

01;11

## Расчет пробегов тяжелых ионов низких энергий в аморфной среде

© Е.Г. Шейкин

Научно-исследовательское предприятие гиперзвуковых систем,  
196066 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 21 февраля 1996 г. В окончательной редакции 26 июля 1996 г.)

Исследован диапазон низких энергий, соответствующих значениям приведенной энергии  $\varepsilon \leq 0.1$ . Разработан метод расчета пробегов тяжелых ионов в аморфной среде. Получены аналитические выражения для расчета проективного пробега ионов и среднеквадратичного отклонения проективных пробегов. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом.

Имплантация ионов низких энергий ( $E \leq 100$  keV) в аморфные вещества является важным технологическим процессом, применяемым для создания новых материалов, в частности, в полупроводниковой микроэлектронике. Характеристики материалов зависят от пространственного распределения имплантированных ионов. Наиболее разработанный аналитический метод для расчета пробегов ионов в аморфной среде основывается на уравнении Линхарда–Шарфа–Шиота (см., например, [1,2]). Это уравнение позволяет рассчитать пробеги ионов при заданной энергетической зависимости тормозной способности ионов. Расчеты обычно проводятся с использованием безразмерных переменных. Безразмерная энергия  $\varepsilon$ , в частности, вводится соотношением

$$\varepsilon = E \frac{n_2}{(m_1 + m_2)} \frac{a}{Z_1 Z_2 e^2},$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — соответственно масса иона и атома "мишени";  $Z_1$  и  $Z_2$  — соответственно заряд иона ядра и атома "мишени";  $a = 0.8853 \cdot a_0 / (Z_1^{2/3} + Z_2^{2/3})^{1/2}$ ,  $a_0$  — боровский радиус.

При выводе уравнения Линхарда–Шарфа–Шиота был сделан ряд существенных допущений, ограничивающих диапазон его применимости. Согласно [1], данное уравнение нельзя использовать для расчета пробегов медленных ионов, когда доминирующий вклад в полное сечение упругого торможения.

Цель работы состоит в создании метода для расчета пробегов ионов в аморфной среде при энергиях  $\varepsilon \leq 0.1$ , когда торможение ионов в веществе определяется процессом упругого рассеяния на атомах "мишени". Движение ионов в веществе рассматривается в рамках следующей модели. Ион падает на поверхность раздела сред с энергией  $\varepsilon_0$  под углом к поверхности со значением косинуса направляющего угла  $\mu_0$  (при ортогональном падении  $\mu_0 = 1$ ). При движении в веществе ион теряет энергию в процессе упругих соударений с атомами "мишени", столкновения носят парный характер, между столкновениями ион движется по прямой. Остановка иона в веществе происходит, когда его энергия становится меньше некоторой пороговой величины  $\varepsilon_{\text{пор}}$ .

Столкновения будем рассматривать в модифицированной модели твердых шаров [3], для которой сечение

упругого рассеяния иона на атоме мишени  $\sigma$  считается зависящим от энергии иона  $\varepsilon$ . Изменение же энергии и направления движения иона в процессе упругого рассеяния описывается в рамках модели твердых шаров. В этом случае тормозная способность ионов  $S_n(\varepsilon)$  и среднее значение квадрата потерь энергии при одном столкновении (старгглинг)  $w(\varepsilon)$  определяются через  $\sigma(\varepsilon)$  следующими соотношениями:

$$S_n(\varepsilon) = \frac{\sigma(\varepsilon)}{2\pi a^2} \varepsilon,$$

$$w(\varepsilon) = \frac{\sigma(\varepsilon)}{3\pi a^2} \varepsilon^2. \quad (1)$$

Таким образом, в модифицированной модели твердых шаров, старгглинг  $w(\varepsilon)$  связан с тормозной способностью  $S_n(\varepsilon)$  соотношением  $w(\varepsilon) = (2/3)\varepsilon S_n(\varepsilon)$ . Согласно работе [3], это соотношение вполне удовлетворительно согласуется с результатами численных расчетов для модельных потенциалов взаимодействия при  $\varepsilon < 1$ .

Расчет среднего значения проективного пробега ионов в веществе  $\bar{R}_p$  и среднеквадратичного отклонения проективных пробегов  $\Delta R_p$  будем проводить с помощью аналитического моделирования траектории движения ионов в веществе с последующим ее усреднением, учитывая вероятностный характер процессов рассеяния. Введем следующие обозначения:  $x_k$  — расстояние от поверхности до точки, в которой быстрая частица испытывает  $k$ -е столкновение,  $q_k$  — вероятность того, что после  $k$ -го столкновения ион остановится. В этих терминах получим

$$\bar{R}_p = \sum_{k=1}^{\infty} q_k \bar{x}_k, \quad \bar{R}_p^2 = \sum_{k=1}^{\infty} q_k \bar{x}_k^2,$$

$$\Delta R_p = \sqrt{\bar{R}_p^2 - \bar{R}_p^2}. \quad (2)$$

Для определения величины  $q_k$  необходимо построить функцию распределения по энергиям иона, испытавшего  $k$  столкновений  $F_k(\varepsilon)$ . В рассматриваемой модели энергия иона изменяется только в процессе упругого рассеяния на атомах "мишени". Следовательно, уравнение для функции распределения ионов по энергиям может быть

записано в форме рекуррентных соотношений

$$F_k(\varepsilon) = \int_0^\infty F_{k-1}(\varepsilon') \cdot p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon) d\varepsilon'; \quad k = 1, 2, 3 \dots, \quad (3)$$

где  $p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon)$  определяет вероятность изменения энергии иона при упругом рассеянии от значения  $\varepsilon'$  до значения  $\varepsilon$ . Функция  $p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon)$  нормирована на единицу

$$\int_0^\infty p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon) d\varepsilon = 1.$$

Энергия иона после столкновения  $\varepsilon$  связана с энергией иона до столкновения  $\varepsilon'$  соотношением [4]

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \left( 1 + 2 \frac{m_2}{m_1} \cos \chi + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right) / \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right)^2, \quad (4a)$$

где  $\chi$  — угол рассеяния иона на атоме "мишени" в системе центра масс.

Определим функцию  $p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon)$  для изотропного в системе центра масс рассеяния. В этом случае плотность вероятности рассеяния иона на угол  $\chi$  описывается выражением

$$p(\chi) = \frac{1}{2} \sin \chi, \quad 0 \leq \chi \leq \pi. \quad (4б)$$

Используя выражения (4a), (4б) и закон преобразования случайных величин [5], согласно которому  $p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon) d\varepsilon = p(\chi) d\chi$ , получим

$$p(\varepsilon' \rightarrow \varepsilon) = \begin{cases} Q/\varepsilon', & \alpha\varepsilon' \leq \varepsilon \leq \varepsilon', \\ 0, & \varepsilon > \varepsilon', \quad \varepsilon < \alpha\varepsilon', \end{cases} \quad (5)$$

где  $\alpha = ((m_1 - m_2)/(m_1 + m_2))^2$ ,  $Q = 1/(1 - \alpha)$ .

После подстановки (5) в (3) система рекуррентных соотношений для функции  $F_k(\varepsilon)$  предпринимает следующий вид:

$$F_k(\varepsilon) = Q \int_\varepsilon^{\varepsilon/\alpha} (F_{k-1}(\varepsilon')/\varepsilon') d\varepsilon'. \quad (6)$$

Найдем решение системы уравнений (6) для функции распределения  $F_k(\varepsilon)$  при исходном моноэнергетическом распределении ионов  $F_0(\varepsilon) = \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$ . Продифференцировав соотношение (6) по  $\varepsilon$ , получим

$$\varepsilon \frac{dF_k(\varepsilon)}{d\varepsilon} = A(F_{k-1}(\varepsilon/\alpha) - F_{k-1}(\varepsilon)). \quad (7)$$

Применяя к (7) преобразование Меллина (и используя соотношения из работы [6]), получим

$$W_k(s) = W_{k-1}(s)Q(1 - \alpha^s)/s, \quad (8)$$

где

$$W_k(s) = \int_0^\infty F_k(\varepsilon) \varepsilon^{s-1} d\varepsilon.$$

При  $F_0(\varepsilon) = \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$  имеем  $W_0(s) = \varepsilon_0^{s-1}$ . Таким образом, из рекуррентного соотношения (8) получаем явное выражение для функции  $W_k(s)$

$$W_k(s) = \varepsilon_0^{s-1} Q^k (1 - \alpha^s)^k / s^k. \quad (9)$$

Для нахождения  $F_k(\varepsilon)$  необходимо осуществить обратное преобразование Меллина от функции  $W_k(s)$ . С этой целью представим (9) в виде ряда (используя биномиальное разложение для  $(1 - \alpha^s)^k$ )

$$W_k(s) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q^k}{s^k} \sum_{i=0}^k (-1)^i c_k^i (\alpha^i \varepsilon_0)^s, \quad (10)$$

где

$$c_k^i = \frac{k!}{i!(k-i)!} \quad \text{—}$$

биномиальные коэффициенты.

Применим к (10) обратное преобразование Меллина

$$F_k(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} W_k(s) \varepsilon^{-s} ds.$$

Согласно [6], обратное преобразование Меллина от функции  $b^{-s}W(s)$  соответствует функции  $F(b\varepsilon)$ , что с использованием результатов [6] позволяет для  $F_k(\varepsilon)$  получить из (10) следующее выражение

$$F_k(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q^k}{(k-1)!} \times \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i c_k^i \ln^{k-1}(\alpha^i \varepsilon_0 / \varepsilon) \Theta(\varepsilon / (\alpha^i \varepsilon_0)), \quad (11)$$

где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \quad x < 0. \end{cases}$$

Используем функцию распределения  $F_k(\varepsilon)$  для определения входящих в выражение (2) коэффициентов  $q_k$ , которые определяют вероятность остановки иона после  $k$ -го столкновения. Так как остановка иона происходит при выполнении условия  $\varepsilon < \varepsilon_{thr}$ , то, очевидно, вероятность остановки  $q_k$  может быть представлена в виде

$$q_k = \xi_k - \xi_{k-1}, \quad (12)$$

где

$$\xi_k = \int_0^{\varepsilon_{thr}} F_k(\varepsilon) d\varepsilon.$$

При этом величина  $\xi_k$  определяет вероятность того, что энергия иона, испытывавшего  $k$  столкновений, имеет значение меньше порогового, а величина  $q_k$  определяет вероятность того, что условие  $\varepsilon < \varepsilon_{thr}$  выполняется для иона только после  $k$ -го столкновения.

Проинтегрировав  $F_k(\varepsilon)$ , получим для  $\xi_k$  следующее выражение:

$$\xi_k = Q^k \left[ \sum_{i=0}^N (-1)^i c_k^i \left( \frac{\varepsilon_{\text{thr}}}{\varepsilon_0} \right) \times \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{j!} \ln^j(\alpha^i \varepsilon_0 / \varepsilon_{\text{thr}}) + \sum_{i=N+1}^k (-1)^i c_k^i \alpha^i \right], \quad (13)$$

где  $N$  — целая часть числа  $\ln(\varepsilon_{\text{thr}}/\varepsilon_0)/\ln \alpha$ .

С учетом тождественного соотношения

$$(1 - \alpha)^k = \sum_{i=0}^k (-1)^i c_k^i \alpha^i$$

(см., например, [7]) выражение (13) для  $\xi_k$  упрощается

$$\xi_k = 1 - Q^k \sum_{i=0}^N (-1)^i c_k^i \times \left[ \alpha^i - \frac{\varepsilon_{\text{thr}}}{\varepsilon_0} \sum_{j=0}^{k-1} \frac{1}{j!} \ln^j(\alpha^i \varepsilon_0 / \varepsilon_{\text{thr}}) \right]. \quad (14)$$

Полученные соотношения (12)–(14) определяют значения  $q_k$ , входящие в формулу (2). Для расчета среднего проективного пробега  $\bar{R}_p$  и среднеквадратичного отклонения  $\Delta R_p$  по формуле (2) необходимо определить значение координаты  $x_k$ , при котором ион испытает  $k$ -е столкновение с атомом "мишени", и средние значения  $\bar{x}_k$  и  $\overline{x_k^2}$ . В том случае, когда коэффициент отражения ионов от поверхности "мишени" равен нулю, координата  $k$ -го столкновения иона с атомом "мишени" определяется следующим образом:

$$x_k = \sum_{j=0}^{k-1} \lambda_j \mu_j, \quad (15)$$

где  $\lambda_j$  — расстояние, проходимое ионом между  $j$ - и  $j+1$ -столкновениями;  $\mu_j$  — косинус угла между направлением движения иона после  $j$ -го столкновения и осью  $x$ .

Изменение величины  $\mu_j$  в результате упругого рассеяния описывается соотношениями из [8]

$$\mu_j = \mu_{j-1} \cos \Theta + \sqrt{1 - \mu_{j-1}^2} \sin \Theta \cos \psi,$$

$$\cos \Theta = \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \cos \chi \right) / \sqrt{1 + 2 \frac{m_2}{m_1} \cos \chi + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2}, \quad (16)$$

где  $\Theta$  — угол рассеяния иона в лабораторной системе,  $\psi$  — азимутальный угол рассеяния.

Закон распределения случайной величины  $\mu_j$  определяется угловыми характеристиками рассеяния  $p(\chi)$  и  $p(\psi)$ . Рассматривается изотропное в системе центра масс рассеяние, поэтому  $p(\chi) = \frac{1}{2} \sin \chi$ ,  $0 \leq \chi \leq \pi$ ;

$p(\psi) = 1/(2\pi)$ ,  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ . Длина пробега иона между столкновениями  $\lambda_j$  при зависящем от энергии сечении упругого рассеяния  $\sigma(\varepsilon)$  определяется через функцию распределения ионов по энергиям  $F_j(\varepsilon)$ .

Усредняя соотношение (15), используем результаты работы [9], согласно которой изменения угловых и энергетических характеристик тяжелых быстрых частиц ( $m_1/m_2 \geq 2$ ) при упругом рассеянии можно рассматривать как независимые. В этом приближении получим

$$\bar{x}_k = \sum_{j=0}^{k-1} \bar{\lambda}_j \bar{\mu}_j,$$

$$\overline{x_k^2} = \bar{x}_k^2 + \sum_{j=0}^{k-1} (\bar{\lambda}_j^2 \bar{\mu}_j^2 - \bar{\lambda}_j^2 \bar{\mu}_j^2). \quad (17)$$

Величины  $\bar{\mu}_j$  и  $\overline{\mu_j^2}$ , входящие в [17], определяются с использованием рекуррентного соотношения (16). Усреднение проводится по случайным величинам  $\chi$  и  $\psi$ . После несложных преобразований получаем

$$\bar{\mu}_j = \mu_0 (\overline{\cos \Theta})^j,$$

$$\overline{\mu_j^2} = \frac{1}{3} + (\mu_0^2 - \frac{1}{3}) \left( \frac{3 \overline{\cos^2 \Theta} - 1}{2} \right)^j, \quad (18)$$

где

$$\overline{\cos \Theta} = \int_0^\pi \cos \Theta(\chi) p(\chi) d\chi,$$

$$\overline{\cos^2 \Theta} = \int_0^\pi \cos^2 \Theta(\chi) p(\chi) d\chi.$$

Для  $p(\chi)$  в форме (4б) получаем

$$\overline{\cos \Theta} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2, & m_1 > m_2, \\ \frac{2}{3} \left( \frac{m_1}{m_2} \right), & m_1 \leq m_2, \end{cases}$$

$$\overline{\cos^2 \Theta} = 1 - \frac{1}{4} \left( 1 + \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right)$$

$$+ \frac{1}{16} \left( \frac{m_1}{m_2} \right) \left( 1 - \left( \frac{m_2}{m_1} \right)^2 \right)^2 \ln(1/\alpha).$$

Величины  $\bar{\lambda}_k$  и  $\overline{\lambda_k^2}$ , входящие в (17), определим с учетом вероятностного характера процессов рассеяния следующим образом:

$$\bar{\lambda}_k = \int_0^{\varepsilon_0} F_k(\varepsilon) \int_0^\infty n l \sigma(\varepsilon) \cdot e^{-n\sigma(\varepsilon)l} dl d\varepsilon,$$

$$\overline{\lambda_k^2} = \int_0^{\varepsilon_0} F_k(\varepsilon) \int_0^\infty n l^2 \sigma(\varepsilon) \cdot e^{-n\sigma(\varepsilon)l} dl d\varepsilon, \quad (19)$$

где  $n$  — концентрация атомов "мишени".

Проинтегрировав данные соотношения по пространственной переменной  $l$ , получим:

$$\bar{\lambda}_k = \lambda_0 \int_0^{\varepsilon_0} F_k(\varepsilon) (\sigma_0/\sigma(\varepsilon)) d\varepsilon,$$

$$\overline{\lambda_k^2} = 2\lambda_0^2 \int_0^{\varepsilon_0} F_k(\varepsilon) (\sigma_0/\sigma(\varepsilon))^2 d\varepsilon, \quad (20)$$

где  $\sigma_0 = \sigma(\varepsilon_0)$ ,  $\lambda_0 = 1/(n\sigma_0)$ .

Полагая, что зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  может быть представлена в виде ряда по степеням  $\varepsilon$ , получим выражение для  $\bar{\lambda}_k$  и  $\overline{\lambda_k^2}$  в простейшем случае, когда зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  описывается степенной функцией с произвольным показателем степени  $\sigma(\varepsilon) = \sigma_0(\varepsilon_0/\varepsilon)^\alpha$ . Поставив это выражение в [20], где  $F_k(\varepsilon)$  описывается формулой (11), получим

$$\bar{\lambda}_k = \lambda_0 \gamma^k(\alpha),$$

$$\overline{\lambda_k^2} = 2\lambda_0^2 \gamma^k(2\alpha), \quad (21)$$

где

$$\gamma(\alpha) = (1 - \alpha^{1+\alpha}) / ((1 - \alpha)(1 + \alpha)).$$

Сечение упругого рассеяния  $\sigma(\varepsilon)$  может быть определено с использованием формулы (1) через известные экспериментальные или теоретические зависимости тормозной способности от энергии. В работе [10] предложена удобная аппроксимационная формула для  $S_n(\varepsilon)$ , хорошо согласующаяся с результатами численных расчетов для потенциала взаимодействия в модели Томаса-Ферми при  $\varepsilon \leq 10$ ,

$$S_n(\varepsilon) = \frac{g\sqrt{\varepsilon}}{b + \varepsilon}, \quad (22a)$$

где  $g = 0.45$ ,  $b = 0.3$ .

Из формул (22a) и (1) получим выражение для  $\sigma(\varepsilon)$  в виде

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{2\pi a^2 g}{\sqrt{\varepsilon}(b + \varepsilon)}. \quad (22b)$$

В том случае, когда  $\sigma(\varepsilon)$  описывается формулой (22b), для  $\bar{\lambda}_k$  и  $\overline{\lambda_k^2}$  в соответствии с (20), (21) получаем следующие выражения:

$$\bar{\lambda}_k = \lambda_0 [b\gamma^k(1/2) + \varepsilon_0\gamma^k(3/2)] / (b + \varepsilon_0),$$

$$\overline{\lambda_k^2} = 2\lambda_0^2 [b^2\gamma^k(1) + 2b\varepsilon_0\gamma^k(2) + \varepsilon_0^2\gamma^k(3)] / (b + \varepsilon_0)^2, \quad (23)$$

где

$$\lambda_0 = \sqrt{\varepsilon_0}(b + \varepsilon_0) / (2\pi a^2 n g).$$

Полученные соотношения (2), (12), (14), (17), (18), (23) позволяют рассчитать первые два момента пространственного распределения имплантированных ионов. Величина  $\varepsilon_{thr}$ , входящая в (23), определяется аналогично [3] из условия равенства  $\varepsilon_{max}$  — максимальной передаваемой энергии при упругом столкновении иона с атомом "мишени" и  $\varepsilon_{sh}$  — энергии, которую необходимо

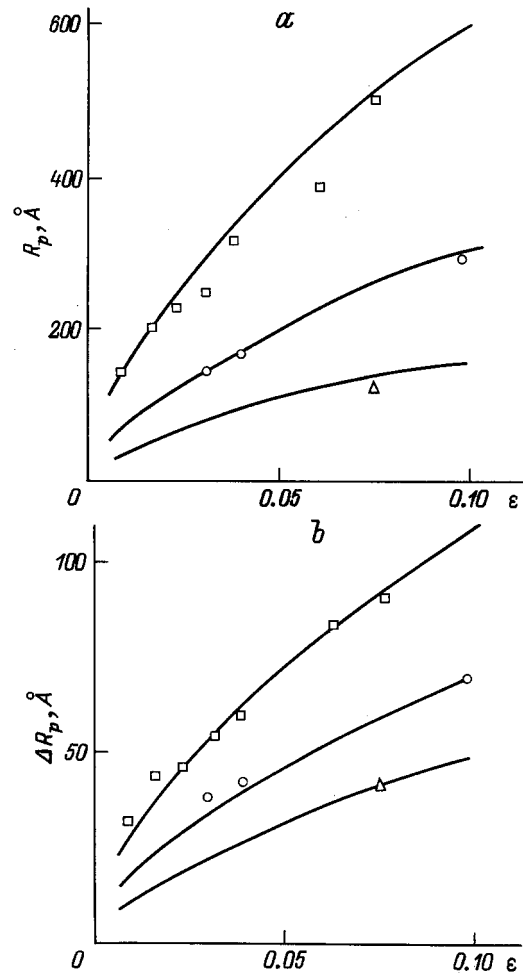
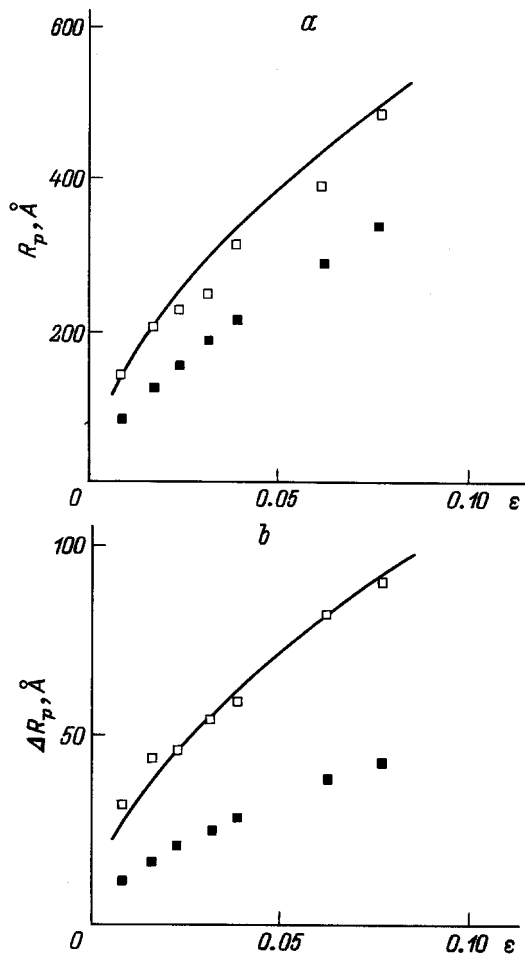


Рис. 1. Энергетические зависимости пробегов ионов в "мишени" из углерода.  $a - \bar{R}_p$ ,  $b - \Delta R_p$ ;  $\square$ ,  $\circ$ ,  $\triangle$  — экспериментальные данные из [11] для ионов Pb, Cs, Kr соответственно; сплошные линии — результаты расчета данной работы.

передать атому "мишени" для того, чтобы сместить его с занимаемого места. Величина  $\varepsilon_{sh}$  рассчитывалась в предположении  $E_{sh} = 25$  eV.

На рис. 1 проводится сравнение рассчитанных значений средних проективных пробегов ионов  $\bar{R}_p$  и среднеквадратичных отклонений  $\Delta R_p$  с экспериментальными результатами работы [11]. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментом. На рис. 2 проводится сопоставление наших расчетов с результатами расчетов методом Монте-Карло по программе TRIM, также приведенных в работе [11]. Видно, что TRIM дает существенно заниженные результаты. В программе TRIM используется жидкостная модель, согласно которой длина пробега иона в веществе постоянна,  $\lambda = n^{-1/3}$ . Процесс упругого рассеяния ионов на атомах мишени описывается в приближении универсального потенциала взаимодействия. Для того чтобы приблизить расчетные результаты к экспериментальным, авторы [11] были вынуждены предположить существенное влияние



**Рис. 2.** Энергетические зависимости пробегов ионов Pb в "мишени" из углерода.  $a$  —  $\bar{R}_p$ ,  $b$  —  $\Delta R_p$ ;  $\square$  — экспериментальные данные [11],  $\blacksquare$  — результаты расчета по программе TRIM [11], сплошные линии — результаты расчета данной работы.

неупругих процессов на характеристики упругого рассеяния. Результаты наших расчетов с использованием простейших моделей согласуются с экспериментом без подгоночных параметров. Возможно, это свидетельствует об алгоритмических погрешностях программы TRIM, которые проявляются при описании движения тяжелых ионов низких энергий в легких материалах.

Перечислим основные результаты работы. Разработан метод расчета пробегов тяжелых ионов низких энергий в аморфной среде. Использование модифицированной модели твердых шаров для описания процесса упругого рассеяния ионов на атомах "мишени" позволило получить аналитические выражения для расчета основных характеристик имплантированных ионов —  $\bar{R}_p$  и  $\Delta R_p$ . Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить благодарность В.В. Кучинскому за ценные советы и замечания при обсуждении полученных результатов.

## Список литературы

- [1] Кумахов М.А., Комаров Ф.Ф. Энергетические потери и пробеги ионов в твердых телах. Минск: изд. БГУ, 1979. 320 с.
- [2] Ashworth D.A., Bowger M.O.J., Owen R. // Nucl. Instr. and Meth. 1995. Vol. B100. N 4. P. 471–482.
- [3] Шейкин Е.Г. // Решение кинетического уравнения для быстрых частиц в аморфной среде. Ч. II. ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 10. С. 63.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1988. 216 с.
- [5] Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 312 с.
- [6] Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 344 с.
- [7] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1978. 832 с.
- [8] Франк-Каменецкий А.Д. Моделирование траекторий нейтронов при расчете реакторов методом Монте-Карло. М.: Атомиздат, 1978. 96 с.
- [9] Шейкин Е.Г. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 10. С. 1–12.
- [10] Юдин В.В. // ДАН СССР. 1972. Т. 207. № 2. С. 325–332.
- [11] Grande P.L., Zawislak F.C., Fink D., Behor M. // Nucl. Instr. and Meth. 1991. Vol. B61. N 3. P. 282–290.