01;09

Электромагнитные волны в круглом стержне при произвольном направлении внешнего магнитного поля либо оси анизотропии

© Ю.Ф. Филиппов

Институт радиофизики и электроники АН Украины,
310085 Харьков, Украина

(Поступило в Редакцию 10 января 1996 г.)

Развита строгая теория распространения электромагнитных волн в круглых анизотропных и полупроводниковых стержнях при произвольном направлении оси анизотропии либо внешнего магнитного поля. Обнаружены новые типы независимых волн. Для них получены точные дисперсионные уравнения, определяющие зависимость спектральных характеристик их от параметров полупроводника, анизотропного кристалла, величины и направления постоянного внешнего магнитного поля. Приведены результаты численных исследований для стержней, изготовленных из полупроводника либо одноосного кристалла.

Исследование спектральных характеристик электромагнитных волн, распространяющихся в анизотропных и полупроводниковых стержнях, проводилось лишь для случаев, когда направление внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ либо оси анизотропии были параллельны их геометрической оси. Весьма актуально установление связи между компонентами тензора диэлектрической проницаемости и спектральными характеристиками волн при произвольном их направлении.

Теория

Рассмотрим круглый однородный стержень, ограниченный при $r = r_0$ вакуумом и изготовленный из материала, электрические параметры которого описываются компонентами тензора диэлектрической проницаемости следующего вида

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Здесь

$$a_{11} = \varepsilon_{11}C^2 + \varepsilon_{33}S_2^2 + (\varepsilon_{13} + \varepsilon_{31})SC, \quad a_{22} = \varepsilon_{22},$$
$$a_{12} = \varepsilon_{12}C + \varepsilon_{32}S, \quad a_{21} = \varepsilon_{21}C + \varepsilon_{23}S,$$
$$a_{13} = (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})SC + \varepsilon_{13}C^2 - \varepsilon_{31}S^2,$$
$$a_{31} = (\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})SC + \varepsilon_{31}C^2 - \varepsilon_{13}S^2,$$
$$a_{23} = \varepsilon_{23}C - \varepsilon_{21}S, \quad a_{32} = \varepsilon_{32}C - \varepsilon_{12}S,$$
$$a_{33} = \varepsilon_{11}S^2 + \varepsilon_{33}C^2 - (\varepsilon_{13} + \varepsilon_{31})SC,$$

$S = \sin\Theta$, $C = \cos\Theta$, Θ — угол наклона внешнего магнитного поля либо оси анизотропии ε_{33} к геометрической оси стержня в плоскости 1–3, ε_{ij} — компоненты тензора диэлектрической проницаемости при $\Theta = 0$.

В частности, в одноосном кристалле (кварц, рубин, лейкосапфир) последние равны

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} \neq \varepsilon_{33}, \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = 0,$$

а в полупроводнике, помещенным во внешнее магнитное поле, имеем

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_L\Big(1 - \sum_\alpha \omega_{p\alpha}^2/\Omega_\alpha\Big),$$
$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = 0,$$
$$\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = i\varepsilon_L \sum_\alpha \omega_{p\alpha}^2 \omega_{H\alpha}(\omega\Omega_\alpha)^{-1},$$
$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_L\Big(1 - \sum_\alpha \omega_{p\alpha}^2(\omega + i\nu_\alpha)^{-1}/\omega\Big), \qquad (2)$$

где $\Omega_\alpha = (\omega + i\nu_\alpha)^2 - \omega_{H\alpha}^2$; ε_L — постоянная решетки; $\omega_{P\alpha}$, $\omega_{H\alpha}$ и ν_α — плазменная, циклотронная частоты и эффективная частота столкновений частиц сорта α; суммирование проводится по всем частицам.

Решение системы уравнений Максвелла ($k = \omega/c$)

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = ik\mathbf{H}, \quad \mathrm{div}\mathbf{H} = 0,$$
$$\mathrm{rot}\mathbf{H} = -ik\hat{\varepsilon}\mathbf{E}, \quad \mathrm{div}\hat{\varepsilon}\mathbf{E} = 0 \qquad (3)$$

для крутого стержная удобнее искать в цилиндрической системе координат (t, φ, z), в которой тензор $\hat{\varepsilon}$ принимает вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \sigma_+ + \sigma_-C_2 + \gamma_+S_2 & -\sigma_-S_2 + \gamma_+C_2 - \gamma_- & a_{13}C_1 + a_{23}S_1 \\ -\sigma_-S_2 + \gamma_+C_2 + \gamma_- & \sigma_+ - \sigma_-C_2 + \gamma_+S_2 & a_{23}C_1 - a_{13}S_1 \\ a_{31}C_1 + a_{32}S_1 & a_{32}C_1 - a_{31}S_1 & a_{33} \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

где

$$2\sigma_\pm = a_{11} \pm a_{22}, \quad 2\gamma_\pm = a_{12} \pm a_{21},$$
$$S_m = \sin(m\varphi), \quad C_m = \cos(m\varphi).$$

Зависимость компонент этого тензора от азимутального угла φ существенно затрудняет исследование. Однако и в этом случае точное решение может быть получено. Для монохроматических волн, зависяших от времени и аксиальной координаты в виде

$$\Omega(z, t) = \exp\big[i(k_z z - \omega t)\big], \qquad (5)$$

исследование системы (3) приводится к нахождению решений связанных дифференциальных уравнений для аксиальных компонент полей вида

$$\hat{L}_H H_z = -k\hat{\Lambda}_+ E_z,$$
$$\hat{L}_E E_z = -k^3 \Lambda_- H_z, \tag{6}$$

где

$$\hat{L}_H = L + V\Delta_\perp + k^2(P_+\hat{g}_+ + P_-\hat{g}_-),$$
$$\hat{L}_E = k^2 T + (L + k_z^2 V)\Delta_\perp - k^2 k_z^2 (P_+\hat{g}_+ + P_-\hat{g}_-)$$
$$+ ik_z k^2\left[(S_+ + G_+)\hat{b}_+ + (S_- + G_-)\hat{b}_-\right],$$

$\Delta_\perp$ — поперечный оператор Лапласа.

$$\Lambda_\pm = S_+\hat{b}_+ - S_-\hat{b}_- + ik_z\left[P_+\hat{g}_+ - P_-\hat{g}_- \pm \gamma_-\Delta_\perp\right],$$
$$V = \sigma_+ k^2 - k_z^2, \quad 2P_\pm = \sigma_- \mp \gamma_+,$$
$$T = a_{33}L - k^2\left[(a_{31}\delta_{213} + a_{32}\delta_{123})k^2\right.$$
$$\left. - (a_{13}a_{31} + a_{23}a_{32})k_z^2\right],$$
$$2S_\pm = (\delta_{213} \mp i\delta_{123})k^2 - (a_{13} \mp ia_{23})k_z^2,$$
$$2G_\pm = (\delta_{231} \mp i\delta_{132})k^2 - (a_{31} \mp ia_{32})k_z^2,$$
$$\delta_{ike} = a_{ii}a_{ke} - a_{ie}a_{ki}, \quad L = L_{11}L_{22} + (\gamma_-^2 - \gamma_+^2)k^4.$$

Влияние на характеристики распространяющихся волн азимутальной неоднородности, возникающей в компонентах тензора $\hat{\varepsilon}$ при переходе в цилиндрическую систему координат, описывается операторами

$$\hat{b}_\pm = e^{\pm i\varphi}\left(\frac{\partial}{\partial r} \pm \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right),$$
$$\hat{g}_\pm = e^{\pm 2i\varphi}\left[\Delta_\perp - \frac{2}{r}\left(1 \mp i\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\left(\frac{\partial}{\partial r} \pm \frac{i}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)\right].$$

Решение (3) ищем в виде

$$H_z = \sum_n A_n\Psi_n(r_i\varphi)\Omega(z_i t),$$
$$E_z = \sum_n B_n\Psi_n(r_i\varphi)\Omega(z_i t). \tag{7}$$

Здесь A_n и B_n — постоянные, $\Psi_n(z_i\varphi) = J_n(\varkappa r)e^{in\varphi}$, $\varkappa$ и k_z — радиальная и аксиальная компоненты волнового вектора, n — азимутальное число. Используя рекуррентные соотношения между функциями Бесселя $J_n(x)$ и их prooизводными (штрих здесь и ниже обозначает производную по аргументу)

$$xJ_n'(x) = nJ_n(x) - xJ_{n-1}(x) = -nJ_n(x) + xJ_{n+1}(x)$$

можно показать, что

$$\hat{b}_\pm\Psi_n(r_i\varphi) = \mp\varkappa\Psi_{n\pm1}(r_i\varphi),$$
$$\hat{g}_\pm\Psi_n(r_i\varphi) = \varkappa^2\Psi_{n\pm2}(r_i\varphi). \tag{8}$$

Влияние операторов $\hat{b}_\pm$ и $\hat{g}_\pm$ на волновые функции $\Psi_n(r_i\varphi)$ приводит к изменению лишь азимутальных индексов.

Подставляя (4) в (3), учитывая (5), приравнивая коэффициенты при $\Psi_n(r_i\varphi)$, получаем систему алгебраических уравнений относительно A_n и B_n

$$(L - \varkappa^2 V)A_n + \varkappa^2 k^2(P_+A_{n-2} + P_-A_{n+2})$$
$$= k\varkappa\Big[S_+B_{n+1} + S_-B_{n-1} - ik_z\varkappa$$
$$\times\left[B_{n-2}P_+ - B_{n+2}P_- - \gamma_-B_n\right]\Big],$$
$$\left[k^2T - \varkappa^2(L + k_z^2V)\right]B_n - \varkappa^2k^2k_z^2\left(P_+B_{n-2} + P_-B_{n+2}\right)$$
$$- ik_zk^2\varkappa\Big[(S_+ + G_+)B_{n-1} - (S_- + G_-)B_{n+1}\Big]$$
$$= \varkappa k^2\Big[G_+A_{n-1} + G_-A_{n+1} - ik_z\varkappa$$
$$\times\left(P_+A_{n-2} - P_-A_{n+2} + \gamma_-A_n\right)\Big]. \tag{9}$$

Для класса решений

$$A_{n-1} = \xi A_{n+1}, \quad B_{n-1} = \xi B_{n+1} \tag{10}$$

эта бесконечная система при $\xi = \pm1$ разбивается на независимые блоки вида

$$\eta_H A_n = \eta_1^+B_{n+1} + \eta_2^+B_n,$$
$$\eta_E B_n + ikk_z(\eta_1^- + \lambda_1^-)B_{n+1} = k^2(\lambda_1^+A_{n+1} - \eta_2^-A_n),$$
$$\eta_H A_{n+1} = \xi\eta_1^+B_n + \eta_2^+B_{n+1},$$
$$\eta_E B_{n+1} + i\xi kk_z(\eta_1^- + \lambda_1^-)B_n = k^2(\xi\lambda_1^+A_n - \eta_2^-A_{n+1}), \tag{11}$$

где

$$\eta_H = L - \varkappa^2\tau_-, \quad \eta_E = k^2T - \varkappa^2(L + k_z^2\tau_+),$$
$$\tau_\pm = V \pm \xi\tau_-k^2, \quad \lambda_\pm = \gamma_- \pm \xi\gamma_+,$$
$$\eta_1^+ = k\varkappa(S_- \pm \xi S_+), \quad \eta_2^\pm = ikk_z\varkappa^2\lambda_\pm,$$
$$\lambda_1^\pm = k\varkappa(G_- \pm \xi G_+).$$

Нетривиальное решение (11) существует при

$$\left[\eta_H\eta_E + k^2(\eta_2^+\eta_2^- - \xi\eta_1^+\lambda_1^+)\right]^2$$
$$= \xi k^2\left[k\lambda_1^+\eta_2^+ - \eta_2^-\eta_2^+ + ik_z(\eta_1^- + \lambda_1^-)\eta_H\right]^2. \tag{12}$$

Это уравнение определяет радиальные компоненты волнового вектора. Из (11) замечаем, что в стержне возникает связь между парциальными колебаниями, характеризующимися смежными значениями азимутальных индексов n и $n+1$. Ниже мы будем говорить, что неаксиальность оси анизотропии либо внешнего магнитного поля приводит к взаимодействию этих колебаний. В структуре при этом возникают независимые волны, называемые нами симметричными при $\xi = 1$ и асимметричными при $\xi=-1$. Радиальные компоненты волнового вектора этих волн определяются решениями уравнения (12). На поверхности стержня должны быть непрерывны тангенциальные компоненты волновых полей. Для того чтобы удовлетворить им, необходимо рассматривать по два решения его. Решения системы (5), конечные на оси стержня и удовлетворяющие условию Зомерфельда на бесконечности, могут быть представлены в виде разложений

$$H_z=\Omega(z,t)\sum_n e^{in\varphi}\begin{cases}\sum\limits_j A_{nj}J_n(\varkappa_j r) & r\leqslant r_0,\\ G_n\mathcal{H}_n^{(1)}(\varkappa_0 r) & r\geqslant r_0,\end{cases}$$

$$F_z=\Omega(z,t)\sum_n e^{in\varphi}\begin{cases}\sum\limits_j B_{nj}J_n(\varkappa_j r) & r\leqslant r_0,\\ R_n\mathcal{H}_n^{(1)}(\varkappa_0 r) & r\geqslant r_0,\end{cases}\qquad(13)$$

$\varkappa_j$ здесь определются решениями (12), а индекс j принимает значения 1 и 2, $\varkappa_0^2=k^2-k_z^2$.

Используя (8) и (10), легко показать, что азимутальные компоненты E_φ и H_φ определяются следующими выражениями:

$$E_\varphi=\Omega(z,t)\sum_n e^{in\varphi}\times\begin{cases}\sum\limits_j\big[a^n_{Hj}A_{nj}-b^n_{Ej}B_{n+1j}-ih^n_{Ej}B_{nj}\big]/L,\\ \big[k\varkappa_0G_n\mathcal{H}_n^{(i)\prime}(\varkappa_0 r)-ink_zR_n\mathcal{H}_n^{(i)}(\varkappa_0 r)\big]/\varkappa_0^2,\end{cases}$$

$$H_\varphi=\Omega(z,t)\sum_n e^{in\varphi}\times\begin{cases}\sum\big[a^n_{Ej}B_{nj}+ig^n_{Ej}B_{n+1j}+ih^n_{Hj}A_{hj}\big]/L,\\ \big[k\varkappa_0R_n\mathcal{H}_n^{(i)\prime}(\varkappa_0 r)+ink_zG_n\mathcal{H}_n^{(i)}(\varkappa_0 r)\big]/\varkappa_0^2,\end{cases}\qquad(14)$$

где

$$a^n_{Hj}=k\big[\tau_-\varkappa_jJ'_{nj}-ink^2\lambda_-J_{nj}/r\big],$$

$$b^n_{Ej}=k^2\big[S_-J_{n+1j}-\xi S_+J_{n-1j}\big],$$

$$h^n_{Ej}=k_z\big[n\tau_+J_{nj}/r-i\lambda_+k^2\varkappa_jJ'_{nj}\big],$$

$$a^n_{Ej}=k\Big\{\big[(a_{11}a_{22}-\gamma_+)k^2-(\tau_+-\xi\tau_-)k_z^2\big]\varkappa J'_{nj}-ink_z^2\lambda_+J_{nj}/r\Big\},$$

$$g^n_{Ej}=kk_z\big[S_-J_{n+1j}+\xi S_+J_{n-1j}\big],$$

$$h^n_{Hj}=k_z\big[n\tau_-J_{nj}/r-ik^2\lambda_-\varkappa_jJ'_{nj}\big].$$

Выражения, полученные после подстановки (13), (14) в указанные выше граничные условия и соотношения (11), образуют полную систему алгебраических уравнений относительно $A_{n+1j}, A_{nj}, B_{n+1j}$ и B_{nj}. Условие существования нетривиальных ее решений приводит к дисперсионному уравнению

$$\sum_{m=0}^{4}\varkappa_0^{2m}F_m=0,\qquad(15)$$

где

$$\begin{aligned}F_0={}&\langle R_{12}\rangle-\alpha_2\langle T_{12},R_{12}+\beta_1G_{12}\rangle+\beta_1\langle R_{12},G_{12}-\alpha_1R_{21}\rangle\\&+\xi\alpha_2\beta_2\langle R_{11},R_{22}\rangle+(\alpha_1^2+\xi\alpha_2^2)\langle T_{12}\rangle+(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\langle G_{12}\rangle\\&-\langle R_{21},\alpha_1(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)G_{12}\rangle-\langle R_{21},\alpha_1(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)G_{12}\\&-\beta_1(\alpha_1^2+\xi\alpha_2^2)T_{12}\rangle+(\alpha_1^2+\xi\alpha_2^2)(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\langle R_{21}\rangle,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi F_1={}&\alpha_2\big[\beta_1\langle R_{22},S_{11}\rangle+\langle S_{12},T_{12}-\beta_1R_{21}\rangle+\beta_1\langle T_{12}P_{21}\rangle\\&+(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\big(\langle R_{21},P_{12}\rangle-\langle R_{22},P_{11}\rangle\big)\big]\\&+\beta_2\big[\langle R_{12},\alpha_1S_{21}-P_{21}\rangle+\langle R_{11},P_{22}-\alpha_1S_{22}\rangle\\&+\alpha_1\langle T_{12},P_{21}\rangle-(\alpha_1^2+\xi\alpha_2^2)\langle T_{12},S_{21}\rangle\big],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi F_2={}&\langle S_{12}\rangle-\alpha_1\big[\beta_1\langle S_{11},S_{22}\rangle+(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\big(\langle P_{21},S_{21}\rangle\\&-\langle P_{11},S_{22}\rangle\big)\big]+\beta_1\big[\langle P_{22},S_{11}\rangle-\langle P_{12},S_{12}\rangle\big]\\&+\xi\alpha_2\beta_2\big[\langle T_{12},K_{12}\rangle+\langle S_{12},S_{21}\rangle\big]+(\alpha_1^2+\xi\alpha_2^2)\\&\times(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\langle S_{21}\rangle+(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\big[\langle P_{12}\rangle\\&+\langle P_{21}\rangle+\langle P_{11},P_{12}\rangle\big],\end{aligned}$$

$$F_3=-\langle K_{12},\beta_2S_{12}+\alpha_2(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)S_{21}\rangle;$$

$$F_4=(\beta_1^2+\xi\beta_2^2)\langle K_{12}\rangle,$$

$$\langle L_{ij}\rangle=L^n_{ij}L^{n+1}_{ij},\quad\langle L_{ij}G_{km}\rangle=L^n_{ij}G^{n+1}_{km}+L^{n+1}_{ij}G^n_{km},$$

$$R^n_{ij}=Z^n_{Hi}Z^n_{Ej}-V^n_{Hi}V^n_{Ej},\quad T^n_{12}=Z^n_{H1}V^n_{H2}-Z^n_{H2}V^n_{H1},$$

$$P^n_{ij}=Z^n_{Ei}b^n_{Ej}+V^n_{Ei}g^n_{Ej},\quad K^n_{12}=b^n_{E1}g^n_{E2}-b^n_{E2}g^n_{E1},$$

$$S^n_{ij}=Z^n_{Hi}g^n_{Ej}+V^n_{Hi}b^n_{Ej},\quad G^n_{12}=Z^n_{E1}V^n_{E2}-Z^n_{E2}V^n_{E1},$$

$$Z^n_{qi}=\varkappa_0^2a^n_{qi}-k\delta_nLJ_{ni},\quad\delta_n=\varkappa_0r_0\mathcal{H}_n^{(1)\prime}(\varkappa_0r_0)/\mathcal{H}_n^{(1)})(\varkappa_0r_0),$$

$$V^n_{qi}=\varkappa_0^2h^n_{qi}-nk_zLJ_{ni}/r_0,\quad\eta_0=\eta_E^2+\xi k^2k_z^2(\eta_1^-+\lambda_1^-),$$

$$\alpha_1=\eta_2^+/\eta_H\big|_{\varkappa=\varkappa_2},\quad\alpha_2=-\eta_1^+/\eta_H\big|_{\varkappa=\varkappa_2},$$

$$\beta_1=k^2(\eta_E\eta_2^--i\xi kk_z\lambda_1^+)(\eta_1^-+\alpha_1^-)/\eta_0\big|_{\varkappa=\varkappa_1},$$

$$\beta_2=\big[\eta_E\lambda_1^+-ikk_z\eta_2^-(\eta_1^-+\alpha_1^-)\big]k^2/\eta_0\big|_{\varkappa=\varkappa_1}.$$

Решения (12) и (15) определяют зависимость спектральных характеристик от параметров задачи независимых симметричных и асимметричных волн в круглом однородном стержне. Последний изготовлен из материала, электрические характеристики которого определяются компонентами тензора (1). Интересной особенностью является то, что эти волны образуются в результате взаимодействия парциальных колебаний со смежными азимутальными индексами.

Полученные выше результаты могут быть обобшены на случай, когда характеристики материала, из которого изготовлен стержень, определяются также и компонентами тензора магнитной проницаемости (феррит, ферромагнитный полупроводник).

В общем случае дисперсионное уравнение может быть исследовано только численно. Ниже мы приведем полученные результаты при распространении волн в стержне, изготовленным из одноосного кристалла при произвольном направлении оси анизотропии, а также для аксиально-однородных колебаний магнитоплазмонов при произвольном направлении внешнего магнитного поля.

Анизотропный стержень

На рис. 1 приведены результаты численного исследования зависимости замедления $\xi = k_z/k$ от угла наклона оси анизотропии Θ при $n = 5$, $kr_0 = 2.5$. Стержень изготовлен из одноосного кристалла лейкосапфира ($\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 9.4$; $\varepsilon_{33} = 11.51$). Из рисунка видно, что при Θ, не равном нулю либо 90°, в структуре распространяются с различными фазовыми скоростями две асимметричные волны V_a. Они возникают в результате взаимодействия двух парциальных мод E поляризаций со смежными азимутальными индексами. Действительно, при $\xi = -1$ система (11) разбивается на независимые блоки вида

$$(L_{22} - \varkappa^2)A_n = 0,$$
$$\delta B_n = -2ia_{13}\varkappa k_z B_{n+1},$$
$$\delta B_{n+1} = 2ia_{13}\varkappa k_z B_n, \qquad (16)$$

где $\delta = \varepsilon_{11}\varepsilon_{33}k^2 - a_{33}k_z^2 - a_{11}\varkappa^2$.

Из (16) замечаем, что в стержне возникают парциальные колебания: одна $H(E_z = 0)$ и две $E(H_z = 0)$. Радиальные компоненты их соответственно равны

$$\varkappa_1 = \sqrt{L_{22}}, \quad a_{11}\varkappa_2^{\pm} = [\varepsilon_{11}\varepsilon_{33}L_{22}]^{1/2} \pm a_{13}k_z. \qquad (17)$$

Как отмечалось выше, перепутывание H- и E-колебаний возникает на поверхности стержня. В структуре при

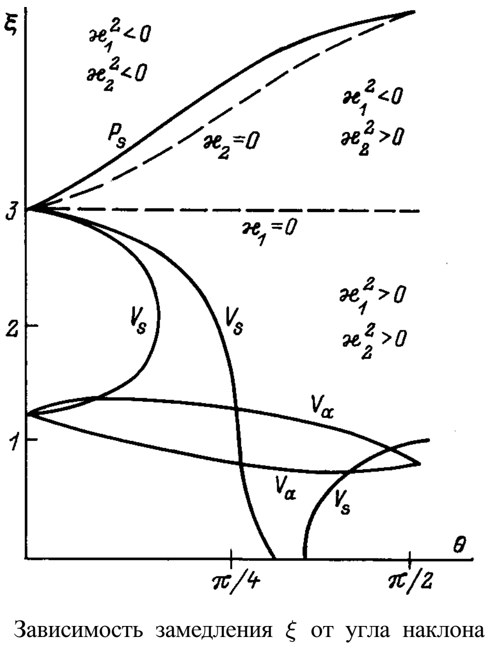

Рис. 1. Зависимость замедления ξ от угла наклона Θ оси анизотропии при $n = 5$, $kr_0 = 2.5$.

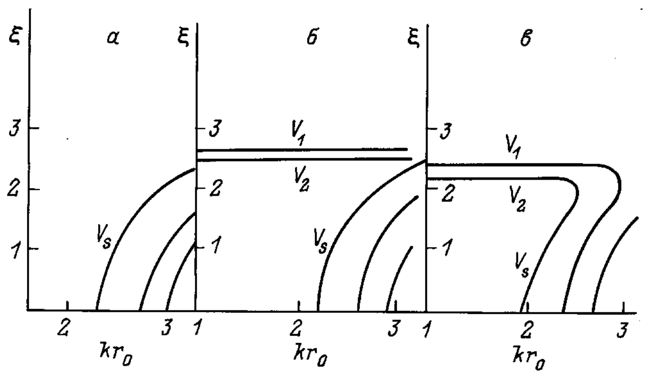

Рис. 2. Зависимость замедления ξ симметричных волн от параметра kr_0. $n = 5$; $\Theta = 0$ (*а*), $0.3\pi/2$ (*б*), $0.35\pi/2$ (*в*).

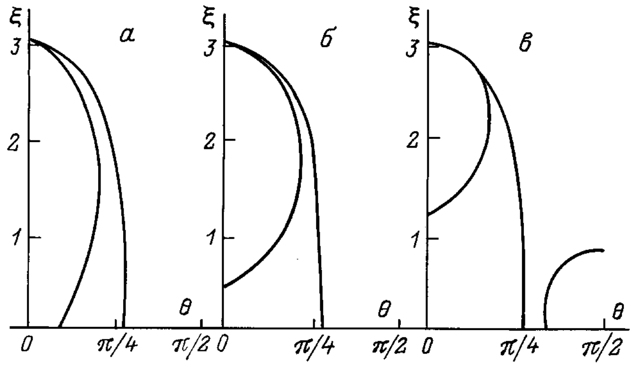

Рис. 3. Зависимость замедления ξ симметричных волн от угла наклона Θ. $n = 5$; $Kr_0 = 2.2$ (*а*), 2.3 (*б*), 2.5 (*в*).

этом возникают волноводные моды при $k_z > k$ и волны тип "шепчущей галереи" при $k_z < k$. Влияние кривизны поверхности стержня приводит к частичному излучению последних в вакуум. При увеличении азимутального индекса оно уменьшается.

Для симметричных волн ($\xi = 1$) система (11) разбивается на независимые блоки вида

$$(L_{11} - \varkappa^2)A_n = \varkappa k a_{13}B_{n+1}, \qquad (18)$$
$$\left[L_{22}(\varepsilon_{11}\varepsilon_{33}k^2 - a_{33}k_z^2) - \varepsilon_{11}L_{11}\varkappa^2\right]B_{n+1} = \varkappa k a_{13}A_n.$$

Неаксиальность анизотропии в этом случае приводит к взаимодействию парциальных колебаний E- и H-поляризаций со смежными азимутальными индексами. Возникают симметричные волны, радиальные компоненты волнового вектора которых равны

$$\varkappa_1 = \sqrt{L_{22}}, \quad \varkappa_2 = [\varepsilon_{11}\varepsilon_{33}k^2 - a_{33}k_z^2]^{1/2}/\sqrt{\varepsilon_{11}}. \qquad (19)$$

При $\varkappa_1^2$ и $\varkappa_2^2$ положительных это волноводные моды и волны "шепчущей галереи". Из рис. 1 видно, что для них возникают зона непропускания по углу наклона, неоднозначность фазовой скорости при малых kr_0. Это связано с появлением низкочастотных волноводных мод при отклонении оси анизотропии от направления геометрической оси. Зависимость замедления ξ от безразмерного параметра kr_0 при углах наклона Θ, равных нулю,

$0.3\pi/2$, $0.35\pi/2$, приведена на рис. 2, *a* и от угла наклона при kr_0, равных 2.2, 2.3 и 2.5, — на рис. 3. В аксиально-анизотропном стержне ($\Theta = 0$) волноводные моды V_s существуют только при $\omega > \omega_{\text{кр}}$ (рис. 2, *a*). Критическая частота их $\omega_{\text{кр}}$ определяется из уравнения ($x_k = \omega_k r_0/c$)

$$\mathcal{H}_n^{(1)}(x_k)J_n'(\sqrt{\varepsilon_{11}}x_k) = \mathcal{H}_n^{(1)'}(x_k)J_n(\sqrt{\varepsilon_{11}}x_k). \qquad (20)$$

Уже при малом отклонении оси анизотропии от геометрической возникают низкочастотные ветви V_1 и V_2 (рис. 2, *б*), спектральные параметры которых при малых kr_0 определяются решениями уравнений

$$L_{22}^3 = (k\,\mathrm{tg}\,\Theta)^2\left[(\varepsilon_{11}k\varkappa_2\,\mathrm{tg}\,\Theta)^2 + L_{22}(L_{22}+\varkappa_2^2)\right], \qquad (21)$$

где $\varkappa_2$ определена в (19).

Эти волны существуют и на частотах ниже критической, слабо зависят от радиуса стержня. Увеличение угла наклона приводит к росту фазовой скорости у V_1 и V_2, к уменьшению ее у V_s. Область существования у последних сдвигается в сторону низких частот, а фазовая скорость низкочастотных существенно зависит от угла наклона. Все это и приводит к появлению указанных выше особенностей в поведении дисперсионных кривых.

Симметричные и асиметричные колебания типа "шепчущей галереи" экспериментально наблюдались авторами работы [1] в дисковом резонаторе, изготовленным из лейкосапфира с осью анизотропии, лежащей в плоскости поперечного сечения стержня ($\Theta = 90°$).

При $\varkappa_1^2$ и $\varkappa_2^2$ отрицательных в структуре при Θ, не равных нулю и 90°, возникает симметричная поверхностная волна P_s. Амплитуда ее экспоненциально спадает по обе стороны от поверхности. Увеличение азимутального индекса приводит к уменьшению $\varkappa_2^2$ и исчезновению этой волны. На плоской границе раздела эта волна отсутствует. Поверхностные волны на последней наблюдаются в оптическом диапазоне вблизи полос поглощения [2].

Диэлектрические стержни, применяемые в световодах и в квантовых генераторах, изготавливаются в основном из одноосных кристаллов. Деформации, возникающие в них как в процессе образования текстуры образца, так и под влиянием механических напряжений, существенно влияют на работу этих устройств. Они приводят также к изменению значений компонент тензора диэлектрической проницаемости, к появлению недиагональных компонент его. Одновременное проведение измерений спектральных характеристик возникающих колебаний и исследование полученных выше решений позволят не только обнаружить, но и исследовать параметры этих деформаций.

Полупроводниковый стержень

Магнитоплазмоны, возникающие в полупроводниковых структурах, используются для диагностики поверхности проводящих материалов, создания твердотельных привобов, управляемых внешним магнитным полем. При распространении волн под углом к последнему возникают эффекты, позволяющие создавать устройства с новыми функциональными свойствами. Характеристики волн, распространяющихся в круглом полупроводниковом стержне, изучены лишь при помещении его в аксиальное магнитное поле. Возникает необходимость обобщения полученных результатов на случай произвольного направления внешнего магнитного поля.

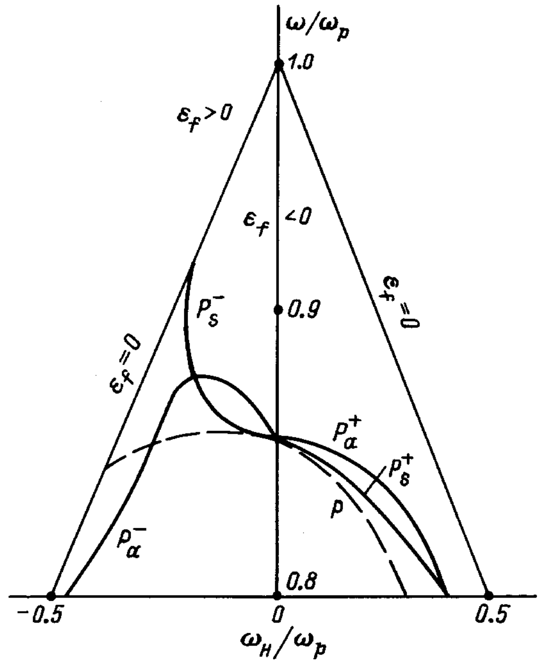

Рис. 4. Зависимость резонансной частоты ω/ω_p поверхностных колебаний от циклотронной частоты ω_H/ω_p при $n = 60$, $\Theta = \pi/4$, $\chi = 20$.

Для аксиально-однородных колебаний ($k_z = 0$) система (11) разбивается на независимые блоки вида

$$\left[\varepsilon_{11}a_f k^2 - (\sigma_+ - \xi\sigma_-)\varkappa^2\right]A_n = \varkappa k(\tau_+ - \xi\tau_-)B_{n+1},$$

$$\varepsilon_{11}\left[\varepsilon_{33}\varepsilon_f k^2 - a_f\varkappa^2\right]B_{n+1} = \varkappa k(\tau_+ - \xi\tau_-)A_n, \qquad (22)$$

где

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12}^2/\varepsilon_{11}, \quad a_f = \varepsilon_f C^2 + \varepsilon_{33}S^2,$$

$$2\tau_\pm = -S\left[i\varepsilon_{33}\varepsilon_{12} \mp \varepsilon_L(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})C\right].$$

Из (22) замечаем, что влияние неаксиальности магнитного поля приводит к появлению взаимодействия парциальных колебаний *E*- и *H*-полязираций со смежными азимутальными индексами. В структуре возникают симметричные ($\xi = 1$) и асимметричные ($\xi = -1$) аксиально-однородные колебания. Радиальные компоненты волнового вектора симметричных колебаний от угла наклона не зависят

$$\varkappa_1 = \sqrt{\varepsilon_f}k, \quad \varkappa_2 = \sqrt{\varepsilon_{33}}k.$$

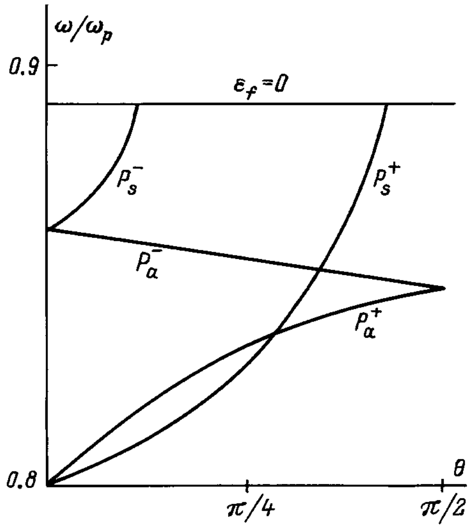

Рис. 5. Зависимость резонансной частоты поверхностных колебаний от угла наклона Θ при $n = 60$, $\chi = 20$, $|\omega_H| = \omega_p/4$.

Эта зависимость возникает для асимметричных колебаний, для которых

$$2a_{11}\varkappa_{1,2}^2 = \Big\{(\varepsilon_{33}+a_f)\varepsilon_{11} \pm \big[(\varepsilon_{33}+a_f)^2\varepsilon_{11}^2 - 4\varepsilon_{33}\varepsilon_{11}a_{11}a_f\big]^{1/2}\Big\}k^2.$$

На рис. 4 и 5 приведены зависимости резонансных частот ω/ω_p от угла наклона Θ и циклотронной частоты носителей ω_H/ω_p для однокомпонентной полупроводниковой плазмы при $\varepsilon_L = 17$; $n = 60$; $\chi \equiv \omega_p r_0/C = 20$. В аксиальном магнитном поле ($\Theta = 0$) при $\varepsilon_f > 0$ в структуре существует семейство объемных магнитоплазменных колебаний. При $\varepsilon_f < 0$ возникает поверхностный магнитоплазмон (штриховая кривая P_s), переходящий в объемный при $\varepsilon_f = 0$. С увеличением азимутального индекса n частота его приближается к частоте поверхностного магнитоплазмона, существующего на плоской границе между полупроводником и вакуумом

$$\omega = \big[\varepsilon_L\omega_p^2(\varepsilon_L+1)^{-1} + \omega_H^2/4\big]^{1/2} - \omega_H \mathrm{sign}(n)/2.$$

Неаксиальность магнитного поля приводит к появлению в структуре поверхностных симметричных колебаний $P_s^\pm$, существующих в области $\varepsilon_f < 0$ и $a_{11} < 0$, и асимметричных $P_a^\pm$ при $\varepsilon_f < 0$. Здесь P_j^+ — ветвь колебаний при $\omega_H > 0$, P_j^- — при $\omega_H < 0$. Характер зависимости резонансных частот от величины и угла наклона внешнего магнитного поля качественно различный. Частоты существенно зависят от направления магнитного поля (эффект невзаимности). В поперечном магнитном поле последний отсутствует ($\omega_j^+ = \omega_j^-$).

Список литературы

[1] *Кириченко А.Я., Прокопенко Ю.В., Филиппов Ю.Ф.* и др. // РиЭ. 1989. Т. 33. № 2. С. 300–304.
[2] *Поверхностные* поляритоны / Под ред. В.М.Аграновича, Д.А.Миллса. М.: Наука, 1985. 526 с.