

05;12

О влиянии секционирования на динамическую устойчивость сверхпроводящего состояния и электрические потери в сверхпроводящих геликоидах

© А.Н. Балев, С.Л. Круглов

Российский научный центр "Курчатовский институт",
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 22 января 1996 г.)

Исследуется влияние секционирования обмотки сверхпроводящего геликоида на электрические потери и динамическую устойчивость сверхпроводящего состояния. В расчетах использовалось модельное представление геликоида бесконечным полым изотропным цилиндром с азимутальным направлением транспортного тока. На примере деления геликоида на две секции показано, что появление экранирующего профиля тока во внутренней секции первоначально увеличивает потери и снижает динамическую устойчивость. Однако после соприкосновения экранирующего и основного профилей тока ситуация меняется на обратную. В конечном итоге при полном заполнении поперечного сечения геликоида током суммарные электрические потери в секционированном геликоиде примерно в 2 раза меньше, чем в несекционированном. Максимально допустимая скорость ввода тока, гарантирующая отсутствие скачков магнитного потока в обмотке (другими словами, граница динамической устойчивости сверхпроводящего состояния), в секционированном геликоиде в 3 раза выше, чем в несекционированном. Рассмотрены также случаи большего количества секций, чем две.

Введение

Цель секционирования сверхпроводящих магнитных систем (СМС) — оптимизация обмотки по затратам на сверхпроводник. Обмотка делится на секции с уменьшением в них доли сверхпроводника по мере снижения магнитного поля.

Сверхпроводящий геликоид с плоскими витками [1] является принципиально новой конструкцией сверхпроводящей обмотки и рассматривается как альтернатива традиционным обмоткам в крупных стационарных установках, в частности в СМС токамаков [2]. Простейший геликоид представляет собой множество отдельных параллельных композитных сверхпроводников, гальванически и механически соединенных в единое целое по винтовой спирали (рис. 1), например спаянных по оригинальной технологии [3].

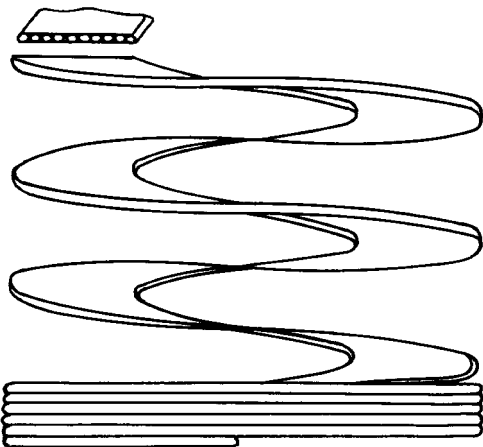


Рис. 1. Сверхпроводящий геликоид с плоскими витками.

Сверхпроводящий геликоид имеет ряд преимуществ по сравнению с обычными сверхпроводящими обмотками — гораздо более высокую механическую жесткость и естественную оптимизацию по плотности тока. Она обусловлена тем фактом, что в любой точке сечения геликоида ток протекает или с критической, или с нулевой плотностью в соответствии с "моделью критического состояния" (МКС). Эта эмпирическая модель неоднократно проверялась экспериментально и составляет основу электродинамики сверхпроводников.

К недостаткам геликоида как массивной сверхпроводящей композитной структуры относятся высокий уровень электрических потерь энергии на намагничивание и низкая динамическая устойчивость (стабильность) сверхпроводящего состояния (в дальнейшем для краткости, динамическая устойчивость). Влияние секционирования обмотки на эти характеристики требует тщательного изучения. Экранирование внутренними секциями магнитных полей от внешних, возможно, увеличит электрические потери и снизит границу динамической устойчивости.

1. Односекционный (несекционированный) геликоид

Рассмотрим геометрическое модельное представление геликоида бесконечным полым изотропным цилиндром с азимутальным направлением транспортного тока (рис. 2).

Для наглядности будем пользоваться самой простой МКС Бина, в которой плотность критического тока не зависит от магнитного поля. Для того чтобы рассчитать электрические потери и определить границу динами-

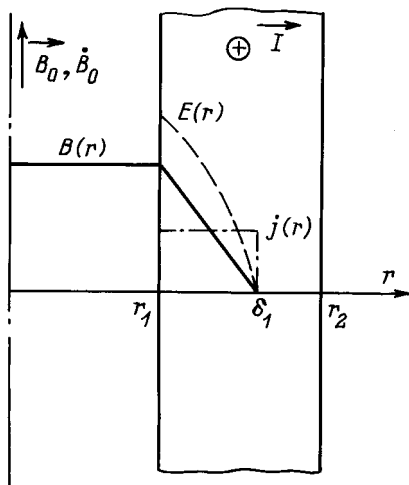


Рис. 2. Модельное представление геликоида бесконечным полым цилиндром.

ческой устойчивости, необходимо знать распределение магнитного и электрического полей в сечении геликоида. Для этого надо решить систему уравнений Максвелла в цилиндрических координатах (рис. 2)

$$\frac{dB}{dr} = -\mu_0 j_c, \quad B(r_1) = B_0,$$

$$\frac{1}{r} \frac{d(Er)}{dr} = -\dot{B}, \quad E(\delta_1) = 0.$$

Ее решение

$$\begin{aligned} B(r) &= B_0 + \mu_0 j_c (r_1 - r), \\ E(r) &= \frac{\dot{B}}{2r} (\delta_1^2 - r^2), \\ \delta_1 &= \frac{B_0}{\mu_0 j_c} + r_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Коэффициент k , связывающий транспортный ток геликоида I и индукцию магнитного поля в центре отверстия B_0 ($B_0 = kI$), в используемом модельном представлении записывается как

$$k = \frac{\mu_0}{\Delta},$$

где Δ — толщина плоского витка геликоида.

В реальных геликоидах он, естественно, меньше и определяется их конструкцией.

Мощность электрических потерь на единицу длины геликоида в рассматриваемой модели

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi \int_{r_1}^{\delta_1} j_c E(r) r dr.$$

Используя (1), вычисляем интеграл

$$\frac{dQ}{dt} = \pi j_c \dot{B}_0 \left(\frac{2}{3} \delta_1^3 - \delta_1^2 r_1 + \frac{r_1^3}{3} \right). \quad (2)$$

Суммарные потери при монотонном увеличении поля от нуля до B_m

$$Q = \int_0^t \left(\frac{dQ}{dt} \right), \quad dt = \int_0^{B_m} \left(\frac{dQ}{dt} \right) \frac{dB_0}{\dot{B}_0}. \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получаем

$$Q = \frac{\pi \mu_0 j_c^2 r_1^4}{3} \left(\frac{B_m^3}{\mu_0^3 j_c^3 r_1^3} + \frac{B_m^4}{2\mu_0^4 j_c^4 r_1^4} \right). \quad (4)$$

Вводим для удобства безразмерное магнитное поле

$$b = \frac{B_m}{\mu_0 j_c r_1}$$

и безразмерные электрические потери

$$q = \frac{Q}{\mu_0 j_c^2 r_1^4}.$$

В итоге (4) можно переписать в безразмерном виде

$$q = \frac{\pi}{3} \left(b^3 + \frac{b^4}{2} \right). \quad (5)$$

Максимально достижимое магнитное поле в геликоиде

$$B_m = \mu_0 j_c (r_2 - r_1),$$

поэтому максимальное значение b

$$b = \frac{r_2 - r_1}{r_1}.$$

Критерий динамической стабильности композитных сверхпроводников в динамическом приближении $D_t/D_m \rightarrow \infty$ ($D_{t,m}$ — коэффициенты тепловой и магнитной диффузии) с учетом экспоненциальной формы вольт-амперной характеристики впервые получен в работе [4]

$$\int_V E \frac{j_c}{j_0} \left| \frac{dj_c}{dT} \right| dV \leq \int_S h dS, \quad (6)$$

где j_0 и h — параметр нарастания электрического сопротивления сверхпроводника по плотности тока и коэффициент теплоотдачи с поверхности сверхпроводника.

Используя связь параметров размытости ВАХ по плотности тока j_0 и по температуре T_0 [5]

$$T_0 = \frac{j_0}{\left| \frac{dj_c}{dT} \right|},$$

получим выражение для границы динамической устойчивости (отсутствие скачков магнитного потока при изменении магнитного от 0 до B_m со скоростью \dot{B}_0):

$$\frac{db}{d\tau} \left(2b^2 + \frac{4b^3}{3} \right) \leq 1, \quad (7)$$

где τ — безразмерное время,

$$\tau = \frac{4(r_1 + r_2)hT_0}{r_1^4 j_c^2 \mu_0} t.$$

2. Секционированный геликоид

Влияние секционирования на электрические потери и динамическую устойчивость рассмотрим на примере двухсекционного геликоида с последовательным электрическим соединением секций.

Независимость плотности критического тока от магнитного поля при условии равенства транспортных токов в секциях приводит к их равным толщинам.

Принципиальным отличием секционированного геликоида от несекционированного является экранирование магнитного поля от внешних секций внутренними, хотя конечные распределения магнитного поля и тока одинаковы и от секционирования не зависят. На рис. 3 показана динамика изменения распределений магнитного поля и тока от начала ввода тока ($t = 0$) до момента t_4 , когда ток заполняет все поперечное сечение секций. В процессе увеличения тока можно выделить два временных режима: I — до момента соприкосновения основного и экранирующего профилей во внутренней секции (момент t_2 рис. 3, а) и II — от момента t_2 до полного заполнения током обеих секций (момент t_4 на рис. 3, а). В пространстве также можно выделить три области: I — основной

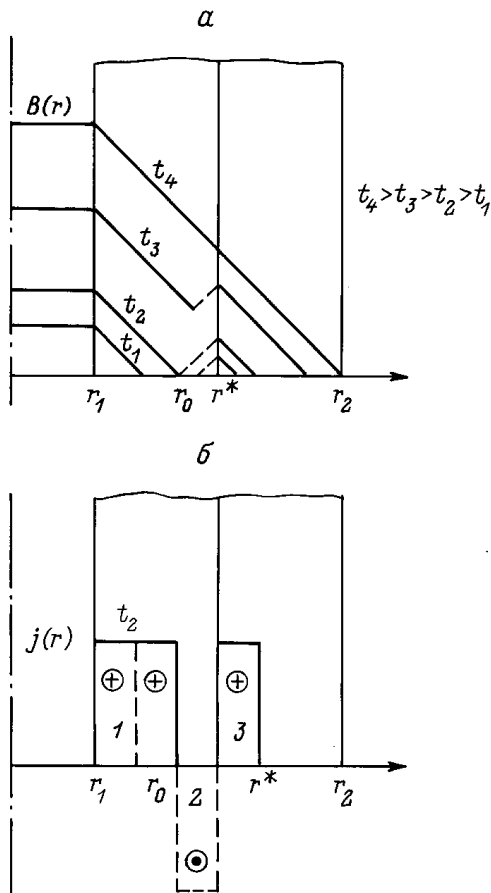


Рис. 3. Динамика распределения магнитного поля (а) и тока (б) по сечению секционированного геликоида. Сплошные кривые — основной профиль, штриховые — экранирующий профиль.

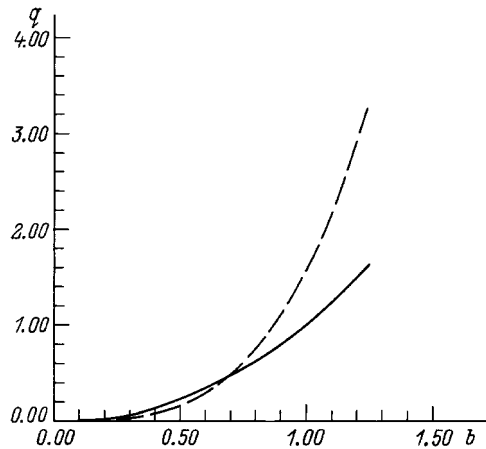


Рис. 4. Зависимость электрических потерь от индукции магнитного поля (в отн. ед) для секционированного (сплошная линия) и несекционированного геликоида (штриховая).

профиль во внутренней секции, 2 — экранирующий профиль во внутренней секции, 3 — внешняя секция (рис. 3, б).

Легко показать, что основной и экранирующий профили впервые соприкасаются, когда индукция магнитного поля достигает значения

$$B_0 = \frac{2}{3} \mu_0 j_c (r^* - r_1),$$

где r^* — граница секций,

$$r^* = \frac{r_2 + r_1}{2}.$$

Приравнявая магнитные поля основного и экранирующего профилей, можно получить зависимость координаты точки их соприкосновения r_0 от индукции магнитного поля

$$r_0 = \frac{B_0}{4\mu_0 j_c} + \frac{r_1 + r^*}{2}.$$

Опуская громоздкие вычисления, выпишем конечные выражения для мощности потерь в режимах I и II

$$\frac{dQ^I}{dt} = \frac{\pi j_c B_0}{2} \left(\frac{4}{3} \delta_1^3 + \frac{2}{3} (\delta_2^3 + \delta_3^3) - 2\delta_1^2 r_1 - (\delta_2^2 + \delta_3^2) r^* + \frac{2}{3} (r^{*3} + r_1^3) \right),$$

$$\frac{dQ^{II}}{dt} = \frac{\pi j_c B_0}{2} \left(2r_0^3 - 2r_0^2 r_1 - r_0^2 r^* - \delta_3^2 r^* + \frac{2}{3} r_1^3 + \frac{2}{3} \delta_3^3 + \frac{2}{3} r^{*3} \right).$$

С учетом охлаждения поверхности геликоида можно переписать (6) в виде

$$\frac{dQ}{dt} \leq 2\pi(r_1 + r_2)hT_0.$$

Вводя безразмерный радиус $\rho^* = r^*/r_1$, зависимость суммарных потерь и границы динамической устойчивости от индукции магнитного поля в различных режимах может быть представлена в следующем виде:

режим I ($0 \leq b \leq 2/3(\rho^* - 1)$):

$$q = \frac{\pi}{3} \left(b^3 + \frac{b^4}{2} + \rho^* \frac{b^3}{2} \right), \quad (8)$$

$$\frac{db}{d\tau} \left(2b^2 + \frac{4}{3}b^3 + \frac{\rho^* b^2}{2} \right) \leq 1, \quad (9)$$

режим II ($(2/3)(\rho^* - 1) \leq b \leq (\frac{\rho^*}{r_1} - 1)$)

$$q = q^* + \frac{\pi}{81} \left(\frac{20}{3}\rho^* + \frac{16}{3} \right) (\rho^* - 1)^3, \quad (10)$$

где

$$q^* = \frac{\pi}{2} \int_0^b \left(\frac{1}{3}\rho^{*3} + \frac{5}{12} + \frac{1}{8}b\rho^{*3} + \frac{11}{96}b^3 + \frac{3}{8}\rho^*b^2 - \frac{1}{4}\rho^{*2} + \frac{b^2}{16} - \frac{\rho^*}{2} - \frac{b}{8} \right) db \frac{2}{3}(\rho^* - 1),$$

$$\frac{db}{d\tau} \left(\frac{1}{3}\rho^{*3} + \frac{5}{12} + \frac{1}{8}b\rho^{*3} + \frac{11}{96}b^3 + \frac{3}{8}\rho^*b^2 - \frac{1}{4}\rho^{*2} + \frac{b^2}{16} - \frac{\rho^*}{2} - \frac{b}{8} \right) \leq 1. \quad (11)$$

Зависимость суммарных потерь от индукции поля (в безразмерном виде) для несекционированного (5) и секционированного ((8) и (10)) геликоида показана на рис. 4 (использовалось значение ρ^* , равное 1.625, для геликоида лабораторного масштаба, исследованного в [6], вообще диапазон ρ^* для реальных геликоидов составляет 1.4–1.8). Видно, что сначала суммарные потери у секционированного геликоида выше за счет существования экранирующего профиля, однако затем в

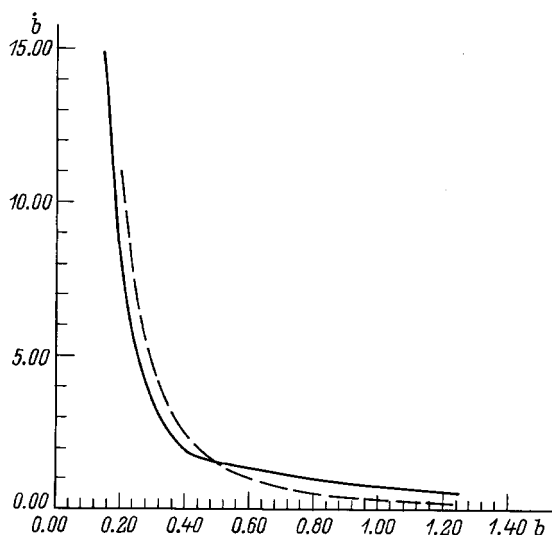


Рис. 5. Зависимость максимально допустимой скорости увеличения магнитного поля от индукции (в отн. ед) для секционированного (сплошная линия) и несекционированного геликоида (штриховая).

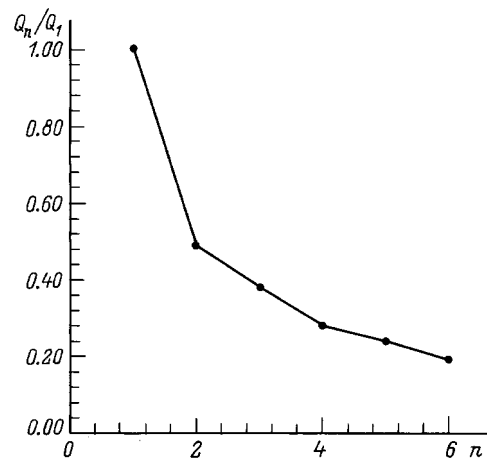


Рис. 6. Зависимость отношения суммарных электрических потерь в секционированном и несекционированном геликоиде от количества секций.

режиме II из-за более низкого среднего электрического поля потери в секционированном геликоиде растут медленнее. При полном заполнении геликоида током отношение суммарных потерь в секционированном и несекционированном геликоидах равно 0.49.

Зависимость границы динамической стабильности геликоида от индукции магнитного поля для секционированного ((9) и (11)) и несекционированного (7) геликоида представлена на рис. 5.

Как и в случае с потерями, в режиме I несекционированный геликоид по динамической устойчивости ведет себя лучше, однако в режиме II секционированный геликоид уже значительно устойчивее. При максимально достижимом поле отношение безопасных скоростей изменения магнитного поля (транспортного тока) для секционированного и несекционированного геликоидов равно 3.

Пользуясь теми же рассуждениями, можно рассмотреть процессы и для большего количества секций. Не приводя очень громоздких вычислений, для примера на рис. 6 показана зависимость отношения суммарных потерь (до полного заполнения сечения током) в секционированном геликоиде к потерям в несекционированном геликоиде от количества секций.

Основные результаты

В расчетах использовалось геометрическое представление сверхпроводящего геликоида бесконечным полым изотропным цилиндром при вводе в него транспортного тока с постоянной скоростью в азимутальном направлении. В "модели критического состояния" Бина получены выражения для электрических потерь энергии на намагничивание и для границы динамической устойчивости сверхпроводящего состояния в варианте несекционированной и секционированной (случай двух секций)

обмоток геликоида. Показано, что появление экранирующего профиля тока во внутренней секции первоначально приводит к росту электрических потерь и снижению динамической устойчивости в секционированной обмотке по сравнению с несекционированной. Однако после соприкосновения основного и экранирующего токовых профилей ситуация меняется на противоположную за счет более низкого среднего электрического поля. В конечном итоге при полном заполнении поперечного сечения обмотки геликоида током суммарные электрические потери в секционированном варианте примерно в два раза меньше, а граница динамической устойчивости в три раза выше, чем в несекционированном. Также рассмотрены случаи более чем двух секций.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 94-02-03562-а).

Список литературы

- [1] Кейлин В.Е., Ковалев И.А., Круглов С.Л. и др. // ДАН СССР. 1988. Т. 303. № 6. С. 1366–1370.
- [2] Keilin V.E., Kovalev I.A., Kopeikin N.F. et al. // J. Fus. Energy. 1992. Vol. 11. N 1. P. 1–6.
- [3] Кейлин В.Е., Ковалев И.А., Круглов С.Л. и др. А.С. СССР. № 1325587. БИ. № 27. 1987.
- [4] Mints R.G., Rakhmanov A.L. // J. Phys. D. 1982. Vol. 15. N 11. P. 2297–2306.
- [5] Dorofeev G.L., Jmenitov A.B., Klimenko E.Ju. // Cryogenics. 1980. Vol. 20. P. 307–312.
- [6] Ковалев И.А., Круглов С.Л. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 11. С. 150–158.