

04;10

## К вопросу о расчете силы взаимодействия между релятивистским электронным пучком и омическим плазменным каналом

© Е.К. Колесников, А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет  
Научно-исследовательский институт математики и механики им.В.И.Смирнова,  
198904 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 12 февраля 1996 г.)

В случае полной зарядовой компенсации получена формула для расчета силы взаимодействия между релятивистским электронным пучком и предварительно созданным омическим плазменным каналом при произвольных отклонениях оси канала от оси пучка. Показано, что для радиальных профилей проводимости с пиком на оси канала указанная сила является расталкивающей.

Новые области применения релятивистских электронных пучков (РЭП) делают актуальным дальнейшее исследование динамики транспортировки РЭП в газоплазменных средах [1–17]. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с транспортировкой РЭП, представляет изучение условий стабильной проводки пучка по омическим плазменным каналам. В частности, в работах [9–12,14,16] рассмотрены некоторые ситуации, когда имеет место стабилизирующее влияние плазменных каналов на распространение РЭП. В работе [8] в электростатическом приближении рассчитана притягивающая к каналу трекинг-сила в условиях низкой проводимости омического канала. Кроме того, в [10,11,14,16] рассмотрены каналы, в которых основная часть обратного плазменного тока находится вне пучка, что при боковых отклонениях РЭП приводит к ослаблению шланговых колебаний [2,3]. В работе [9] были представлены результаты численной имитации пучково-плазменного взаимодействия при транспортировке РЭП по омическим плазменным каналам с учетом наработки проводимости в результате ударной и лавинной ионизации канального газа. Было показано, что в головной части пучка имеет место электростатический трекинг (т.е. притяжение к омическому каналу), тогда как в основной части пучка ("теле" РЭП) наблюдается выталкивание РЭП из канала. Очевидно, что последний эффект обусловлен увеличением проводимости за счет ударной и лавинной ионизации канального газа и соответствующим ростом вблизи оси канала дестабилизирующего обратного плазменного тока. Однако из результатов [9] невозможно судить о величине указанной силы взаимодействия между пучком и омическим каналом.

В настоящей работе получена формула для расчета силы пучково-канального взаимодействия в условиях полной нейтрализации пространственного заряда РЭП для произвольных значений амплитуды отклонения оси канала от оси пучка.

Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП с произвольным радиальным профилем плотности тока  $J_b(r)$ , распространяющийся в газоплазменной среде по предварительно созданному

омическому каналу (с радиальным профилем проводимости  $\sigma_{ch}(r)$ ) вдоль оси  $z$  цилиндрической системы координат  $(r, \theta, z)$ . Ограничимся далее случаем высокой проводимости канала, когда выполнено условие полной нейтрализации пространственного заряда РЭП ( $4\pi\sigma_{ch}(0)R_b/c \gg 1$ ,  $R_b$  — характерный радиус пучка,  $c$  — скорость света). Для расчета силы взаимодействия пучка с предварительно созданным каналом предположим, что канал сместился от оси пучка на произвольное расстояние  $Y_{ch}$ . Тогда, используя закон Био–Савара–Лапласа, получим силу, действующую со стороны плазменного канала на один электрон пучка,

$$F_1 = \frac{ec}{I_b} \int_0^\infty dr 2\pi r J_b(r) \int_r^\infty d\rho \rho \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta \frac{2J_p(|\boldsymbol{\rho} - \mathbf{Y}_{ch}|)}{\rho c^2}, \quad (1)$$

где  $J_p(r)$  — радиальный профиль плотности обратного плазменного тока, текущего в канале;  $I_b$  — полный ток пучка;  $e$  — заряд электрона.

После интегрирования по частям с учетом закона Ома для  $J_p$  имеем

$$F_1 = \frac{2e}{cI_b} \int_0^\infty dr I_b(r) \int_0^{2\pi} d\theta \cos\theta E_z(\Psi) \sigma_{ch}(\Psi), \quad (2)$$

где

$$I_b(r) = 2\pi \int_0^r d\rho \rho J_b(\rho) \quad (3)$$

— ток пучка внутри трубки радиуса  $r$ ,  $E_z - z$  — компонента коллективного электрического поля системы плазма-пучок,

$$\Psi^2 = r^2 + Y_{ch}^2 - 2rY_{ch} \cos\theta. \quad (4)$$

Как показано в [17], аксиальное электрическое поле  $E_z$  слабо зависит от  $\Psi$ , поэтому вынесем  $E_z$  за пределы интегралов по  $r$  и  $\theta$ . Кроме того, сила, действующая на единицу длины пучка со стороны канала,  $F_{dt}$  связана с силой  $F_1$  очевидным образом

$$F_{dt} = \frac{F_1}{\gamma mc^2}, \quad (5)$$

где  $\gamma$  — релятивистский фактор частиц пучка,  $m$  — масса электрона.

Тогда имеем

$$F_{dt} \simeq -\frac{2}{\pi} \frac{I_b}{I_A} \frac{f_m}{R_b^2} \int_0^\infty dr \tilde{I}_b(r) \int_0^{2\pi} d\theta \cos \theta \tilde{\sigma}_{ch}(\Psi), \quad (6)$$

где  $I_A = \gamma m c^3 / e$  — предельный ток Альфвена,

$$f_m = -\frac{\sigma_{ch}(0) E_z}{(I_b / \pi R_b^2)} \quad (7)$$

— коэффициент токовой нейтрализации на оси канала,  $\tilde{\sigma}_{ch} = \sigma_{ch} / \sigma_{ch}(0)$ ,  $\tilde{I}_b(r) = I_b(r) / I_b$ .

Применим полученную формулу (6) для расчета силы взаимодействия между пучком и омическим каналом в линейном случае, когда  $Y_{ch} / R_b \ll 1$  и РЭП имеет беннетовский радиальный профиль плотности тока пучка, а проводимость омического канала имеет вид типа "ступенька"

$$\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_{ch}^0, & r \leq R_{ch}, \\ \sigma_p, & r > R_{ch}. \end{cases} \quad (8)$$

В этом случае разложим зависимость  $\sigma$  от  $\Psi$  в ряд Тейлора до членов первого порядка малости по  $Y_{ch}$ . Тогда имеем

$$\sigma(\Psi) = \sigma(r) - Y_{ch} \cos \theta \frac{\partial \sigma}{\partial r}. \quad (9)$$

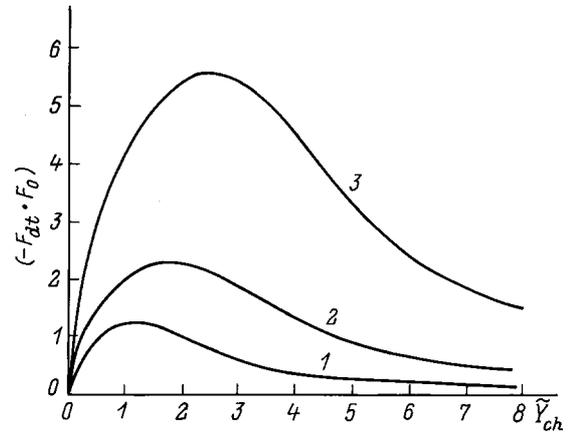
Подставляя (9) в (6), окончательно получим

$$F_{dt} = -\frac{2}{\pi R_b} \frac{I_b}{I_A} \frac{Y}{R_b} (f_m - f_{mp}) \frac{R_{ch}^2}{(R_b^2 + R_{ch}^2)}, \quad (10)$$

где  $f_m = -\sigma_{ch}^0 E_z / I_b^*$ ,  $f_{mp} = -\sigma_p E_z / I_b^*$ ,  $I_b^* = I_b / (\pi R_b^2)$ .

Учитывая, что  $E_z \approx \text{const}$  и  $f_m, f_{mp} > 0$ , получим, что  $F_{dt}$  является трекинг-силой (притягивающей к каналу), если  $\sigma_p > \sigma_{ch}^0$ , и дотрекинг-силой (отталкивающей от канала), если  $\sigma_p < \sigma_{ch}^0$ . В первом случае ( $\sigma_p > \sigma_{ch}^0$ ) основной обратный ток течет вне пучка (при  $r > R_{ch}$ ) и, следовательно, при отклонениях РЭП от оси канала будет отталкивать его к исходному положению, что соответствует результатам работ [14,16]. Во второй ситуации основная часть обратного плазменного тока течет в пределах самого пучка и омического канала. При боковом отклонении центра масс РЭП от оси канала будет происходить выталкивание пучка из области наибольшей проводимости. Здесь необходимо отметить, что в данной работе система координат и вектор смещения  $\mathbf{Y}_{ch}$  выбраны таким образом, что трекинг-сила должна быть положительна, а дотрекинг-сила — отрицательна. В иной ситуации, когда смещается сам пучок относительно неподвижного плазменного канала, трекинг-сила становится отрицательной.

Получим далее формулу для расчета силы пучково-канального взаимодействия  $E_{dt}$  в нелинейном случае, когда  $Y_{ch} \geq R_b$ . Для этого предположим, что пучок



зависимость  $(-F_{dt} \cdot F_0)$  от смещения оси канала  $\tilde{Y}_{ch}$  ( $F_0 = 10^{-2}$  [1/см]) для разных значений  $\eta$ : 1 — 0.5, 2 — 1, 3 — 2.

и канал имеют беннетовские радиальные профили с различными характерными масштабами  $R_b$  и  $R_{ch}$ . Тогда после интегрирования по азимутальному углу  $\theta$  из (6) имеем

$$F_{dt} = -4 \frac{I_b}{I_A} \frac{f_m}{R_b} \int_0^\infty d\rho \tilde{I}_b(\rho) \rho \times \frac{\tilde{Y}_{ch}}{\eta^2 \left[ \left( 1 + \frac{\rho^2 + \tilde{Y}_{ch}^2}{\eta^2} \right)^2 - \left( \frac{2\rho \tilde{Y}_{ch}}{\eta^2} \right)^2 \right]^{3/2}}, \quad (11)$$

$\eta = (R_{ch} / R_b)$ ,  $\rho = r / R_b$ ,  $\tilde{Y}_{ch} = Y_{ch} / R_b$ .

На рисунке представлены рассчитанные по формуле (11) графики зависимости  $F_{dt}$  от  $\tilde{Y}_{ch}$  для разных значений ( $\eta = 0.5, 1, 2$ ) при  $\xi = 75R_b$  ( $\xi$  — расстояние от фронта пучка до рассматриваемого поперечного сечения РЭП). Параметры пучка были взяты следующие:  $R_b = 0.5$  см,  $I_b = 10$  кА,  $E = 5$  МэВ ( $\gamma = 10$ ). Кроме того, ток пучка имеет закон нарастания

$$I_b(\xi) = I_b \operatorname{th} \left( \frac{\xi}{\xi_r} \right), \quad (12)$$

где  $\xi_r = 30R_b$ .

Как показывают оценки, при этих условиях для  $\sigma_{ch}(0) = 6 \cdot 10^{11}$  1/с коэффициент токовой нейтрализации  $f_m \simeq 0.5$ . Из рисунка видно, что в рассматриваемом случае высокой проводимости омического канала (когда имеет место полная зарядовая компенсация) при пике проводимости в центре канала сила  $F_{dt}$  является дотрекинг-силой. Отметим, что этот результат качественно совпадает с данными численных имитаций работы [9]. Как показывают результаты [10,11,14,16] и формула (10) настоящей работы, для получения трекинг-силы необходимо нарастание проводимости от центра к периферии плазменного канала.

Таким образом, в настоящем исследовании получена формула для нахождения силы пучково-канального взаимодействия в магнитном режиме. Показано, что при радиальных профилях омической проводимости с пиком в центре канала и убыванием к периферии будет иметь место выброс пучка из области, занимаемой каналом, что подтверждается результатами экспериментальной работы [12].

## Список литературы

- [1] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 1. P. 60–69.
- [2] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1313.
- [3] Uhm H.S., Lampe M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 8. P. 1574–1585.
- [4] Barletta W.A., Lee E.P., Yu S.S. // Nucl. Fusion. 1981. Vol. 21. N 8. P. 961–972.
- [5] Fernsler R.F., Hubbard R.F., Lampe M. // J. Appl. Phys. 1994. Vol. 75. N 7. P. 3278–3293.
- [6] Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988–991.
- [7] Sharp W.M., Lampe M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 12. P. 2383–2393.
- [8] Lee E.P. // Livermore Lab. Report UCID-19674. 1983. P. 10.
- [9] Hui B., Lampe M. // 5th Intern. Conf. on High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 374–377.
- [10] Murphy D.P., Pechacek R.E., Taggart D.P. et al. // Phys. Fluids. B. 1992. Vol. 4. N 10. P. 3407–3417.
- [11] Welch D.R., Bieniosek F.M., Godfrey B.B. // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65. N 25. P. 3128–3131.
- [12] Murphy D.P., Raleigh M., Pechacek R.E. et al. // Phys. Fluids. 1987. Vol. 30. N 1. P. 232–238.
- [13] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 40–44.
- [14] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.
- [15] Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Абашкина И.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 11. С. 136–139.
- [16] Hubbard R.F., Fernsler R.F., Slinker S.P. et al. // 5th Intern. Conf. on High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 370–373.
- [17] Lampe M., Sharp W.M., Hubbard R.F. et al. // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. N 12. P. 2921–2936.