

01;05;06

Квазистатическое неоднородное электрическое поле в слабопроводящей анизотропной среде

© Б.В. Крылов, В.Е. Лепарский

Институт физики им. Б.И. Степанова АН Белоруссии,
220602 Минск, Белоруссия

(Поступило в Редакцию 7 марта 1996 г.)

Рассчитана зависимость распределения напряженности неоднородного электрического поля в квадрупольном электрооптическом дефлекторе, свойства среды которого одновременно описываются непропорциональными друг другу тензорами диэлектрической проницаемости и проводимости, от фазы переменного управляющего напряжения. Показано, что возникающий в таком случае объемный электрический заряд сдвинут по фазе относительно управляющего напряжения. Результаты вычислений сравниваются с экспериментальными данными.

В процессе исследования электрооптических устройств, управляющих параметрами светового пучка, основанных на использовании анизотропных свойств кристалла, помещенного в неоднородное электрическое поле, неизбежно приходится сталкиваться с двумя проблемами. Одну из них можно сформулировать как несоответствие между реальной анизотропией кристалла и заложенной при расчете в форму электродов. Сюда же относятся нарушения размеров и формы электродных поверхностей, погрешности изготовления и другие отклонения параметров реального устройства от их расчетных значений.

Вторая проблема связана с влиянием проводимости кристаллов на формирование квазистатического электрического поля в слабопроводящих анизотропных средах, свойства которых одновременно определяются диэлектрической проницаемостью ε и электропроводностью σ , имеющими тензорный характер. Как показано в [1], в таких средах под действием неоднородного электрического поля появляется объемный электрический заряд, который существенным образом меняет характер распределения электрического поля. Исследованию этой проблемы в условиях переменного электрического поля был посвящен ряд работ [2,3], в которых для объяснения зависимости конфигурации электрического поля от времени привлекалась нелинейность системы, которую, по мнению авторов, образуют линейный кристалл вместе с электродами, формирующими в нем неоднородное поле. При этом предполагалось, что существует такая фаза управляющего напряжения, при которой плотность объемного заряда и его производная по времени принимают постоянные значения по всему объему кристалла. Однако в этих работах сопоставление экспериментальных и теоретических данных проводилось только для одной фазы управляющего напряжения, что явно недостаточно для полного описания происходящих в такой системе процессов.

Поскольку найти точное аналитическое решение задачи пока не удается, то приходится искать методы приближенного решения, один из которых используется в этой

работе для описания квазистатического электрического поля в квадрупольном электрооптическом дефлекторе.

Как отмечалось в [1], распределение потенциала φ квазистатического электрического поля в слабопроводящей среде, свойства которой одновременно характеризуются тензорами проводимости σ и диэлектрической проницаемости ε , описывается уравнением

$$\Delta_\varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \Delta_\sigma \varphi = 0, \quad (1)$$

где

$$\Delta_\varepsilon = \varepsilon_{x'} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \varepsilon_z \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \Delta_\sigma = \sigma_{x'} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \sigma_z \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad (2)$$

$\varepsilon_{x'}$, ε_z , $\sigma_{x'}$, σ_z — главные значения соответствующих тензоров, одновременно приводимых к диагональному виду.

Пользуясь тем, что (1) линейно, а в граничных условиях предполагается гармоническая зависимость от времени, будем искать решение уравнения (1) в виде

$$\varphi = \Phi \exp(i\omega t), \quad (3)$$

где Φ — комплексная функция координат, имея в виду, что физический смысл имеет действительная часть (3). Подставив (3) в (1), получим следующее уравнение для Φ :

$$(\Delta_\sigma + i\omega \Delta_\varepsilon) \Phi = 0. \quad (4)$$

Будем решать задачу в координатной плоскости x, z , поскольку неоднородные поля в рассматриваемых электрооптических устройствах (дефлекторах и линзах) цилиндрические. Тогда на основании (3) получим

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad (5)$$

где

$$\beta = \frac{\sigma_z + i\omega \varepsilon_z}{\sigma_x + i\omega \varepsilon_x}, \quad (6)$$

а оси x и z совпадают с главными осями X' и Z тензоров диэлектрической проницаемости и проводимости во внешнем электрическом поле.

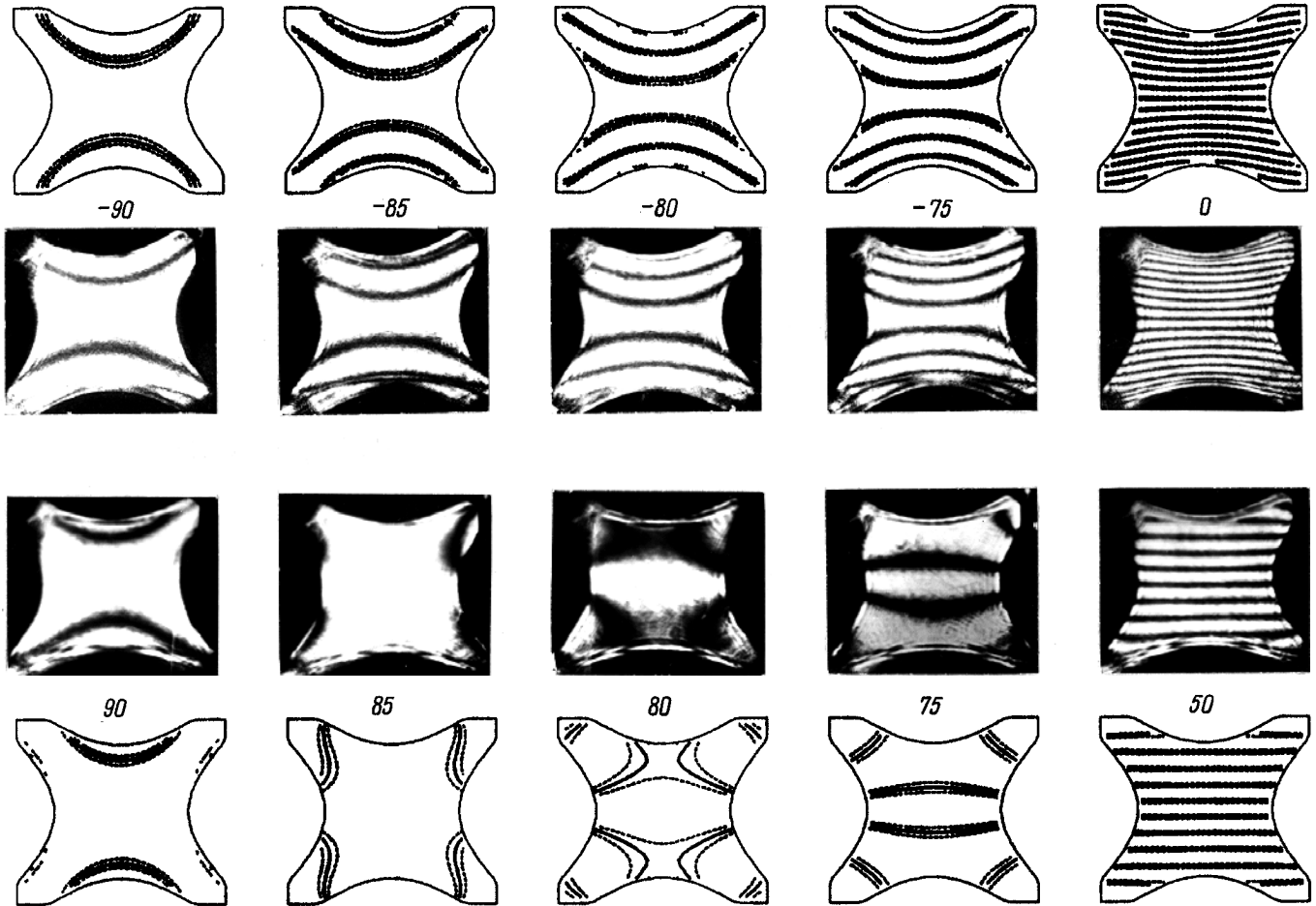


Рис. 1. Экспериментальные и теоретические интерферограммы z -составляющей напряженности квазистатического электрического поля в квадрупольном дефлекторе для различных фаз управляющего напряжения.

Это уравнение имеет вид уравнения Лапласа [3], коэффициенты которого комплексны.

Запишем (5) в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -\beta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}. \quad (7)$$

Подставив (7) в уравнение $\operatorname{div} D = \rho$, учитывая при этом, что $D = \varepsilon E$ и $E = -\operatorname{grad} \Phi$, получим

$$\rho = \frac{\sigma_x \varepsilon_z - \sigma_z \varepsilon_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \omega^2 \varepsilon_x^2}} \exp \left[-i \operatorname{arctg} \frac{\omega \varepsilon_x}{\sigma_x} \right] \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}. \quad (8)$$

Здесь следует отметить следующее. Как правило, изменение показателя преломления в электрооптических устройствах определяется только одной из составляющих электрического поля, например E_z . Вызванное воздействием этой компоненты изменение показателя преломления электрооптического материала, распределение которого регистрируется на интерферограмме [4] в ходе эксперимента, пропорционально E_z , поэтому полосы интерферограммы можно интерпретировать как линии одинаковой величины этой компоненты электрического поля. Путем обработки интерферограмм [5] можно

найти составляющую градиента показателя преломления $\nabla_z n$ кристалла, которая пропорциональна величине $\partial E_z / \partial z = \partial^2 \Phi / \partial z^2$ с точностью до постоянного множителя. В случае комплексного $\Phi E_z = \partial \Phi / \partial z$ и $\nabla_z n = \partial^2 \Phi / \partial z^2$ также будут комплексными, действительные части которых определяются в ходе эксперимента.

Из (8) следует, что в случае квазистатического электрического поля в слабопроводящей анизотропной среде объемная плотность заряда пропорциональна градиенту показателя преломления $\partial^2 \Phi / \partial z^2$. Поскольку это комплексная величина, зависящая от координат, то, представив ее в виде $\partial^2 \Phi / \partial z^2 = a_1(x, z) + ia_2(x, z)$, получим

$$\rho = A B e^{-i \operatorname{arctg} \psi}, \quad (9)$$

где

$$a = \frac{\sigma_x \varepsilon_z - \sigma_z \varepsilon_x}{\sqrt{\sigma_x^2 + \omega^2 \varepsilon_x^2}}, \quad B = \sqrt{a_1^2(x, z) + a_2^2(x, z)}, \quad (10)$$

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{\omega \varepsilon_x}{\sigma_x} + \operatorname{arctg} \frac{a_2(x, z)}{a_1(x, z)}. \quad (11)$$

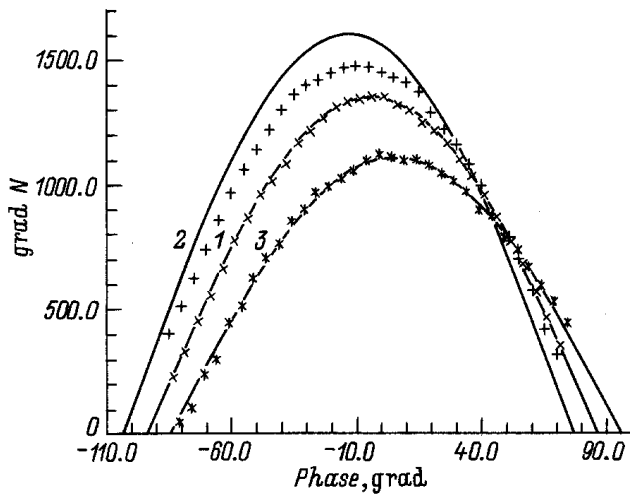


Рис. 2. Зависимость градиента показателя преломления в квадрупольном дефлекторе от фазы управляющего напряжения.

Как следует из (9), при наличии в граничных условиях гармонической зависимости от времени изменение объемного заряда ρ сдвинуто по фазе на величину ψ относительно управляющего напряжения. Тогда результирующее поле является суперпозицией двух полей: поля, создаваемого потенциалом электродов, и поля заряда, сдвинутых по фазе относительно друг друга, причем этот сдвиг зависит от координат и для разных точек поперечного сечения устройства имеет различную величину.

Из (11) следует, что сдвиг заряда по фазе относительно потенциала электродов складывается из одинакового для всех точек поперечного сечения сдвига ψ_1 , определяемого константами электрооптического материала и зависящего от координат сдвига ψ_2 , различного для разных точек апертуры. Этот сдвиг можно рассматривать как расфазировку (различие фаз для разных точек) заряда в плоскости поперечного сечения устройства. Поскольку в А и ψ_1 входят только константы кристалла, то, зная $\partial^2\Phi/\partial z^2$, можно найти распределение заряда в плоскости поперечного сечения электрооптического устройства и его сдвиги по фазе относительно потенциала электродов для любых произвольных точек апертуры. Однако, как уже отмечалось, найти точное аналитическое решение уравнения (4) и на его основе определить $\partial^2\Phi/\partial z^2$ пока не удастся, поэтому воспользуемся его приближенным решением для квадрупольного электрооптического дефлектора, описанным в [6].

На основании этого решения прежде всего рассчитываются величины, которые можно определить экспериментально. Это, как уже отмечалось, распределение z -компоненты электрического поля и величина градиента показателя преломления. Поскольку в ходе эксперимента распределение z -компоненты электрического поля регистрируется в виде интерферограмм, то результаты вычислений для удобства сравнения лучше всего пред-

ставить в таком же виде, т. е. теоретически рассчитанных интерферограмм. Так, на рис. 1 представлена серия экспериментальных и соответствующих им теоретических интерферограмм z -составляющей электрического поля в выполненном из кристалла КДР квадрупольном электрооптическом дефлекторе, электроды которого изготовлены в виде цилиндрических поверхностей, направляющими которых служат две пары сопряженных гипербол [7],

$$z^2 - \alpha x^2 = \begin{cases} R_z^2, \\ -\alpha R_x^2, \end{cases} \quad (12)$$

где R_z и R_x — расстояния от начала координат до вершин гипербол; $\alpha = \text{tg}^2 \vartheta$, где ϑ — угол наклона асимптот гипербол к оси X .

Дефлектор изготовлен с $\alpha = 0.79$, $R_z=R_x=1.75$ мм. Интерферограммы получены при нагревании кристалла до температуры 51.8°C и управляющем переменном напряжении 3.3 кВ с частотой 50 Нз. В верхнем и нижнем рядах представлены теоретические интерферограммы, на которых сплошными линиями показаны центры темных полос, пунктир — границы темных полос. В средних рядах представлены экспериментальные данные. На рисунке также указаны фазы (в градусах) управляющего напряжения, которым соответствуют представленные интерферограммы.

Как следует из рис. 1, результаты вычислений, полученные с помощью приближенного метода, удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными. Поэтому этот метод можно использовать для вычислений других величин, характеризующих квазистатическое электрическое поле в квадрупольном дефлекторе. К ним относится прежде всего величина градиента преломления, поскольку, во-первых, ее можно определить экспериментально, а во-вторых, градиент показателя преломления тесно связан с плотностью объемного заряда, как это следует из (8), и тем самым характеризует его

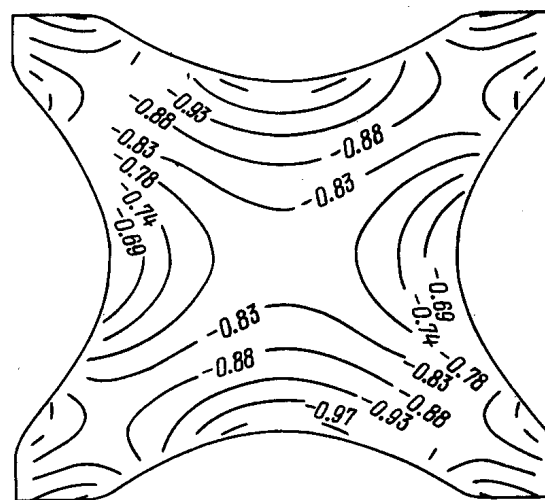


Рис. 3. Распределение плотности объемного электрического заряда в квадрупольном электрооптическом дефлекторе ($\cdot 10^7 \text{C} \cdot \text{cm}^{-3}$).

поведение. Экспериментально определить сдвиг заряда по фазе относительно управляющего напряжения или расфазировку заряда в плоскости поперечного сечения устройства невозможно, однако, проследив за поведением градиента показателя преломления в зависимости от фазы управляющего напряжения для нескольких точек апертуры устройства, можно получить полное представление о поведении заряда. То же самое можно проделать теоретически, воспользовавшись приближенным методом. Результаты этой работы представлены на рис. 2, где показана зависимость градиента показателя преломления от фазы управляющего напряжения. Теоретические расчеты представлены кривыми 1–3 для центра дефлектора и точек апертуры, расположенных вблизи пересечения верхнего и бокового электродов с осями координат соответственно. Знаки \times , $*$ и $+$ — экспериментальные данные для центра, бокового электрода и точки, расположенной на расстоянии $0.6R_z$ от центра дефлектора в направлении верхнего электрода, для которой теоретическая кривая не строилась. Как следует из рис. 2, градиент показателя преломления в зависимости от фазы управляющего напряжения изменяется по косинусоидальному закону, о чем свидетельствует хорошее совпадение экспериментальных данных с теоретическими кривыми, которые являются участками косинусоид в соответствии с (3). Из рис. 2 также следует, что кривые сдвинуты по фазе относительно друг друга и пересекаются не в одной точке. Поэтому градиент показателя преломления не принимает постоянное значение по всей апертуре устройства ни при какой фазе управляющего напряжения. То же самое в силу выражения (8) относится к объемной плотности заряда ρ , распределение которой, рассчитанное с помощью приближенного метода для фазы 50° , когда наблюдаются близкие к прямым линии интерферограммы (рис. 1), и представленное на рис. 3, далеко не постоянно, как это предполагалось в [3]. Вероятнее всего, существование близких к прямым линий интерферограммы связано со взаимной компенсацией искажений поля электродов полем заряда, когда эти искажения примерно одинаковы по величине, но противоположны по знаку.

Таким образом, проведенные экспериментальные и теоретические исследования показывают, что распределение квазистатического электрического поля в квадрупольном электрооптическом дефлекторе, свойства кристаллической среды которого одновременно описываются непропорциональными друг другу тензорами диэлектрической проницаемости и проводимости, при воздействии неоднородного переменного электрического поля полностью описывается линейными уравнениями и определяется суперпозицией полей электродов и объемного заряда, смещенных по фазе относительно друг друга на величину, зависящую от координат в плоскости поперечного сечения.

Исследования профинансированы Фондом фундаментальных исследований Беларуси.

Список литературы

- [1] Крылов Б.В. // Вести АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1978. № 6. С. 61–65.
- [2] Гусак Н.А., Гриб А.Ф. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 2. С. 415–417.
- [3] Гусак Н.А. ДАН БССР. 1984. Т. 28. № 6. С. 527–529.
- [4] Гусак Н.А., Бондарев И.Ф., Гриб А.Ф. // Квантовая электрон. 1980. Т. 7. № 7. С. 1569–1571.
- [5] Лепарский В.Е. // ДАН БССР. 1991. Т. 35. № 9. С. 789–793.
- [6] Крылов Б.В., Лепарский В.Е., Гурич Н.И. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 9. С. 95–100.
- [7] Гусак Н.А., Лепарский В.Е. // ЖПС. 1975. Т. 23. Вып. 1. С. 137–142.