

01;05;09

Моделирование волновых параметров узкой щелевой линии передачи на основе сверхпроводящей пленки

© О.Г. Вендик, И.С. Данилов, С.П. Зубко

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, 197376 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 11 декабря 1996 г.)

В квазистатическом приближении найдено аналитическое выражение для расчета волновых параметров щелевой линии с узкой щелью. Для анализа процессов в сверхпроводящей пленке, которая имеет толщину, сравнимую с лондоновской глубиной проникновения, использована двухжидкостная модель. Рассчитаны волновые параметры щелевой линии в предположении о распределении тока вблизи краев щели, аналогичном использованному ранее для анализа микрополосковой и копланарной линий.

Введение

В последнее время высокотемпературные сверхпроводящие (ВТСП) щелевые линии становятся предметом значительного внимания. Это связано, в частности, с использованием ВТСП щелевой линии в сочетании с джозефсоновским переходом в СВЧ сквидах [1,2]. Для согласования такого рода систем необходимо иметь минимальные значения волнового сопротивления щелевой линии. Это достигается уменьшением ширины щели до микронных размеров. Существующее аналитическое описание параметров щелевой линии [3,4] ограничено шириной щели, превосходящей 2% от толщины подложки. Для достаточно узкой щели можно использовать квазистатическое приближение для расчета ее погонных параметров и получить простые аналитические выражения. ВТСП передающие линии в силу малого, но конечного сопротивления проводника обладают омическими потерями, так что в достаточно узкой щелевой линии эти потери могут быть значительными. По методике, использованной в данной работе, уже рассчитывались волновые параметры в ВТСП микрополосковой [5] и копланарной [6] передающих линий. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными, что говорит о допустимости использования такого подхода и для других типов планарных линий передачи. В данной работе представлены аналитические выражения, позволяющие при заданных параметрах ВТСП щелевой линии определить ее волновые параметры.

Квазистатический расчет погонных параметров узкой щелевой линии

Поперечное сечение линии показано на рис. 1, а. Подложка имеет толщину h и ширину D . На подложку нанесена сверхпроводящая пленка толщиной d , ширина щели составляет w . Значение эффективной проницаемости линии, которое определяет фазовую скорость волны в линии с идеально проводящим покрытием, принято

равным

$$\epsilon_{\text{eff}} = (\epsilon_r + 1)/2, \quad (1)$$

где ϵ_r — относительная проницаемость материала подложки.

Сопоставление с электродинамическим расчетом ϵ_{eff} щелевой линии [3,4] показывает, что при стремлении w/h к нулю истинное значение $\epsilon_{r,\text{eff}}$ стремится к значению, представленному выражением (1) (рис. 2, а).

Обозначим через L_1 и C_1 соответственно погонные индуктивность и емкость линии (в эквивалентной схеме индуктивности включены последовательно, а емкости

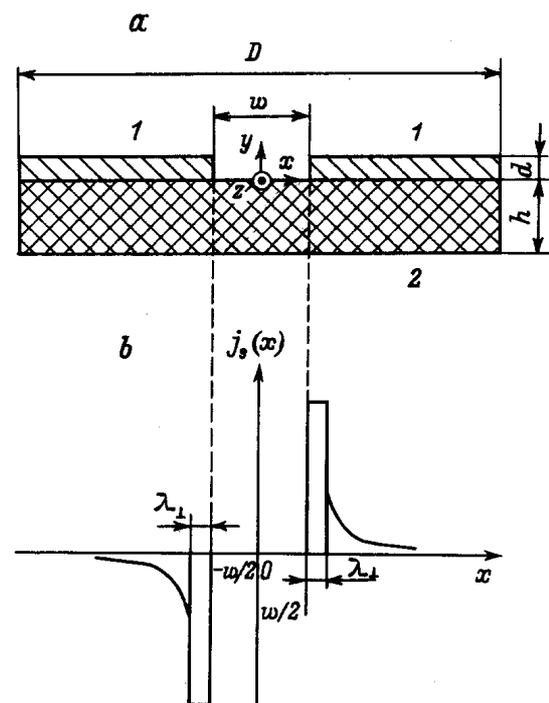


Рис. 1. Поперечное сечение щелевой линии. а — схема поперечного сечения щелевой линии: 1 — проводящая пленка, 2 — диэлектрическая подложка; б — распределение поверхностной плотности тока в поперечном сечении сверхпроводящей щелевой линии.

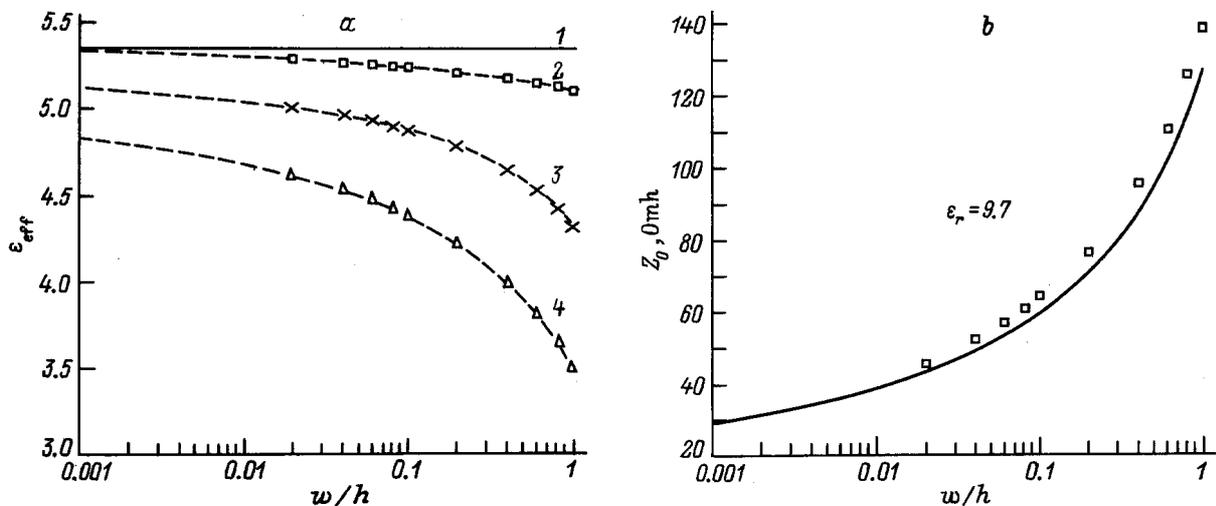


Рис. 2. Зависимость волновых параметров щелевой линии от отношения w/h . *a* — зависимость эффективной диэлектрической проницаемости ϵ_{eff} от отношения w/h для $\epsilon_r = 9.7$: 1 — $\epsilon_{eff} = (\epsilon_r + 1)/2$, 2–4 — данные из [4]; 2 — $h/\lambda_0 = 0.075$, 3 — $h/\lambda_0 = 0.05$, 4 — $h/\lambda_0 = 0.025$. Пунктир — ”интуитивная” экстраполяция данных [4] при $w/h \ll 0.02$; *b* — зависимость волнового сопротивления от отношения w/h ; сплошная кривая — сопротивление, рассчитанное с использованием квазистатического приближения, точки — данные из [4].

параллельно). Учтем, что [3]

$$L_1 = (Z_0 \sqrt{\epsilon_{eff}}) / c \quad C_1 = \sqrt{\epsilon_{eff}} (Z_0 c)^{-1}, \quad (2)$$

где Z_0 — волновое сопротивление линии, c — скорость света в вакууме.

Для расчета погонной емкости щели в экране шириной D использовалось приближение парциальных емкостей [7,8]

$$C_1 = \epsilon_0 [(\epsilon_r - 1) - F(k_1) + F(k_2)], \quad (3)$$

где ϵ_0 — проницаемость вакуума. $F(k_1)$ определяет вклад подложки в искомую емкость щели, $F(k_2)$ определяет вклад окружающего пространства.

Для нахождения $F(k_1)$ и $F(k_2)$ использовались результаты конформного отображения [7,8], которое дает следующие выражения для $F(k_i)$:

$$F(k_i) = \frac{K(k_i^*)}{K(k_i)}, \quad (4)$$

где $K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, $k_i^* = \sqrt{1 - k_i^2}$.

При $w \ll h \ll D$ имеем $k_1 = \pi w/h$, $k_2 = w/D$. Для дальнейшего преобразования использовалась аппроксимационная формула [3]

$$F(k_i) = \pi^{-1} \ln \left(2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{k_i^*})}{(1 - \sqrt{k_i^*})} \right) \quad \text{при } 0 \leq k \leq 0.707. \quad (5)$$

Разложив выражение, стоящее под знаком логарифма в (5), в ряд по малому параметру k_i , получим простое

аналитическое выражение для погонной емкости щелевой линии, а затем, используя (1) и (2), выражение для Z_0

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} ((\epsilon_r + 1)/2)^{0.5} \pi \left((\epsilon_r - 1) \times \ln(16h/(\pi w)) + 2 \ln(4D/w) \right)^{-1}. \quad (6)$$

Важно отметить, что использованное приближение справедливо при условии $D < \lambda_0$, где λ_0 — длина волны, распространяющейся в свободном пространстве; при $D \geq \lambda_0$ в формулу (6) следует подставить $D^* = \lambda_0/2$. Значения для волнового сопротивления Z_0 , рассчитанные по формуле (6), и данные [4] в области $w/h > 0.02$ имеют хорошее соответствие (рис. 2, *b*).

Вклад сверхпроводящей пленки

Для ВТСП щелевой линии при получении истинного значения погонных параметров необходимо к L_1 добавить значение кинетической индуктивности $L_1^{(k)}$ на единицу длины и также учесть сопротивление R_1 , возникающее вследствие наличия вещественной составляющей комплексной проводимости сверхпроводящей пленки.

Последовательность поиска потерь в линии передачи следующая: изначально конечная проводимость пленки не учитывается и решается краевая задача, которая в рассматриваемом случае решена в квазистатическом приближении. Затем предполагается, что включение $L_1^{(k)}$ и R_1 не изменяет распределение полей и величину токов. Используя распределение тока, найденное в предположении отсутствия конечной проводимости пленки,

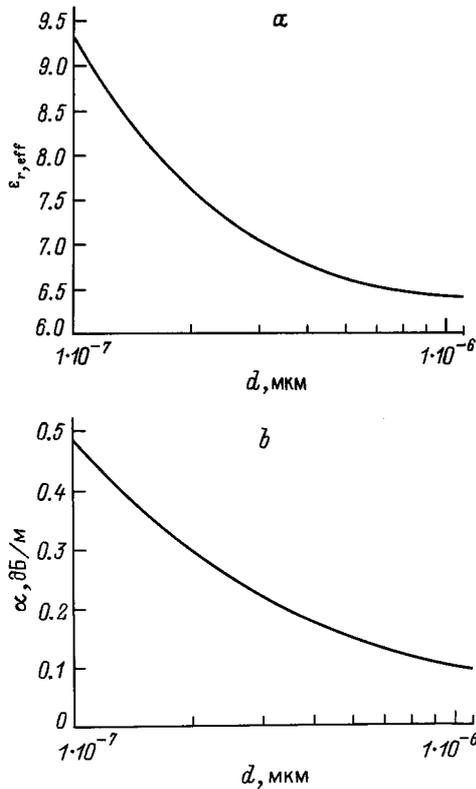


Рис. 3. Зависимость волновых параметров узкой щелевой линии от толщины пленки d при $w = 15$ мкм, $h = 0.6$ мм, $f = 3$ ГГц, $D = 20$ мм, $\varepsilon_r = 9.7$. *a* — зависимость эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{r,\text{eff}}$, найденной по формуле $\varepsilon_{r,\text{eff}} = \varepsilon_r(\beta/\beta_0)$, от толщины пленки d ; *b* — зависимость коэффициента затухания α , найденного из выражения (14), от толщины пленки d .

находятся значения $L_1^{(k)}$ и R_1 , которые, таким образом, определяются поверхностным распределением тока и величиной поверхностного импеданса сверхпроводящей пленки.

Комплексная проводимость сверхпроводника может быть представлена в приближении двухжидкостной модели в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_1 - j\sigma_2. \quad (7)$$

Активная часть (σ_1) возникает вследствие нормальной электронной проводимости и является причиной потерь в линии. Реактивная часть ($j\sigma_2$) возникает вследствие инерции бездиссипативного движения сверхпроводящих носителей. Эта часть проводимости связана с лондоновской глубиной проникновения λ_L

$$\sigma_2 = (\omega\mu_0\lambda_L^2)^{-1}, \quad (8)$$

где ω — угловая частота, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Выражение для $j_s(x)$ было найдено из квазистатического анализа растекания тока в линии передачи с использованием метода конформного отображения [5,6].

Во избежание расходимости интеграла квадрата поверхностной плотности тока вблизи краев пленки было сделано преобразование, описанное в [5]. Полученное распределение имеет вид

$$j_s(x) = \begin{cases} \pm \frac{4}{\pi} \frac{I}{\sqrt{w\lambda_\perp}}, & w/2 \leq |x| \leq w/2 + \lambda_\perp, \\ \pm \frac{I}{x} \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(2x/w)^2 - 1}}, & |x| \geq w/2 + \lambda_\perp, \end{cases} \quad (9)$$

где I — полный ток СВЧ волны, распространяющейся в щелевой линии; $\lambda_\perp = 2\lambda_L^2/d$.

Распределение тока, описанное выражением (9), представлено на рис. 1, *b*. Проводящие полуплоскости щелевой линии имеют почти равные тангенциальные составляющие магнитного поля на обеих поверхностях, однако отличающиеся направлением. Это означает, что магнитное поле, параллельное поверхностям, равно нулю в середине пленки ($y = d/2$; рис. 1, *a*), что в свою очередь эквивалентно магнитной стенке, параллельной оси Ox . Эквивалентный поверхностный импеданс пленки в этом случае можно представить параллельным соединением двух "половинок", каждая из которых имеет поверхностный импеданс, образованный пленкой половинной толщины, что приведет к следующему результату:

$$Z_{s,\text{eff}} = 0.5 \cdot Z_s \coth(j \cdot 0.5d \times \sqrt{-j\omega\mu_0(\sigma_1 - j\sigma_2) + j\omega\varepsilon_0}), \quad (10)$$

где Z_s — волновой импеданс для волны, распространяющейся в материале сверхпроводящей пленки,

$$Z_s = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{\sigma_1 - j\sigma_2}}. \quad (11)$$

Значения $L_1^{(k)}$ и R_1 теперь могут быть найдены

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + j\omega L_1^{(k)} \\ &= Z_{s,\text{eff}} \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |j_s(x)|^2 dx \right) \left(\int_0^{+\infty} j_s(x) dx \right)^{-2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где используются функции распределения поверхностной плотности тока (9).

Вычисление интегралов дает

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{s,\text{eff}} 32 \cdot (\pi^2 w)^{-1} \\ &\times \left(0.5 + \lambda_\perp/w + 0.25 \ln(1 + w/\lambda_\perp) \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Полагая, что L_1 и C_1 известны (2), комплексный параметр распространения можно представить как

$$k_z = \beta - j\alpha = -j\sqrt{j\omega C_1 (R_1 + j\omega(L_1 + L_1^{(k)}))}, \quad (14)$$

где α — постоянная затухания, β — фазовая постоянная с учетом потерь.

Результаты моделирования

На основании формул (6), (14) были рассчитаны волновое сопротивление и постоянная распространения щелевой линии. На рис. 3 представлены соответственно зависимость эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{r,\text{eff}} = \varepsilon_{\text{eff}}(\beta \cdot c/\omega)^2$ и α от толщины $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ пленки d при $T = 78 \text{ K}$ на подложке с $\varepsilon_r = 9.7$.

Из рис. 3 видно, что для малых значений d наблюдается резкое увеличение параметров $\varepsilon_{r,\text{eff}}$ и α . Такой ход зависимостей может быть связан при малых w/h с увеличением значений кинетической индуктивности $L_1^{(k)}$ и сопротивления R_1 и соответственно их вклада в вышеуказанные параметры.

Заключение

Найдены аналитические выражения для расчета волновых параметров в ВТСП щелевой линии. Для расчета кинетической индуктивности и омического сопротивления на единицу длины было использовано квазистатическое распределение тока в щелевой линии. Предложенные формулы удобны для использования при компьютерном проектировании.

Один из авторов (О.Г. Вендик) выражает свою признательность доктору Алексу Брагински за дискуссии, которые привлекли внимание к целесообразности использования узкой щелевой линии при конструировании СВЧ сквида.

Список литературы

- [1] Miklich A.H. et al. // IEEE Trans. on Appl. Supercond. 1993. Vol. 3. N 1. P. 2434–2438.
- [2] Zhang Y., Soltner H., Gottschlich M. // Janresberichte, Institut für Schicht- und Ionentechnik. Forschungszentrum jülich KFA. 1995. P. 89–92.
- [3] Гунта К., Гардж Р., Чадха Р. // Машинное проектирование СВЧ устройств. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1987. 432 с.
- [4] Gupta K.C., Garg R., Bahl I., Bhartia P. // Microstrip Lines and Slotlines. London: Artech House, Inc., 1996.
- [5] Вендик О.Г., Попов А.Ю. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 7. С. 1–9.
- [6] Löfgren L.M., Vendik O.G. // Proc. 23rd EuMC. Madrid, 1993. P. 644–645.
- [7] Лаврик В.И. и др. // Конформные отображения физикотопологических моделей. Киев: Наукова думка, 1990. 265 с.
- [8] Hoffmann R.K. // Handbook of Microwave Integrated Circuits. Norwood: MA–Artech House, 1987.