

01;03

Влияние коэффициента испарения на сильную конденсацию одноатомного газа

© И.А. Кузнецова, А.А. Юшканов, Ю.И. Яламов

Московский педагогический университет,
107005 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 18 декабря 1995 г. В окончательной редакции 14 августа 1996 г.)

В рамках кинетической теории рассмотрено влияние коэффициента испарения на процесс сверхзвуковой конденсации одноатомного газа на плоской поверхности. В постановке задачи учитывается возможность существования вблизи поверхности решения типа ударной волны. Определяются области допустимых значений параметров, характеризующих состояние газа за кнудсеновским слоем при различных значениях коэффициента испарения.

В современных технологических процессах при воздействии на материалы мощным источником энергии, например лазерным излучением, часто возникают ситуации, когда происходит интенсивное испарение с нагреваемых участков, сопровождаемое интенсивной конденсацией на охлаждаемых участках [1,2]. Для описания такого рода процессов интенсивной (дозвуковой и сверхзвуковой) конденсации необходимо решение нелинейного уравнения Больцмана в слое Кнудсена, прилегающем к поверхности и имеющем толщину порядка длины свободного пробега молекул газа [3–7]. Внешним по отношению к слою Кнудсена является невязкое течение, описываемое уравнениями Эйлера. Условия на "внешней границе" слоя Кнудсена являются граничными условиями к уравнениям газодинамики. Для получения этих условий и установления связи между параметрами конденсированной и газовой фазы необходимо решение кинетической задачи в самом кнудсеновском слое.

Параметры процессов испарения и конденсации различных веществ существенным образом зависят от коэффициента испарения α и аккомодации энергии q . Известно, что для воды и ряда других веществ коэффициент аккомодации q равен единице. Значение коэффициента α для металлов близко к единице, в то же время для жидкостей величина α может меняться в широких пределах. Так, например, для воды экспериментальные данные, полученные различными методами, дают значения α , отличающиеся на два порядка [8]. Анализ этих данных, выполненный в [8], позволяет сделать вывод, что малые значения α ($\alpha \ll 1$), вероятнее всего, являются следствием экспериментальных ошибок. В [9] определяется диапазон значений α для дистиллированной воды при температуре поверхности $T_s = 20^\circ\text{C}$: $0.3 \leq \alpha \leq 1$. Как видно, α может меняться в широких пределах, поэтому для постановки соответствующих экспериментов представляет интерес исследование влияния коэффициента испарения α на параметры процессов при различных режимах испарения и конденсации газа.

В настоящей работе проводится исследование влияния коэффициента испарения α на параметры сверхзвуковой конденсации простого газа на плоской поверхности.

Задача о сильной конденсации одноатомного газа на плоской поверхности рассматривалась в ряде работ [3–7].

Известно, что процесс конденсации в отличие от испарения описывается большим числом параметров [3,4]. В постановке задачи параметры поверхности будем считать заданными: температура поверхности T_s , концентрация насыщенного пара материала поверхности n_s , коэффициент испарения α . В граничное условие на внешней границе слоя Кнудсена входят три параметра: T — температура, n — концентрация и M — число Маха набегающего потока. При решении уравнения Больцмана в кнудсеновском слое в случае сильного испарения из этих трех параметров можно задавать только один, при этом предельная скорость испарения соответствует числу Маха M , равному единице [10]. В случае конденсации газ может натекать на стенку как с дозвуковой скоростью ($M < 1$), так и со сверхзвуковой ($M > 1$). В [3,4] показано, что при $M < 1$ из трех параметров T , n и M , определяющих внешнее эйлеровское течение, любые два можно задавать произвольно, т.е. в кнудсеновском слое должна существовать одна функциональная связь $F(T_s, n_s, \alpha, T, n, M) = 0$, которую требуется установить. При $M > 1$ на бесконечности можно задавать все три параметра T , n , M . Из вышесказанного, конечно, не следует, что при произвольно заданных значениях этих параметров уравнение Больцмана имеет стационарное решение. Как отмечается в работе [3], в настоящее время о существовании решений можно судить лишь на основе их конкретного построения.

Режим сверхзвуковой конденсации допускает существование ударной волны перед поверхностью конденсации, переводящей сверхзвуковой поток в дозвуковой. Отметим, что в случае дозвуковой конденсации это не так и решения с выделенной ударной волной не существует. Положение центра ударной волны — это дополнительный параметр, который и обуславливает преобразование поверхности допустимых параметров при дозвуковой конденсации в некоторую область параметров при сверхзвуковой конденсации.

Для режима дозвуковой конденсации в [6,7] методом моментов построена поверхность $F(T_s, n_s, T, n, M) = 0$

в пространстве T, n, M . Аналогично и для сверхзвуковой конденсации в [5] построена поверхность $F(T_s, n_s, T, n, M) = 0$. Однако, как отмечено выше, область существования возможных решений должна представлять собой подпространство в пространстве T, n и M . Справедливость этого утверждения подтверждают расчеты, выполненные в работе [3] методом прямого статистического моделирования Монте-Карло.

Таким образом, вопрос о границах подпространства, в котором существует решение, соответствующее режиму сверхзвуковой конденсации, до сих пор остается открытым и требует специального исследования.

Будем рассматривать случай установившегося одномерного течения простого газа. Ось x направлена по нормали к поверхности в сторону газа. При изучении процессов интенсивного испарения хорошо зарекомендовал себя метод Анисимова–Найта [11,12]. Согласно этому методу, функция распределения на границе раздела фаз выбирается в виде

$$x = 0; \quad f(\mathbf{v}) = \begin{cases} f^+ = f_s, & v_x > 0, \\ f^- = \beta f_w, & v_x < 0, \end{cases}$$

$$f_s(\mathbf{v}) = n_s \left(\frac{m}{2\pi k T_s} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m v^2}{2k T_s} \right\},$$

$$f_w(\mathbf{v}) = n \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u})^2}{2k T} \right\}, \quad (1)$$

где f_w — функция распределения, соответствующая равновесному состоянию газа за пределами слоя Кнудсена со средней скоростью потока \mathbf{u} ; k — постоянная Больцмана; m — масса молекулы; β — коэффициент пропорциональности, для которого существует единственное ограничение $\beta > 0$.

В (1) выражение для функции распределения при $v_x > 0$ учитывает тот факт, что молекулы, испущенные поверхностью, имеют максвелловское распределение с температурой, равной температуре поверхности. При этом коэффициенты испарения и аккомодации молекул для простоты полагаются равными единице [11,12]. Функция распределения падающих молекул f^- ($v_x < 0$) учитывает частицы, рассеянные назад к поверхности из-за предела кнудсеновского слоя и принимается пропорциональной функции распределения f_w [11,12].

В задаче о конденсации естественное обобщение этого метода заключается в добавлении к функции распределения падающих молекул f^- функции распределения с параметрами поверхности (т.е. f_s), тем самым производятся учет молекул, испущенных поверхностью и отраженных обратно к поверхности в результате межмолекулярных столкновений в кнудсеновском слое. Кроме того, при коэффициенте испарения α , отличным от единицы ($0 < \alpha \leq 1$), поток молекул, летящих от поверхности ($v_x > 0$), должен состоять из собственно испарившихся молекул с функцией распределения αf_s и потока диффузно-отраженных молекул с функцией

распределения $(1 - \alpha)f'$. Здесь f' — максвелловская функция с концентрацией диффузно-отраженных частиц n' и температурой, равной температуре поверхности T_s . Величина n' должна определяться из условия непроницаемости стенки. Исходя из сказанного, функция распределения на границе раздела фаз будет иметь следующий вид:

$$x = 0; \quad f(\mathbf{v}) = \begin{cases} f^+ = \alpha f_s + (1 - \alpha)f', & v_x > 0, \\ f^- = \beta f_w + \xi f_s, & v_x < 0, \end{cases} \quad (2)$$

где ξ — коэффициент пропорциональности ($\xi > 0$).

В случае дозвуковой конденсации функция распределения f_w соответствует равновесному потоку вне слоя Кнудсена. Следует отметить, что в этом случае ($M < 1$) выражение (2) возникает также как непосредственное обобщение моментного метода [13] и подробно рассматривается в отдельной работе.

В режиме сверхзвуковой конденсации необходимо учитывать, как говорилось ранее, возможность появления ударной волны. При этом функция f_w должна интерпретироваться как функция распределения, описывающая структуру ударной волны в газе. Согласно методу Мотт–Смита [14], такая функция распределения имеет следующий вид:

$$f_w(x, \mathbf{v}) = \sum_{i=1}^2 a_i(x) \left(\frac{m}{2\pi k T_i} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{u}_i)^2}{2k T_i} \right\}. \quad (3)$$

В задаче об ударной волне величины с индексом $i = 1$ соответствуют параметрам газа перед ударной волной (сверхзвуковой поток), а величины с индексом $i = 2$ — за ударной волной (дозвуковой поток). В данном случае параметры с индексом $i = 1$ будут описывать состояние газа за кнудсеновским слоем: n_1 — концентрация, T_1 — температура, \mathbf{u}_1 — средняя скорость газа ($u_1 < 0$), а величины с индексом $i = 2$ носят вспомогательный характер и описывают состояние газа в самом слое Кнудсена.

Коэффициенты $a_1(x)$ и $a_2(x)$ должны удовлетворять граничным условиям на бесконечности

$$x \rightarrow \infty: \quad a_1(x) = n_1, \quad a_2(x) = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения Больцмана для функции $f_w(x, \mathbf{v})$ получается аналогично решению Мотт–Смита задачи об ударной волне [14]. В случае максвелловских молекул оно имеет следующий вид:

$$a_1(x) = -\frac{n_1}{1 + A_0 \exp(Lx)} + n_1, \quad (5)$$

$$a_2(x) = \frac{n_2}{1 + A_0 \exp(Lx)}, \quad (6)$$

где

$$L = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{6}{5} \frac{(M_1^2 - 1)(5M_1^2 - 1)}{(5M_1^2 + 3)}} \frac{M_2}{M_1^2} \lambda^{-1},$$

$$\lambda = \frac{4}{15} \frac{\sqrt{kT_2}}{An_2\sqrt{4\pi K}}$$

Здесь A_0 — постоянная интегрирования; λ — длина свободного пробега молекул за кнудсеновским слоем; A и K — константы, характеризующие взаимодействие между молекулами [15]. При $A_0 > 0$ решение (5), (6) описывает ударную волну. Оно существует при всех значениях x . В то же время в случае конденсации решение ищется только в полупространстве $x > 0$. Таким образом, достаточно потребовать, чтобы выражения (5) и (6) были аналитичны при $x > 0$ (в нефизической области $x < 0$ в отличие от случая ударной волны решение может иметь особенности). Последнее условие является менее жестким и дает еще один интервал допустимых значений постоянной интегрирования $A_0 < -1$.

Для параметров, входящих в коэффициенты $a_1(x)$ и $a_2(x)$, должны выполняться известные условия связи Гюгонио-Рэнкина, являющиеся следствием баланса потоков массы, импульса и энергии в областях до и после ударной волны [15]

$$n_1 = n_2 \frac{4M_2^2}{M_2^2 + 3}, \quad M_1 = \sqrt{\frac{M_2^2 + 3}{5M_2^2 - 1}},$$

$$T_1 = T_2 \frac{(M_2^2 + 3)(5M_2^2 - 1)}{16M_2^2}. \quad (7)$$

Независимыми величинами, входящими в коэффициенты $a_1(x)$ и $a_2(x)$, теперь являются три параметра: T_1 , n_1 , M_1 . Таким образом, решение задачи сводится к определению области существования решения (5), (6) с учетом аппроксимации (2), т. е. к выделению некоего подпространства в пространстве параметров T_1/T_s , n_1/n_s , M_1 , α .

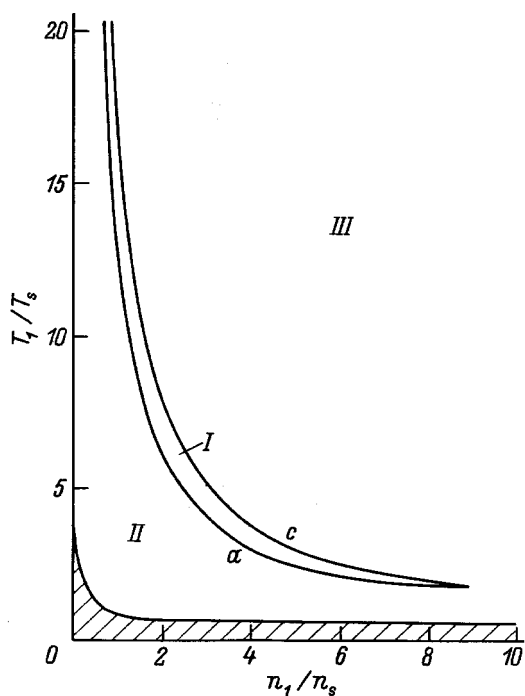


Рис. 1.

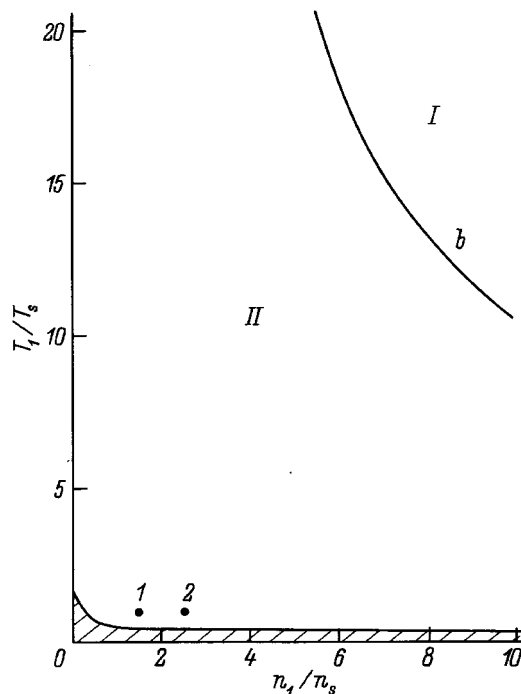


Рис. 2.

На границе раздела фаз ($x = 0$) должны выполняться условия сохранения потоков массы, импульса и энергии

$$\int v_x f \, dv = n_1 u_1,$$

$$\int v_x^2 f \, dv = n_1 (u_1^2 + kT_1/m),$$

$$\int v_x v^2 f \, dv = n_1 u_1 (5kT_1/2m + u_1^2/2). \quad (8)$$

После интегрирования (8) эти условия принимают вид

$$1 = \frac{\beta}{1 + A_0} (A_0 F_1 + F_2) + L_1 (Q - \xi),$$

$$1 = \frac{\beta}{1 + A_0} (A_0 K_1 + K_2) + L_2 (Q + \xi),$$

$$1 = \frac{\beta}{1 + A_0} (A_0 M_1 + M_2) + L_3 (Q - \xi), \quad (9)$$

где

$$L_1 = \frac{n_s}{n_1} \sqrt{\frac{T_s}{T_1}} \frac{1}{2\sqrt{\pi} z_1}, \quad L_2 = \frac{n_s}{n_1} \frac{T_s}{T_1} \frac{1}{2(2z_1^2 + 1)},$$

$$L_3 = \frac{n_s}{n_1} \left(\frac{T_s}{T_1}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{z_1(z_1^2 + 5/2)},$$

$$F_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(z_i) - \frac{\exp(-z_i^2)}{\sqrt{\pi} z_i},$$

$$K_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(z_i) - \frac{z_i \exp(-z_i^2)}{2\sqrt{\pi}(z_i^2 + 1/2)},$$

$$W_i = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(z_i) - \frac{z_i^2 + 2}{2\sqrt{\pi} z_i^2 (5/2 + z_i)} \exp(-z_i^2),$$

$$Q = 1 + (\alpha - 1)/L_1 \alpha, \quad z_i = \sqrt{\frac{5}{6}} M_i, \quad (10)$$

где

$$\operatorname{erfc}(z_i) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{z_i}^{\infty} \exp(-m^2) dm$$

дополнительный интеграл вероятности; $i = 1, 2$.

Система (9) представляет собой систему из трех нелинейных алгебраических уравнений с тремя неизвестными A_0 , ξ , β . После несложных преобразований получим выражения для определения коэффициентов ξ и β

$$\xi = Q + \frac{(W_2 - F_2) + A_0(W_1 - F_1)}{L_1 W_2 - L_3 F_2 + A_0(L_1 W_1 - L_3 F_1)},$$

$$\beta = (1 + A_0) \frac{1 - L_2(Q + \xi)}{A_0 K_1 + K_2}. \quad (11)$$

Постоянная интегрирования A_0 находится из решения квадратного уравнения

$$\begin{aligned} & \left[L_1 P_1 K_1 - K_1 S_1 + F_1(S_1 - 2QL_2 S_1 + L_2 P_1) \right] A_0^2 \\ & + \left[(S_2 - 2QL_2 S_2 + L_2 P_2) F_1 + (S_1 - 2QL_2 S_1 + L_2 P_1) F_2 \right. \\ & \left. + L_1(P_1 K_2 + P_2 K_1) - K_1 S_2 - K_2 S_1 \right] A_0 \\ & + (S_2 - 2QL_2 S_2 + L_2 P_2) F_2 - K_2 S_2 + L_1 P_2 K_2 = 0, \quad (12) \end{aligned}$$

$$P_i = W_i - F_i; \quad S_i = L_1 W_i - L_3 F_i; \quad i = 1, 2.$$

Как видно из (12), A_0 является функцией четырех независимых параметров: $A_0 = A_0(\alpha, T_1/T_s, n_1/n_s, M_1)$. Выше отмечалось, что постоянная интегрирования может принимать следующие значения: $A_0 > 0$ и $A_0 < -1$.

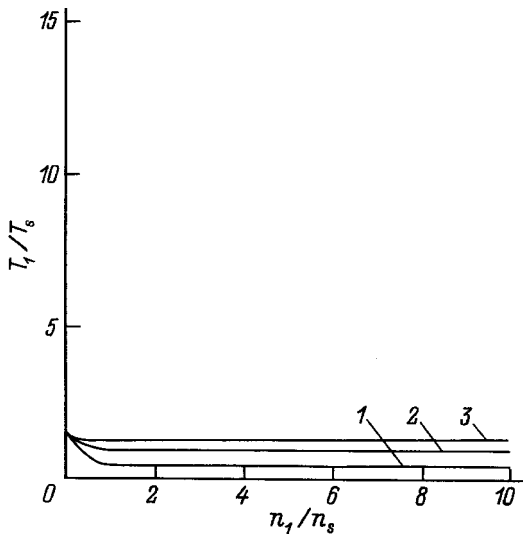


Рис. 3.

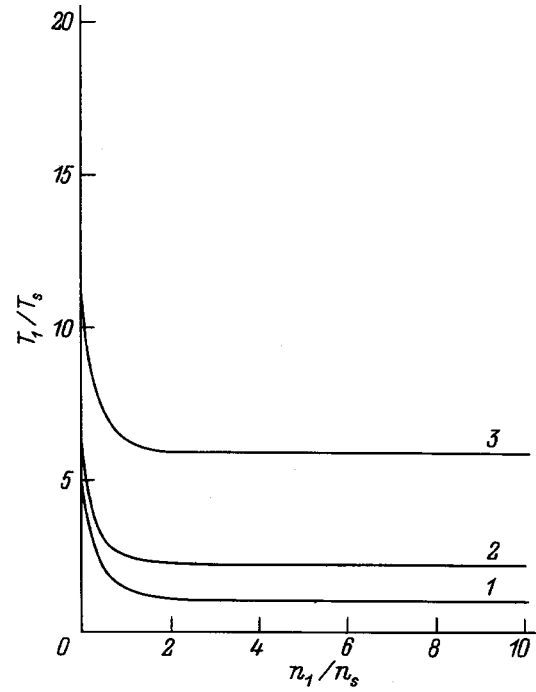


Рис. 4.

Кроме того, по физическому смыслу концентрация молекул, летящих к поверхности, должна быть положительной. Эти условия вместе с условиями положительности коэффициентов ξ и β определяют области допустимых значений параметров T_1/T_s , n_1/n_s и M_1 , т.е. при каждом заданном значении коэффициента испарения α выделяют те подпространства в пространстве T_1/T_s , n_1/n_s и M_1 , где существует решение уравнения Больцмана (5), (6).

На рис. 1, 2 показаны области существования решения уравнения Больцмана (обозначены римскими цифрами I–III) для двух различных значений числа Маха M_1 в случае $\alpha = 1$: $M_1 = 1.1$ (рис. 1), 1.65 (рис. 2). В заштрихованных областях решение отсутствует. Анализ выражения (12) показывает, что решение с ударной волной ($A_0 > 0$) при $M_1 = 1.1$ реализуется в области параметров I, ограниченной кривыми a и c. С ростом числа Маха ($M_1 \geq 1.3$) данная область решения исчезает, при этом возникает другая область существования решения с ударной волной (на рис. 2 она также обозначена цифрой I), ограниченная только снизу кривой b. При дальнейшем увеличении числа Маха кривая b смещается в область больших значений параметров T_1/T_s и n_1/n_s .

Решение с $A_0 < -1$, назовем его квазиударной волной, при малых ($M_1 \leq 1.1$) и больших ($M_1 \geq 1.5$) значениях числа Маха имеет ограничения лишь в области малых перепадов температуры T_1/T_s (рис. 1, 2). При промежуточных числах Маха структура области существования с квазиударной волной усложняется. В области III (рис. 1 и 2) одновременно могут существовать два различных решения с квазиударной волной.

На рис. 3 и 4 построены кривые I–3, ограничивающие области существования решения с квазиударной волной

для различных значений коэффициента испарения α : кривая 1 — 0.8, кривая 2 — 0.6, кривая 3 — 0.4. Числа Маха соответствуют выбранным на рис. 1 и 2: $M_1 = 1.1$ (рис. 3), 1.65 (рис. 4). При этом допустимые значения параметров T_1/T_s и n_1/n_s при каждом α лежат выше кривых 1–3.

Следует отметить, что построенные на рис. 1 и 2 области существования решения с ударной волной (обозначены римской цифрой 1) с уменьшением коэффициента испарения α смещаются в область больших значений параметров T_1/T_s и n_1/n_s . На рис. 3 и 4 они не показаны, так как уже при $\alpha = 0.8$ выходят за пределы рассматриваемого диапазона значений T_1/T_s и n_1/n_s .

Из рис. 3 и 4 видно, что границы области существования решения с квазиударной волной с уменьшением значения α сдвигаются в сторону больших значений T_1/T_s и n_1/n_s , тем самым увеличивается размер области, где решение отсутствует. Такое смещение границ выражено тем сильнее, чем ближе значение M_1 к единице. Так, кривые 1 и 3 на рис. 3 дают ограничения в области значительно больших перепадов температуры T_1/T_s , чем кривые 2 и 3, построенные на рис. 4 для тех же значений α .

В заключение отметим, что результаты численных расчетов [3], выполненные для трех различных точек при коэффициенте испарения $\alpha = 1$: 1 — $M_1 = 1.65$, $T_1/T_s = 1.02$, $P_1/P_s = 1.493$, 2 — $M_1 = 1.65$, $T_1/T_s = 1.02$, $P_1/P_s = 2.5$; 3 — $M_1 = 2.5$, $T_1/T_s = 1.02$, $P_1/P_s = 1.493$, где $P_1 = n_1 k T_1$, $P_s = n_s k T_s$ попадают в интервалы допустимых значений параметров (точки 1 и 2 обозначены на рис. 2). Представляет интерес выполнение численных расчетов в случае $\alpha \neq 1$ в области параметров, где по нашим данным решение отсутствует. В случае $\alpha = 0.8$ и $M_1 = 1.65$ эта область для $P_1/P_s = 2.5$ соответствует значениям $T_1/T_s < 0.48$, для $P_1/P_s = 1.493$ — значениям $T_1/T_s < 0.50$; в случае $\alpha = 0.6$ и $M_1 = 1.65$ для $P_1/P_s = 2.5$ — значениям $T_1/T_s < 0.97$, для $P_1/P_s = 1.493$ — значениям $T_1/T_s < 1.02$; в случае $\alpha = 0.4$ и $M_1 = 1.65$ для $P_1/P_s = 2.5$ и $P_1/P_s = 1.493$ — значениям $T_1/T_s < 1.30$.

Список литературы

- [1] Анисимов С.И., Имас Я.И., Ромонов Г., Ходыко Ю.В. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970. 272 с.
- [2] Реди Дж. Действие мощного лазерного излучения. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 471 с.
- [3] Абрамов А.А., Коган М.Н. // ДАН СССР. 1984. Т. 278. № 5. С. 1978–1081.
- [4] Абрамов А.А., Коган М.Н. // МЖГ. 1989, № 1. С. 165–169.
- [5] Hatakeyama M., Oguchi H. // Rarefied Gas Dynamics. New York, 1981. Vol. 2. P. 321–327.
- [6] Ytrehus T., Alvestad J. // Rarefied Gas Dynamics. New York, 1981. Vol. 1. P. 330–345.
- [7] Hatakeyama M., Oguchi H. // Rarefied Gas Dynamics. Paris, 1979. Vol. 2. P. 1293–1303.
- [8] Неизвестный А.И. Результаты экспериментального определения коэффициента конденсации воды. Обзор. Обнинск: Изд-во ВНИИГМИ МЦД, 1976. 50 с.
- [9] Хирс Д., Паунд Г. Испарение и конденсация. М.: Металлургия, 1966. 196 с.
- [10] Кузнецова И.А., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. // ТВТ. 1992. Т. 30. № 2. С. 345–350.
- [11] Анисимов С.И. // ЖЭТФ. 1968. Т. 1. Вып. 1. С. 339–342.
- [12] Найт Ч.Дж. // Ракетная техника и космонавтика. 1979. № 5. С. 81–86.
- [13] Ytrehus T. // Rarefied Gas Dynamics. 1977. Vol. 2. P. 1197–1212.
- [14] Мотт-Смит Г. // Механика. 1953. № 1. С. 72–85.
- [15] Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Кинетическая теория. М.: Наука, 1967. 440 с.