Журнал технической физики, 1997, том 67, № 7

01;10

Об одном методе самосогласованного описания динамики электронных пучков в циклических системах

© Н.Д. Наумов

(Поступило в Редакцию 31 января 1996 г.)

На основе автомодельного решения динамических уравнений заряженной жидкости получены уравнения огибающих электронного пучка в модифицированном бетатроне и двухзаходном стеллатроне. Показано, что вызываемое тороидальным магнитным полем полоидальное движение пучка складывается из вращения пучка как целого и внутреннего перемещения жидкости с эллиптическими линиями тока.

Введение

Необходимость разработки самосогласованных моделей движения потоков заряженных частиц во внешних полях обусловлена практическими задачами формирования, ускорения и транспортировки пучков и электронных колец [1–5]. Определенная информация о поведении пучков заряженных частиц содержится в уравнениях огибающих, которые обычно получаются на основе решения кинетического уравнения [2,6] или с помощью метода моментов [7,8]. Однако применение этих методов для теоретического анализа поведения электронных пучков в циклических системах с продольным магнитным полем (например, в модифицированном бетатроне или стеллатроне) затруднительно, в связи с чем для этих систем рассматривается более простая задача о движении отдельных электронов в совокупности внешнего и собственного полей [9].

В настоящей работе предлагается метод приближенного решения самосогласованных уравнений движения тонкого кольцевого пучка во внешнем поле. Метод применим для слаботочных пучков, когда можно пренебречь влиянием собственного поля на продольное движение частиц. Макроскопическое описание поперечного движения пучка достигается на основе автомодельного решения динамических уравнений заряженной жидкости. Это позволяет получить уравнения огибающих кольцевого пучка эллиптического сечения, а также установить связь между угловой скоростью полоидального вращения пучка как целого и его внутренним поперечным движением. Связь является следствием сохранения суммы продольных компонент завихренности движения жидкости и магнитного поля.

Продольное движение пучка

Основная трудность при приближенном решении динамических уравнений заряженной жидкости связана с выбором аппроксимации коллективных эффектов, так как собственное поле жидкости заранее неизвестно и оно, с одной стороны, влияет на движение жидкости, а с другой стороны, само зависит от этого давления. В этом разделе рассматриваются условия, при которых можно пренебречь влиянием собственного поля на продольное движение.

Если ток пучка I гораздо меньше предельного тока Альфвена I_A, то поперечное движение пучка имеет нерелятивистский характер, т. е. отношение поперечной скорости частицы к продольной порядка ε, где характерный малый параметр $\varepsilon^2 \sim I/I_A$ [7]. В этом случае импульс жидкости $\mathbf{P} \approx m\gamma\mathbf{V}$, где γ — релятивистский фактор продольного движения частиц. Тогда уравнения движения заряженной жидкости [3] в цилиндрической системе координат r, Θ, z принимают вид

$$\frac{dV_r}{dt} \equiv \left[\frac{\partial}{\partial t} + V_r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{V_\Theta}{r}\frac{\partial}{\partial\Theta} + V_z\frac{\partial}{\partial z}\right]V_r = \frac{V_\Theta^2}{r} + \frac{1}{m\gamma}\left[eE_r + \frac{e}{c}(V_\Theta B_z - V_z B_\Theta) - \frac{1}{n}\frac{\partial p}{\partial r}\right], \tag{1}$$

$$\frac{dV_\Theta}{dt} + \frac{1}{r}V_rV_\Theta = \frac{1}{m\gamma}\left[eE_\Theta + \frac{e}{c}(V_zB_r - V_rB_z)\right], \tag{2}$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{1}{m\gamma}\left[eE_z + \frac{e}{c}(V_rB_\Theta - V_\Theta B_r) - \frac{1}{n}\frac{\partial p}{\partial z}\right], \tag{3}$$

где $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — напряженности суммы внешнего и собственного полей; p — давление, обусловленное эмиттансом пучка.

Полагая для прямолинейного пучка

$$E_z = -\frac{1}{c}\frac{\partial A_{ez}}{\partial t}, \quad B_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\Theta}, \quad B_\Theta = -\frac{\partial A_z}{\partial r}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

из уравнения (3) для функции $\Pi = (V_z + eA_z/\gamma mc)/u$ получим

$$\frac{d\Pi}{dt} = 0, \tag{4}$$

т. е. функция Π сохраняется при движении пучка. Здесь u — характерное значение продольной скорости частиц, $A_z = A_{ez} + A_{sz}$, где A_{ez}, A_{sz} — компоненты векторных потенциалов соответственно внешнего и собственного полей.

Если в начальный момент времени функция Π одинакова во всех точках, то она останется везде одинаковой и неизменной со временем при движении жидкости. В этом случае для V_z найдем

$$V_z = u - \frac{e}{\gamma mc}A_z. \tag{5}$$

Таким образом, в данном случае продольная скорость зависит от координат. Поэтому модель однородного распределения продольной скорости по сечению пучка применима лишь при определенных допущениях. Так, для однородного цилиндрического пучка $eA_{sz}/\gamma mcu = -Ir^2/a^2 I_A$ при $r \leqslant a$, где a — радиус пучка. Тогда из выражения (5) следует, что приближение однородного пучка и соответственно пренебрежение влиянием собственного поля на продольное движение частиц оправдано лишь с точностью до членов первого порядка по ε (при условии, что $eA_{ez}/\gamma mcu \sim \varepsilon$). Эти оценки согласуются с точным стационарным решением самосогласованных уравнений для пучка с резкой границей [10].

В случае кольцевого пучка

$$E_\Theta = -\frac{1}{c}\frac{\partial A_\Theta}{\partial t}, \quad B_r = -\frac{\partial A_\Theta}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial r A_\Theta}{\partial r}.$$

Тогда для функции

$$\Pi = \left(V_\Theta + \frac{e}{\gamma mc}A_\Theta\right)\frac{r}{uR}, \tag{6}$$

где u, R — характерные значения скорости вращения частиц и радиуса оси кольца, из уравнения (2) следует закон сохранения (4) и соответственно аналогичное (5) выражение для азимутальной компоненты гидродинамической скорости

$$V_\Theta = \frac{C}{r} - \frac{e}{\gamma mc}A_\Theta, \tag{7}$$

где постоянная C определяется из начальных условий.

Рассмотрим кольцевой пучок эллиптического сечения

$$n(x, t) = \frac{N}{2\pi^2 abr}H\left(1 - \frac{q_1^2}{d^2} - \frac{q_2^2}{b^2}\right), \tag{8}$$

где N — число частиц в кольце; a, b — полуоси сечения; $H(\tau)$ — ступенчатая функция Хевисайда; q_i — система координат, связанная с осью пучка и осями симметрии поперечного сечения пучка.

Для тонкого пучка скалярный потенциал и азимутальная составляющая векторного потенциала собственного поля имеют вид [5]

$$\Phi = 2\frac{I}{u}\left[L - \Phi_0 - \frac{Lq_1}{\pi R} + \frac{L}{16R^2}(5q_1^2 - q_2^2)\right],$$

$$A_{s\Theta} = \beta\left[\Phi + \frac{IL}{2uR^2}(q_1^2 + q_2^2)\right].$$

Здесь $L = \ln[16R/(a+b)]$, $\beta = u/c$, Φ_0 характеризует потенциал бесконечно длинного заряженного цилиндра эллиптического сечения с постоянной плотностью заряда. Отсюда видно, что, как и в случае прямолинейного пучка, для кольцевого слаботочного пучка вклад собственного поля в азимутальное движение квадратичен по малому параметру. Пренебрегая членами порядка ε^2, находим, что в кольце распределение продольной скорости жидкости неоднородно по сечению

$$V_\Theta \simeq \frac{C}{r} - \frac{e}{\gamma mc}A_{e\Theta}. \tag{9}$$

Таким образом, для слаботочных пучков в линейном приближении по малому параметру можно пренебречь влиянием собственного поля на продольное движение частиц. Отметим также, что выражение (5), (7) можно рассматривать как следствие выбора в рамках кинетического описания функции распределения, зависимость которой от интеграла движения — продольной составляющей обобщенного импульса частицы задана в виде дельта-функции. Усреднение этой компоненты обобщенного импульса при переходе к гидродинамическому описанию приводит к полученным выше результатам (5), (7) для продольной скорости.

Поперечная динамика электронного кольца

В качестве конкретной задачи рассмотрим движение кольцевого пучка в модифицированном бетатроне, когда наряду с обычным бетатронным полем, потенциал которого

$$A_{e\Theta} = \frac{1}{r}\int_0^r B_\beta(x)x\,dx - \frac{z^2}{2}\frac{\partial B_\beta}{\partial r},$$

имеется тороидальное магнитное поле $B_{e\Theta} = B_2 R/r$. Здесь $B_\beta(r) = B_1(R/r)^n$; n, R, B_1, B_2 — постоянные величины. Очевидно, что характерное значение продольной скорости частиц в кольце пропорционально его радиусу. Для рассматриваемого класса автомодельных движений поперечные компоненты скорости пропорциональны расстоянию до оси пучка [11]. Поэтому здесь малая величина введенного выше параметра ε означает малость отношения поперечных размеров пучка к его радиусу. Для тонкого пучка можно построить приближенные решения автомодельного типа, разлагая фигурирующие в уравнениях (1), (3) слагаемые с азимутальной скоростью (12) и ограничиваясь линейными по малому параметру членами. Соответственно, внешнее магнитное поле для проведения подобной процедуры должно быть слабонеоднородным, тогда как компоненты внешнего электрического поля могут линейно зависеть от переменных r, z.

Поперечное движение пучка эллиптического сечения удобно рассматривать в системе координат q_i, связанной с осями симметрии сечения. Переход в эту систему координат осуществим в два этапа. Вначале в уравнениях (1), (3) произведем замену

$$r = s + \rho, \quad z = \sigma + \zeta, \quad V_r = \dot{s} + V_\rho, \quad V_z = \dot{\sigma} + V_\zeta,$$

где точкой обозначается дифференцирование по времени; функции времени s, σ характеризуют положение оси пучка; V_ρ, V_ζ — компоненты скорости жидкости относительно системы координат, связанной с осью пучка и имеющей те же орты, что и исходная.

Так как аксиальные колебания пучка происходят вблизи плоскости $z = 0$, то $z/s \sim \varepsilon$. Тогда при условии, что в начальный момент времени азимутальная скорость жидкости на оси пучка равна u, для V_Θ из (7) с принятой точностью найдем

$$V_\Theta(r,\,t) = U\left(1 - \frac{\rho}{s}\right) - \omega_1\rho\left(\frac{R}{s}\right)^n.$$

Здесь и в дальнейшем используются обозначения: $\omega_i = eB_i/\gamma mc$, $U = us_0/s + \omega_1[(s_0^2/s)(R/s_0)^n - s(R/s)^n]/(2-n)$. После линеаризации уравнений (1), (3) получим следующие уравнения для координат оси пучка:

$$\ddot{s}+\omega_2\dot{\sigma}\frac{R}{s}-\omega_1 U\left(\frac{R}{s}\right)^n-\frac{U^2}{s} = hL\left(\frac{1+\beta^2}{2s}-\frac{\ddot{s}}{c^2}\right), \quad (10)$$

$$\ddot{\sigma} - \omega_2\dot{s}\frac{R}{s} - n\omega_1 U\frac{\sigma}{s}\left(\frac{R}{s}\right)^n = \frac{hL}{c^2}\ddot{\sigma}, \quad (11)$$

где $h = 2c^2 I/I_A$.

Первый член в правой части уравнения (10) обусловлен расталкиванием кольца по большому радиусу, второй, как и член в правой части уравнения (11), отражает увеличение эффективной массы электрона в кольце [6]. Если опустить эти члены, то (10), (11) представляют собой уравнения движения одиночной заряженной частицы вблизи плоскости $z = 0$.

Слагаемые, зависящие от координат ρ, ζ, определяют уравнения для компонент скорости

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_\rho\frac{\partial}{\partial\rho} + V_\zeta\frac{\partial}{\partial\zeta}\right)V_{\rho,\,\zeta} = F_{\rho,\,\zeta} + G_{\rho,\,\zeta},$$

$$G_\rho = \rho\Gamma_1 - \omega_2 V_\zeta\frac{R}{s}, \quad G_\zeta = \omega_2 V_\rho\frac{R}{s} - 2\rho\Lambda + \zeta\Gamma_2, \quad (12)$$

где $F_{\rho,\,\zeta}$ определяются эмиттансом и собственным полем пучка,

$$\Gamma_1 = \omega_2\dot{\sigma}R/s^2 - 3U^2/s^2 - \omega_1(R/s)^n\left[(3+n)U/s + \omega_1(R/s)^n\right],$$

$$\Gamma_2 = n\omega_1(U/s)(R/s)^n, \quad \Lambda = \omega_2\dot{s}R/2s^2.$$

Так как ориентация сечения пучка может изменяться вследствие полоидального движения жидкости, то введение координат q_i, связанных с осями симметрии сечения, соответствует переходу в систему координат, орты которой повернуты на некоторый угол Ψ относительно ортов исходной системы координат

$$q_1 = \rho\cos\Psi + \zeta\sin\Psi, \quad q_2 = \zeta\cos\Psi - \rho\sin\Psi.$$

Соответственно, V_ρ, V_ζ следует представить через компоненты скорости жидкости V_i в новой системе координат

$$V_\rho = V_1\cos\Psi - V_2\sin\Psi - \zeta\Omega,$$

$$V_\zeta = V_2\cos\Psi + V_1\sin\Psi + \rho\Omega,$$

где $\Omega = \dot{\psi}$ — угловая скорость полоидального вращения пучка как целого. Тогда из уравнений (12) для функций V_i получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_i\frac{\partial}{\partial q_i}\right)V_1 - 2\Omega V_2 - q_1\Omega^2 - q_2\dot{\Omega}$$
$$= F_1 + G_\rho\cos\Psi + G_\zeta\sin\Psi, \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_i\frac{\partial}{\partial q_i}\right)V_2 + 2\Omega V_1 - q_2\Omega^2 + q_1\dot{\Omega}$$
$$= F_2 + G_\zeta\cos\Psi - G_\rho\sin\Psi. \quad (14)$$

В новой системе координат q_1/a, q_2/b являются автомодельными переменными. Поперечное движение жидкости в этой системе координат включает также перемещения с эллиптическими линиями тока, поэтому выражения для V_i имеют вид

$$V_1 = \dot{a}\frac{q_1}{a} - \omega a\frac{q_2}{b}, \quad V_2 = \dot{b}\frac{q_2}{b} + \omega b\frac{q_1}{a}, \quad (15)$$

где ω — некоторая функция времени. Отметим, что в этом случае плотность частиц (8) удовлетворяет уравнению непрерывности. Подставляя выражения (15) в уравнения (13), (14), в итоге получим систему уравнений для введенных функций времени a, b, ω, Ω

$$\ddot{a} - (\omega^2 + \Omega^2 + \Gamma_1\cos^2\psi - \Lambda\sin 2\psi + \Gamma_2\sin^2\psi)a$$
$$= 2\omega\Omega b - \omega_2(\omega b - \Omega a) + \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{a^3} - \frac{hL}{s^2}, \quad (16)$$

$$\ddot{b} - (\omega^2 + \Omega^2 + \Gamma_2\cos^2\psi + \Lambda\sin 2\psi + \Gamma_1\sin^2\psi)b$$
$$= 2\omega\Omega a - \omega_2(\omega a + \Omega b) + \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{b^3} + \frac{hL}{2s^2}, \quad (17)$$

$$\dot{\omega}(a^2 - b^2) + 2\omega(a\dot{a} - b\dot{b}) = \left(\omega_2\frac{R}{S} - 2\Omega\right)(a\dot{b} - b\dot{a})$$
$$+ ab[2\Lambda\cos 2\psi + (\Gamma_1 - \Gamma_2)\sin 2\psi], \quad (18)$$

$$\dot{\Omega} + \left(\Omega - \frac{R\omega_2}{2s}\right)\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b}\right) = \frac{1}{2ab}\frac{d}{dt}\left[\omega_2\frac{R}{s} - \omega(a^2 + b^2)\right],$$

где $H = (uE/\pi)^2$; E — эмиттанс пучка; слагаемые, содержащие L, обусловлены кривизной пучка.

Уравнение для функции Ω несложно проинтегрировать

$$\Omega = \frac{R\omega_2}{2s} + \Bigg[\omega_0(a_0^2 + b_0^2)$$
$$+ 2a_0 b_0\left(\Omega_0 - \frac{R\omega_2}{2s_0}\right) - \omega(a^2 + b^2)\Bigg]\frac{1}{2ab}. \quad (19)$$

Как уже отмечалось, в рамках автомодельного подхода влияние продольного магнитного поля на вращение пучка как целого и внутреннее движение жидкости может быть определено из общего соотношения, которое является следствием динамических уравнений заряженной жидкости,

$$\frac{d}{dt}\frac{\mathbf{R}\nabla S}{n} = 0.$$

Здесь $\mathbf{R} = \mathbf{W} + e\mathbf{B}/\gamma mc$; $\mathbf{W} = \mathrm{rot}\mathbf{V}$ — завихренность; n — плотность жидкости; S — произвольная функция, сохраняющаяся при движении жидкости.

В частности, для кольцевого пучка такой функцией является

$$S = \delta(r-s)\delta\left(\Theta - \int\limits_0^t V_\Theta(s,\,\tau)\frac{d\tau}{s(\tau)}\right)\delta(z-\sigma).$$

Тогда из условия сохранения величины $\mathbf{R}\nabla S/n$ при движении жидкости получается выражение (19).

Уравнения (16), (17) упрощаются в случае обычного бетатрона. Как нетрудно видеть, если $\omega_2 = 0$ и в начальный момент времени полоидальное движение жидкости отсутствует, то оно не возникает и в дальнейшем. Опуская для краткости члены, обусловленные кривизной пучка, в этом случае имеем

$$\ddot{a} + \varkappa a = \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{a^3}, \quad \ddot{b} - \Gamma_2 b = \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{b^3}, \tag{20}$$

где $\varkappa = 3U^2/s^2 + \omega_1(R/s)^n[(3+n)U/s + \omega_1(R/s)^n]$.

Дальнейшее упрощение возможно при условии, что радиальные колебания пучка происходят вблизи оси внешнего поля, т.е. $(s-R)/R \sim \varepsilon$, а также если в начальный момент времени частицы на оси поля вращаются с циклотронной частотой, т.е. $u = -\omega_1 R$. Тогда, полагая в (20) в соответствии с принятой точностью s_0, $s \simeq R$, найдем

$$\ddot{a} + \omega_1^2(1-n)a = \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{a^3},$$

$$\ddot{b} + n\omega_1^2 b = \frac{2h}{(a+b)\gamma^2} + \frac{H}{b^3}.$$

Гофрированный кольцевой пучок

Если рассматриваемая система не имеет осевой симметрии, то соотношение (4) не выполняется. В этом случае, включая в функцию (6) осесимметричную часть внешнего поля, получим

$$\frac{d\Pi}{dt} = e(\gamma mcuR)^{-1}(V_z B'_r - V_r B'_z), \tag{21}$$

где штрихом отмечены слагаемые поля, зависящие от азимутального угла.

Отсюда видно, что выражение (9) для азимутальной скорости может быть использовано и для систем, не обладающих осевой симметрией, если правая часть соотношения (21) имеет второй порядок малости.

Очевидно, что для двухзаходного стеллатрона, магнитное поле которого можно представить в виде [12]

$$B'_{er} = \frac{B_3}{R}(\xi\sin k\Theta - z\cos k\Theta),$$

$$B_{e\Theta} = B_2\frac{R}{r}, \quad B_{ez} = B_1 + B'_{ez},$$

где $\xi = r-R$; $B'_{ez} = -B_3(\xi\cos k\Theta + z\sin k\Theta)/R$; k — целое число, вклад зависящей от азимутального угла части внешнего поля в правую часть (21) будет порядка ε^2, если рассматривается движение пучка вблизи оси поля, т.е. при $(s-R)/R$, $\sigma/R \sim \varepsilon$.

В этом случае для электронного пучка в двухзаходном стеллатроне может быть построена модель гофрированного кольцевого пучка. Как и в случае прямолинейного пучка в периодических фокусирующих системах [2,4], пренебрежение влиянием собственного поля на продольное движение частиц возможно, если ток пучка мал по сравнению с током Альфвена и существенное изменение поперечных размеров пучка происходит на расстояниях, значительно превышающих величины полуосей. Тогда из (9) находим

$$V_\Theta = U\left(1 - \frac{\rho}{s}\right) - \omega_1\rho,$$

где $U = us_0/s + \omega_1(s_0^2/s - s)/2$.

Если вместо Θ ввести переменную $\eta = \Theta - ut/R$, то с принятой точностью члены с производной по η не содержатся в динамических уравнениях, т.е. зависимость характеристик поперечного движения пучка от этой переменной имеет параметрический характер. Эта зависимость определяется для каждого сечения пучка начальными условиями. Следуя изложенной выше схеме, в итоге для координат оси пучка находим аналогичные (10), (11) уравнения

$$\ddot{s} + \omega_2\dot{\sigma}\frac{R}{s} + \omega_2\frac{u}{R}\big[(s-R)\cos\varphi + \sigma\sin\varphi\big] - \frac{U^2}{s} = 0,$$

$$\ddot{\sigma} - \omega_2\dot{\sigma}\frac{R}{s} + \omega_2\frac{u}{R}\big[(s-R)\sin\varphi - \sigma\cos\varphi\big] = 0,$$

где $\varphi = k(\eta + ut/R)$ и для краткости опущены члены, обусловленные собственным полем пучка.

Угловая скорость полоидального вращения пучка как целого определяется выражением (19), а изменение характеристик поперечного движения пучка — уравнениями (16)–(18), где

$$\Gamma_1 = \omega_2\frac{\dot{\sigma}}{R} - \omega_1^2 - 3(u + \omega_1 R)\frac{u}{R^2} - \Gamma_2,$$

$$\Lambda = \frac{\omega_2\dot{s}}{2R} + \omega_3\frac{u}{R}\sin\varphi, \quad \Gamma_2 = \omega_3\frac{u}{R}\cos\varphi.$$

Таким образом, предлагаемый метод позволяет получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих поперечные колебания кольцевого пучка заряженных частиц во внешнем поле. Решение этой системы уравнений является отдельной задачей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ.

Список литературы

[1] *Коломенский А.А., Лебедев А.Н.* Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962.
[2] *Капчинский И.М.* Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М.: Атомиздат, 1966. 310 с.
[3] *Девидсон Р.* Теория заряженной плазмы. М.: Мир, 1978. 215 с.
[4] *Молоковский С.И., Сушков А.Д.* Интенсивные электронные и ионные пучки. М.: Энергоатомиздат, 1991. 303 с.
[5] *Саранцев В.П., Перельштейн Э.А.* Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. М.: Атомиздат, 1979. 216 с.
[6] *Ярковой О.И.* // ЖТФ. 1966. Т. 36. Вып. 6. С. 988–996.
[7] *Lee E.P., Cooper R.K.* // Part. Accel. 1976. Vol. 7. P. 83–95.
[8] *Казаринов Н.Ю., Перельштейн Э.А.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 1. С. 101–108.
[9] *Долгополов В.В., Кириченко Ю.В., Лелеко Я.Ф.* и др. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 6. С. 141–146.
[10] *Hammer D.A., Rostoker N.* // Phys. Fluids. 1970. Vol. 13. P. 1831.
[11] *Наумов Н.Д.* // Физика плазмы. 1993. Т. 19. Вып. 11. С. 1406–1408.
[12] *Robertson C.W., Mondelli A., Chernin D.* // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. N 7. P. 507–510.