01;12

К задаче обнаружения тепловых неоднородностей в двухслойной пластине из непрозрачных твердых материалов

© В.И. Туринов

(Поступило в Редакцию 21 мая 1996 г.)

Рассмотрена теоретическая задача определения размеров дефектов δ под непрозрачными поверхностными покрытиями по сдвигу фаз сигналов фотоприемника, имеющего два кольцевых $p-n$-перехода, принимающего излучение поверхностной концентрической тепловой волны, возбуждаемой в образце зондирующим малой мощности излучением, изменяющимся по гармоническому закону. Задача решена в первом приближении по малому параметру δ для амплитуды сигнала и во втором — по фазе. Получено выражение для разрешающей способности метода к обнаружению дефектов.

В методах контроля качества покрытий на изделиях электронной техники находят применение разные варианты одного и того же способа, заключающегося в зондировании образца излучением малой мощности для возбуждения теплового излучения, несущего информацию о теплофизических характеристиках поверхностных слоев и их изменении вследствие наличия в них различного рода дефектов [1,2]. Тепловое излучение от образца обычно принимается фотопремниками ИК диапазона, и сигналы соответственно обрабатываются. Ниже изложим метод определения теплофизических и геометрических характеристик тепловых неоднородностей в поверхностных покрытиях, опираясь на схему измерения, описанную в работах [3,4]. Тепловую задачу распределения температуры в двухслойной бесконечной пластине будем рассматривать при зондировании ее поверхности ($z=0$) источником излучения с гауссовским пространственным распределением по пятну нагрева, изменяющегося во времени по гармоническому закону.

Температурное поле в двухслойной пластине с идеальным тепловым контактом между слоями находится путем решения следующей системы уравнений теплопроводности

$$\frac{1}{a_1}\frac{\partial T_1}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 T_1}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial T_1}{\partial \rho}+\frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \qquad (1)$$

в области $\tau>0$, $\infty>\rho\geqslant 0$, $h\geqslant z\geqslant 0$,

$$\frac{1}{a_2}\frac{\partial T_2}{\partial \tau}=\frac{\partial^2 T_2}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial T_2}{\partial \rho}+\frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} \qquad (2)$$

в области $\tau>0$, $\infty>\rho\geqslant 0$, $l\geqslant z\geqslant h$ с краевыми условиями

$$-\lambda_1\partial T_1/\partial z = Q_0\exp(-\beta\rho^2)\cos\omega\tau \quad \text{при} \quad z=0, \qquad (3)$$

$$\lambda_1\partial T_1/\partial z=\lambda_2\partial T_2/\partial z \quad \text{при} \quad z=h, \qquad (4)$$

$$T_1=T_2 \quad \text{при} \quad z=h, \qquad (5)$$

$$T_1=T_2=0 \quad \text{при} \quad \rho\to\infty, \quad T_2=0 \quad \text{при} \quad z=l,$$

$$T_1=T_2=0 \quad \text{при} \quad \tau=0. \qquad (6)$$

Здесь a_i, λ_i — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности соответственно слоев h и l; ρ, z — полярная и декартова координаты соответственно; $T_i=t_i-t_0$, где t_0 — температура образца до воздействия излучением; τ — время; $\omega=2\pi f$ — частота модуляции излучения источника; $\beta=1/2\rho_0^2$ — коэффициент сосредоточенности, см$^{-1}$.

Применяя к системе уравнений (1)–(6) интегральное преобразование Лапласа по τ и Ханкеля по радиальной переменной ρ, найдем распределение температуры в изображении для слоев h и l, $T_1(p,z,s)$, $T_2(p,z,s)$. Далее нас будет интересовать распределение температуры в верхнем слое h, поэтому решение для $T_2(p,z,s)$ опустим. Решение для изображения $T_1(p,z,s)$ имеет следующий вид:

$$T_1(p,z,s)=Q_0\frac{s}{s^2+\omega^2}A\frac{\exp(h\varepsilon_1)\left(1+\frac{\lambda_2\varepsilon_2}{\lambda_1\varepsilon_1}\right)\operatorname{ch}(z\varepsilon_1)}{[\lambda_1\varepsilon_1\operatorname{sh}(h\varepsilon_1)+\lambda_2\varepsilon_2\operatorname{ch}(h\varepsilon_1)]}$$

$$-\frac{Q_0}{\lambda_1\varepsilon_1}\frac{s}{s^2+\omega^2}Ae^{z\varepsilon_1},$$

$$A=(1/2\beta)\exp(-p^2/4\beta),$$

$$\varepsilon_1=\sqrt{p^2+\frac{s}{a_1}}, \quad \varepsilon_2=\sqrt{p^2+\frac{s}{a_2}}, \qquad (7)$$

где s — параметр преобразования по Лапласу, p — по Ханкелю.

Упростим в (7) первое слагаемое. Для этого проведем преобразование выражения

$$\frac{\exp(h\varepsilon_1)\left(1+\frac{\lambda_2\varepsilon_2}{\lambda_1\varepsilon_1}\right)}{\lambda_1\varepsilon_1\operatorname{sh}(h\varepsilon_1)+\lambda_2\varepsilon_2\operatorname{ch}(h\varepsilon_1)}=\frac{1}{\lambda_1\varepsilon_1}$$

$$\times\frac{1}{\left[1-\left(\frac{\lambda_1\varepsilon_1-\lambda_2\varepsilon_2}{\lambda_1\varepsilon_1+\lambda_2\varepsilon_2}\right)e^{-2h\varepsilon_1}\right]}=\frac{1}{\lambda_1\varepsilon_1}\frac{1}{[1-E_0e^{-2h\varepsilon_1}]}.$$

Так как $|E_0|<1$ и $\exp(-2h\varepsilon_1)\leqslant 1$, то воспользуемся разложением $(1-x)^{-1}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^{n-1}$. Удерживая первые два члена ряда, получим далее продвинутое решение для изображения

$$T_1(p,z=0,s)=Q_0\frac{s}{s^2+\omega^2}AE_0\frac{\exp(-2h\varepsilon_1)}{\lambda_1\varepsilon_1}, \qquad (8)$$

которое записано для $z=0$, как это следует из схемы измерения, изложенной в работе [3].

Будем искать решение оригинала для установившегося периодического процесса, т.е. при $\tau \to \infty$ и $s \to 0$. В этом случае $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = p$ и упростим $E_0 = (\lambda_1 - \lambda_2)/(\lambda_1 + \lambda_2)$ — константу. При этом в показателе экспоненты и в знаменателе ε_1 удержим в прежнем виде. Считая p малым параметром, что равносильно измерению на "хвосте" тепловой волны, где координата ρ велика, разложим $A = (1/2\beta)(1 - p^2/4\beta + \ldots)$ в ряд и удержим первые два члена ряда, т.е. не выше второго по $(p\rho_0)^2/2$. Применим обратное преобразование Ханкеля к (8). Первый интеграл является табличным, второй приведем к двум табличным, используя рекуррентную формулу для бесселевых функций. Появляющуюся в последнем слагаемом функцию Макдональда $K_{5/2}\left(\sqrt{\frac{s}{a_1}(4h^2+\rho^2)}\right)$ представим в асимптотическом приближении по ρ, $K_\nu(x) \sim (\pi/2x)^{1/2}e^{-x}$. Далее применим к трем слагаемым обратное преобразование Лапласа с использованием теоремы о вычетах (простые полюсы $s = \pm i\omega$) и получим решение для оригинала

$$T_{10}(\varphi) = A_0 e^{-\varphi}\Big[q_1\cos(\omega\tau - \varphi) + \sqrt{2}q_2\sin\Big(\omega\tau - \varphi - \frac{\pi}{4}\Big) - q_3\cos\Big(\omega\tau - \varphi + \frac{\pi}{8}\Big)\Big],$$

$$A_0 = \frac{Q_0E_0\rho_0^2}{\lambda_1(4h^2+\rho^2)^{3/2}}, \quad \varphi = \sqrt{\frac{\omega}{2a_1}(4h^2+\rho^2)},$$

$$q_1 = 4h^2 + \rho^2 - \rho_0^2, \quad q_2 = \rho_0^2\varphi,$$

$$q_3 = 2^{5/4}\left(\frac{\rho_0\rho\omega}{2a_1}\right)^2\left(\frac{\omega}{2a_1}\right)^{1/4}. \qquad (9)$$

Положим, как и в работе [3], что концентрически разбегающаяся гармоническая тепловая волна (соотношение (9)), оптическая система (в простейшем случае линза) и фотоприемник излучения в виде двух кольцевых $p{-}n$-переходов центрированы. При этом координаты центров тепловых колец, которые "видит" фотоприемник, связаны с координатами $p{-}n$-переходов соотношениями $\rho_1 = (r_1 + R_1)/2K$ и $\rho_2 = (r_2 + R_2)/2K$, где r_i и R_i — малые и большие радиусы $p{-}n$-переходов, K — коэффициент углового увеличения оптической системы. Сигналы $p{-}n$-переходов фотоприемника, например, для спектрального диапазона $8\ldots14$ мкм при $T \geqslant 500$ K (диапазон Рэлея–Джинса) описываются зависимостями $U_i = B_iR_d^{(i)}T_{10}$, где $R_d^{(i)}$, B_i — дифференциальное сопротивление и коэффициент пропорциональности i-го $p{-}n$-перехода [3]. Согласно соотношению (9), максимальные сигналы на $p{-}n$-переходах одновременно будут на частотах ω_n при разности фаз $\Delta\varphi = 2\pi n$. Отсюда получаем соотношение для определения h по измеренной частоте ω_n

$$\left[4h^2 + \frac{(r_2+R_2)^2}{4K^2}\right]^{1/2} - \left[4h^2 + \frac{(r_1+R_1)^2}{4K^2}\right]^{1/2} = \pi n\sqrt{\frac{8a_1}{\omega_n}}, \qquad (10)$$

где $n = 1, 2, \ldots$.

Допустим на границе слоев h и l имеется неидеальность теплового контакта. Тогда при $z = h$ $T_1 \neq T_2$ и краевое условие (5) следует заменить условием $-\lambda_1\partial T_1/\partial z = \alpha(T_1 - T_2)$, где α — коэффициент теплообмена (W/m$^2\cdot$grad), определяющий эффективность теплопотерь. Представим α в виде $\alpha = (\lambda_1 + \lambda_2)/2\delta$, где δ — условная толщина пограничного слоя (дефект, инородное включение и т.п.) с $\lambda_\delta = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$, и положим $\delta \ll h$. Исходя из этого, краевое условие следует принять для $z = h \pm \delta$, где знак зависит от того, расположена ли тепловая неоднородность в слое l или h. Решение для изображения задачи (1)–(6) при этих условиях будет аналогично (8)

$$T_{11} = \frac{Q_0}{\lambda_1}\frac{s}{s^2+\omega^2}AE_1\frac{\exp[-2(h\pm\delta)\varepsilon_1]}{\varepsilon_1},$$

$$E_1 = \frac{\lambda_1\varepsilon_1 - \lambda_2\varepsilon_2 + \lambda_1\varepsilon_1\frac{\lambda_2\varepsilon_2}{\alpha}}{\lambda_1\varepsilon_1 + \lambda_2\varepsilon_2 + \lambda_1\varepsilon_1\frac{\lambda_2\varepsilon_2}{\alpha}} \approx \frac{\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_1\lambda_2\frac{p}{\alpha}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_1\lambda_2\frac{p}{\alpha}}. \qquad (11)$$

Введем обозначение $\mu = 2\delta\lambda_1\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2)^2$. Величина μ того же порядка, что и δ. Отсюда $E_1 = E_0/(1 + \mu p) + \mu p/(1 + \mu p)$. Выражение $(1 + \mu p)^{-1} = {}_2F_1(1, b; b; -\mu p) = 1 - \mu p + (\mu p)^2 - \ldots$, где ${}_2F_1(a, b; b; x)$ — гипергеометрическая функция Гаусса. Перемножим ряды A и E_1 и удержим члены не выше первого по малому параметру μ: $AE_1 = (1/2\beta)[E_0 + \mu p(1 - E_0)]$. Проведем для (11) обратное преобразование по Ханкелю, затем по Лапласу аналогично описанному выше. Во втором слагаемом при обратном преобразовании по Ханкелю положим в знаменателе (11) при $s \to 0$ $\varepsilon_1 \approx p$. Решение же задачи при E_0 найдено выше (соотношение (9), при замене h на $h \pm \delta$). В результате приходим к решению для оригинала при наличии тепловой неоднородности на границе слоев

$$T_{11} = T_{10}(\nu) + T_{12}(\nu),$$

$$T_{12}(\nu) = A_1e^{-\nu}\left[\cos(\omega\tau - \nu) - \sqrt{2}\nu\sin\left(\omega\tau - \nu - \frac{\pi}{4}\right)\right],$$

$$A_1 = \frac{Q_0\rho_0^2}{\lambda_1}\mu(1 - E_0)\frac{2(h\pm\delta)}{[4(h\pm\delta)^2 + \rho^2]^{3/2}},$$

$$\nu = \sqrt{\frac{\omega}{2a_1}[4(h\pm\delta)^2 + \rho^2]}. \qquad (12)$$

При $\delta = 0$, $\mu = 0$ $T_{12} = 0$ и $T_{11} = T_{10}$, т.е. дефект отсутствует.

Запишем аналогично (10) выражение для разности фаз сигналов $\Delta\nu = 2\pi m$ на $p{-}n$-переходах при приеме теплового излучения от тепловой волны с T_{11}

$$\left[4(h\pm\delta)^2 + \frac{(r_2+R_2)^2}{4K^2}\right]^{1/2} - \left[4(h\pm\delta)^2 + \frac{(r_1+R_1)^2}{4K^2}\right]^{1/2} = \pi m\sqrt{\frac{8a_1}{\omega_m}}, \qquad (13)$$

где $m = 1, 2, \ldots$.

Вычитая из соотношения (13) соотношение (10), находим выражение для фазового сдвига сигналов $(\psi' - \psi'')$ на $p{-}n$-переходах (по отношению к сигналам, принимаемым от эталонного образца или от области исследуемого образца, выбранной в качестве сравнения, вызванного наличием тепловой неоднородности на границе слоев, по величине которой определяем размер неоднородности δ). Из соотношения (13) при $\delta = 0$ (дефект отсутствует) следует (10), а при $\delta = 0$ и $h = 0$ получаем выражение для определения коэффициента температуропроводности a_1 полубесконечного образца без поверхностного покрытия по ω_k при $\Delta\phi = 2\pi k$.

Итак, согласно изложенному выше и схеме измерения, описанной в работе [3], по частоте ω_i и фазовым сдвигам $\Delta\varphi$ и $\Delta\nu$ относительно сигнала с эталонного образца, находим толщину верхнего слоя h и размер δ тепловой неоднородности. Задача решена для измененного условия (5) на границе слоев. Принимая во внимание малость параметра μ и схемы измерения (основное значение имеет тепловое сопротивление слоя h в радиальном направлении), эти результаты можно применять и для индентификации дефектов, находящихся не на границе слоев, а внутри слоя h. Так как глубина проникновения тепловой волны порядка ее длины, то для оценки глубины залегания дефектов в слое h следует провести измерения на ряде частот ω_i. В силу быстрого затухания тепловых волн при измерении на ряде частот ω_i необходимо корректировать и коэффициент углового увеличения K оптической системы для "сжатия" просматриваемой фотоприемником поверхности образца при увеличении частоты ω_i.

Список литературы

[1] *Heuret M., Egec P., Bissieux C.* et al. // Vide Couches Minces. 1990. Vol. 45. N 251. Suppl. P. 29–31.

[2] *Резников А.В., Чередниченко О.Б.* // Изв. АН. Сер. физ. 1992. Т. 56. № 5. С. 213–217.

[3] *Туринов В.И.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 175–180.

[4] *Гапонов С.С., Туринов В.И.* // Тез. докл. XVII конф. "Высокоскоростная фотография и фотоника". М.: ВНИИОФИ, 1995. С. 29.