростях скольжения.

Дело, однако, качественно изменяется при учете ”подпрыгивания” нагрузки, т.е. колебаний ее, перпендикулярных к плоскости скольжения. ”Подпрыгивание”, как считается (см. [3] и цитированную там литературу), всегда сопутствует сухому трению.

3. Будем представлять себе одно из трущихся тел как однородное идеально-упругое полупространство  $z > 0$ , вдоль поверхности которого в направлении оси  $x$  с постоянной скоростью скольжения  $v$  перемещается абсолютно жесткая нагрузка (рис. 2). Процесс не зависит от координаты  $y$ . Нагрузка, периодически шероховатая с периодом  $2L$ , по-прежнему действует на тело посредством поверхностных сил.

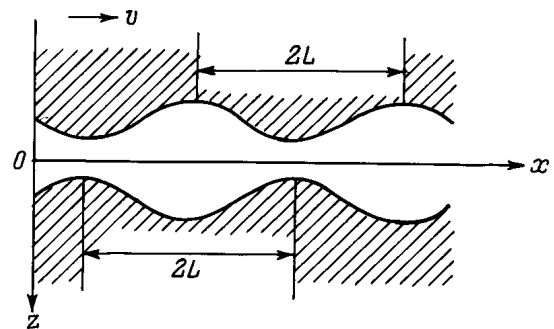


Рис. 1. Начальная модель контакта в работе Е. Адировича и Д. Блохинцева.

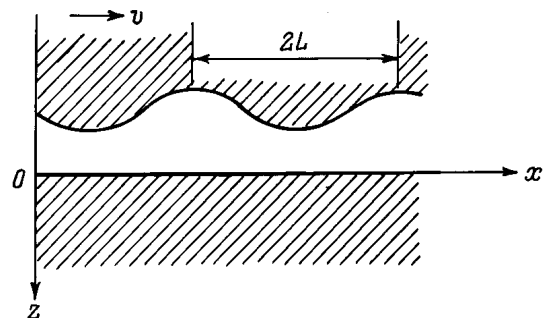


Рис. 2. Рассматриваемая модель контакта.

Суть дела можно понять, описывая процессы при  $z > 0$  скалярным уравнением

$$\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где  $\mu$  — модуль упругости среды,  $\rho$  — ее плотность.

4. Сначала рассмотрим нагрузку, движущуюся без "подпрыгивания". Ее действие моделируется граничным условием

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = f(x - vt), \quad (4)$$

где функция  $f(x - vt)$ , периодическая с периодом  $2L$ , определяется структурой шероховатостей и видом поверхностных сил.

Рассмотрим в качестве нагрузки одну из гармоник функции  $f$

$$f(x - vt) = A_m \exp [i \Xi_m (x - vt)], \quad (5)$$

$$A_m = \text{const}; \Xi_m = (m\pi)/L; m = 0, 1, \dots$$

Решение задачи (3)–(5) имеет вид

$$u = \frac{A_m}{i\mu\zeta_m} \exp [i\Xi_m(x - vt) + \zeta_m z], \quad (6)$$

где

$$\zeta_m = i\Xi_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (7)$$

$c = \sqrt{\mu/\rho}$  — скорость звука в модели.

В интересном для подавляющего большинства приложений случае дозвуковой скорости скольжения

$$v < c \quad (8)$$

$\zeta_m$  чисто мнимо. Волновой процесс имеет при этом поверхностный характер и не сопровождается излучением звука внутрь тела. Это, очевидно, справедливо и для задачи (4), (5) с любой периодической по  $x - vt$  нагрузкой.

5. Рассмотрим теперь задачу с движущейся и одновременно гармонически "подпрыгивающей" нагрузкой вида

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = \exp(-i\Omega t) f(x - vt), \quad (9)$$

где  $f(x - vt)$  — по-прежнему периодическая функция своего аргумента,  $\Omega$  — круговая частота "подпрыгиваний".

Связи между  $\Omega$  и периодом шероховатостей мы не предполагаем.

Сперва ограничимся одной гармоникой функции  $f$ . Решение задачи (3), (4), (9) имеет вид

$$u = \frac{A_m}{i\mu Z_m} \exp [i\Xi_m(x - vt) + Z_m z - \Omega t], \quad (10)$$

где

$$Z_m = \frac{i}{c} \sqrt{c^2 \Xi_m^2 - (\Omega + v\Xi_m)^2}. \quad (11)$$

Излучение звука в глубь тела  $m$ -й модой "подпрыгивающей" нагрузки происходит, если  $Z_m$  вещественно, т.е. при  $v > v_m$ , где  $v_m$  — соответствующая критическая скорость

$$v_m = c - \frac{\Omega}{\Xi_m} = c - \frac{\Omega L}{m\pi}, \quad (12)$$

которая меньше звуковой. Для  $m = 0$  рассматриваемая мода излучает звук при сколь угодно малых  $v$ .

6. Плотность мощности излучаемого звука, усредненная по периоду шероховатостей и по времени, для нагрузки вида (9) в дозвуковом случае (7), как можно показать, равна

$$w = \sum_{0 \leq m \leq \frac{\Omega L}{\pi(c-v)}} \frac{\Xi_m v + \Omega}{\mu Z_m} |A_m|^2, \quad (13)$$

где  $A_m$  — коэффициенты Фурье функции  $f$ .

Рис. 3 демонстрирует нерегулярную зависимость  $W$  от скорости скольжения.

Мощность, уносимая модой с  $m = 0$ , отвечающей "подпрыгиванию" без скольжения, не зависит от  $v$ . Волны, соответствующие модам с  $m \neq 0$ , уносят энергию из зоны контакта при  $v > v_m$ , причем вклад, вносимый каждой из них в излучаемую мощность, спадает с ростом  $v$ , стремясь к асимптоте  $(c/\mu)|A_m|^2$ .

Введение поглощения (например, путем рассмотрения комплексных  $\mu$ ) делает пики при  $v = v_m$  (рис. 3) конечными.

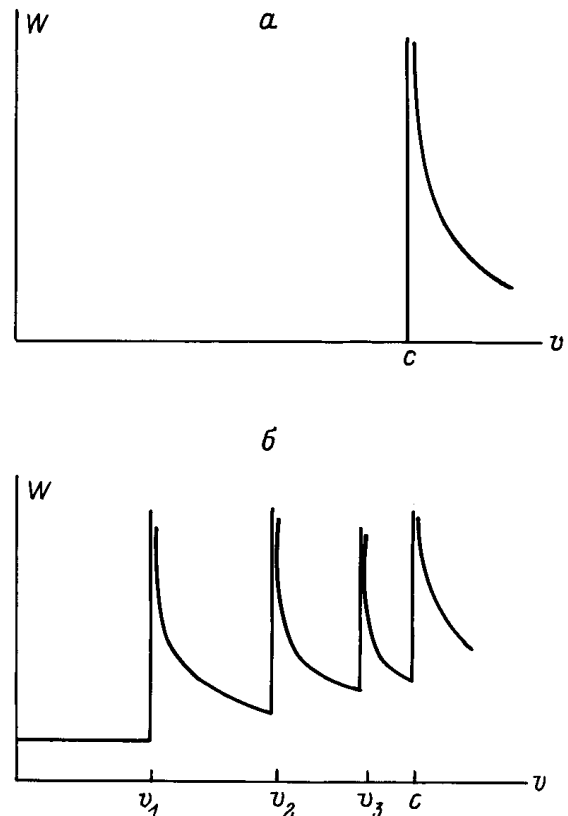


Рис. 3. Суммарная удельная мощность излучаемого звука. а — без "подпрыгивания", б — с "подпрыгиванием".

7. Таким образом, включение в модель "подпрыгивания" позволяет объяснить ряд черт, наблюдаемых при излучении звука в процессе сухого трения, в частности сложную и нерегулярную зависимость излучаемой мощности от скорости скольжения.

Рассмотрение более сложных линейных моделей упругого тела [4] меняет ряд деталей, но сохраняет сделанные выше качественные выводы о роли "подпрыгивания".

8. В случае упругого аналога модели рис. 2 без учета "подпрыгивания" нагрузка генерация звука при дозвуковых скоростях скольжения отсутствует и  $W = 0$ . Если же "подпрыгивание" учитывается, то при небольших  $v$  звук излучается исключительно аналогом нулевой моды нагрузки (9), причем  $W$  не зависит от  $v$  (и не исчезает при  $v = 0$ ). Поэтому величина  $F$ , введенная формально посредством (2), никак не может интерпретироваться как касательная сила трения.

Таким образом, работа [2] не дает описания консервативного механизма сухого трения, хотя и содержит интересный подход к описанию излучения звука.

В заключение авторы приносят благодарность Э.Л. Аэро, которому обязаны мыслью о рассмотрении "подпрыгивания", и С.В. Крысову за обсуждение проблем сухого трения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 95-02-05360.

## Список литературы

- [1] *Ахматов А.С.* Молекулярная физика граничного трения. М.: Физматгиз, 1963.
- [2] *Adirovich E., Blokhintzev D.* // J. Phys. USSR. 1943. Vol. 7. N 1. P. 29–36.
- [3] *Левинштейн М.Е., Румянцев С.Л.* Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 5. С. 42–46.
- [4] *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975.