01;03;08

Неравновесная термодинамика акустического течения, индуцируемого ПАВ

© О.Е. Александров, В.Д. Селезнев

Уральский государственный технический университет,
620002 Екатеринбург, Россия

(Поступило в Редакцию 15 февраля 1996 г. В окончательной редакции 4 июня 1996 г.)

Методами неравновесной термодинамики необратимых процессов исследовано акустическое течение, возбуждаемое поверхностной акустической волной (ПАВ) в плоской щели при свободномолекулярном режиме течения по длине ПАВ. Вычислено производство энтропии, установлен перекрестный эффект и кинетический коэффициент для перекрестного эффекта.

Распространение поверхностной акустической волны (ПАВ) по границе раздела между твердым телом и газовым окружением приводит к возникновению в газе потоков частиц, направленных вдоль направления распространения ПАВ. Расчеты этого явления методами кинетической теории газов были проведены в работах [1-3]. В настоящей работе с целью обобщения результатов эффект увлечения газа ПАВ в плоской щели исследуется методами термодинамики неравновесных процессов.

Схема плоского канала высотой d, шириной b и длиной l, по одной из образующих которого распространяется ПАВ, приведена на рисунке. Рассмотрим эту систему с помощью методов термодинамики необратимых процессов. В канале присутствует возмущение (в данном случае ПАВ), которое приводит к возникновению в канале потока газовых молекул $J_n = nVbd$ (где n — плотность газовых молекул, V — скорость течения) и потока J_W, связанного с ПАВ. Природа последнего будет уточнена позднее.

Существенным отличием рассматриваемой проблемы от традиционных задач является зависимость характеристик системы от времени из-за колебаний границы. Однако в силу линейности описания мы можем усреднить все необходимые величины по периоду ПАВ и далее использовать средние характеристики, не зависящие от времени.

Термодинамика необратимых процессов утверждает, что в случае малых возмущений равновесного состояния каждому потоку J_i в системе может быть сопоставлен сопряженный ему источник неравновесности — термодинамическая сила X_i. Если присутствуют несколько термодинамических сил, то потоки в системе могут быть записаны в виде

$$J_i = \sum_j L_{ij} X_j, \tag{1}$$

где L_{ij} называют кинетическими коэффициентами.

Согласно принципу Онзагера, перекрестные коэффициенты L_{ij} должны удовлетворять соотношению $L_{ij} = L_{ji}$. Из выражения (1) следует, что поток J_i может быть вызван не только сопряженной ему силой X_i, но и всеми другими источниками неравновесности X_j. Принцип Онзагера можно использовать либо для проверки корректности описания сложного процесса, либо для определения величины перекрестного коэффициента по известному, если прямой расчет затруднен.

Потоки и силы в системе связаны уравнением, определяющим производство энтропии σ,

$$\sigma = X_i J_i = \sum_{j,i} L_{ij} X_j X_j. \tag{2}$$

Величину производства энтропии в стационарном случае можно определить из простых балансовых соотношений.

Пренебрежем потерями при распространении ПАВ в твердом теле и предположим, что единственным механизмом диссипации энергии ПАВ является взаимодействие с газом. Рассмотрим средний во времени баланс энергии E и энтропии S в канале (см. рисунок), тогда в стационарном состоянии

$$\frac{dE}{dt} = (J^*_{E1} - J^*_{E2}) + (J_{E1} - J_{E2}) + (J_{M1} - J_{M2}) + I_M = 0,$$

$$\frac{dS}{dt} = \sigma + (J^*_{S1} - J^*_{S2}) + (J_{S1} - J_{S2}) = 0. \tag{3}$$

Поскольку потоки J_{Ei} и J_{Si} определены как потоки через границы внутри твердого тела (сплошной среды), то для них связь потоков энергии и энтропии[1] выражается в форме

$$J_S = \frac{J_E}{kT}, \tag{4}$$

где k — постоянная Больцмана, T — температура.

Используя (3) и (4), можно получить, что

$$\sigma = \frac{I_M}{kT}. \tag{5}$$

Здесь была учтена однородность вдоль канала ($J^*_1 = J^*_2$), поскольку ПАВ не затухает. Так как было сделано предположение о единственности стока энергии ПАВ в газовую фазу, то (5) преобразуется к виду

$$\sigma = \frac{J_M}{kT},$$

[1] Здесь и далее энтропия S измеряется в единицах k.

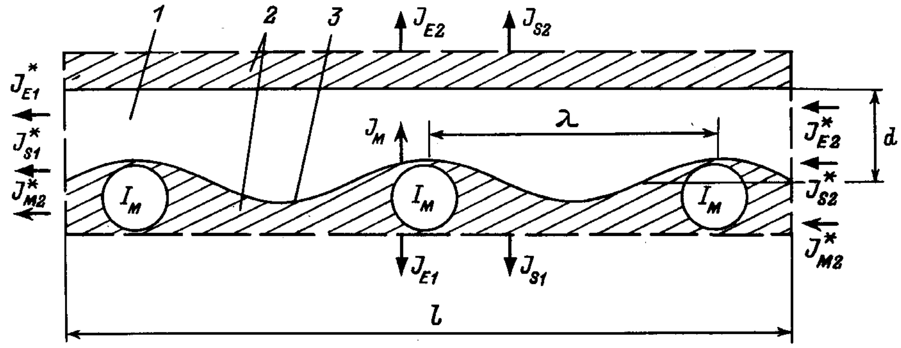

Схема плоского канала, по одной из образующих которого распространяется незатухающая ПАВ, и потоков тепла и энтропии в нем. J_{Ei} — поток тепла, J_{Si} — поток энтропии, J_{Mi} — поток механической энергии в ПАВ и I_M — источники механической энергии, компенсирующие потери энергии ПАВ так, чтобы ее амплитуда сохранялась; *1* — газ; *2* — твердое тело; *3* — ПАВ.

где J_M — диссипация механической энергии ПАВ из-за присутствия в канале газа.

Диссипация энергии ПАВ из-за газового нагружения в свободномолекулярном режиме рассчитывалась в работах [1,4], средний поток энергии с площади поверхности $b \cdot l$ выражается как

$$J_M = nmu_0^2 bl\sqrt{\frac{kT}{8\pi m}}, \tag{6}$$

где $u_0^2 = (u_{x0}^2 + u_{y0}^2)$ — квадрат амплитуды скорости смещения поверхности твердого тела, m — масса молекулы газа.

Для данного исследования важны только потери, связанные с поперечной компонентой. Поскольку продольная составляющая ПАВ не возбуждает акустического течения, пропорционального первой степени амплитуды, то u_0 в (6) следует положить равным $a\omega$, где a — амплитуда поперечных колебаний ПАВ, ω — круговая частота ПАВ.

В случае, когда присутствует только одна термодинамическая сила — ПАВ, то производство энтропии (2) должно выражаться как

$$\sigma = X_W J_W = L_{WW}\,(X_W)^2 = n \cdot (a\omega)^2 bl\sqrt{\frac{m}{8\pi kT}},$$

откуда можно выбрать в качестве силы

$$X_W = (a\omega)\sqrt{\frac{m}{2kT}} \tag{7}$$

и в качестве кинетического коэффициента

$$L_{WW} = nbl\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}.$$

Тогда связанный с ПАВ поток будет определен как

$$J_W = \frac{n \cdot (a\omega) bl}{2\sqrt{\pi}}. \tag{8}$$

В работе [2] была рассчитана стационарная скорость течения в плоской щели, возникающая при распространении по одной из образующих незатухающей плоской ПАВ рэлеевского типа. Расчеты были проведены для свободномолекулярного режима по длине ПАВ (число Кнудсена $\mathrm{Kn}(\lambda) \gg 1$, λ — длина ПАВ) и высоте щели h ($\mathrm{Kn}(h) \gg 1$) в изотермических условиях при предположении полностью диффузного рассеяния молекул на поверхности и привели к следующей зависимости скорости течения от параметров системы:

$$V = \frac{a\omega}{4\sqrt{\pi}}\langle\alpha^*\rangle\frac{\mathrm{erf}(C^*)}{|C^*|} + o\left(\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2\right), \tag{9}$$

где V — скорость течения газа в направлении распространения ПАВ, $C^* = C\sqrt{m/(2kT)}$ — безразмерная скорость ПАВ, C — скорость распространения ПАВ, $\langle\alpha^*\rangle$ характеризует деформацию поверхности, для синусоидальной поверхности ПАВ $\langle\alpha^*\rangle = 0.52$, erf(x) — функция ошибок.

Отметим, что течение, пропорциональное первой степени $\alpha\omega$, индуцируется только поперечной составляющей ПАВ, которая искажает форму поверхности.

Более точно величина скорости определяется формулой [2]

$$\begin{aligned} V = {} & \frac{a\omega}{8\sqrt{\pi}|C^*|} \\ & \times \left\langle \alpha_r^*(\varphi)\mathrm{erf}\left(C^*\left(1 - \frac{\sin(\varphi)}{\alpha_r^*(\varphi)}\eta(\pi-\varphi)\right)\right)\right. \\ & \left. - \alpha_l^*(\varphi)\mathrm{erf}\left(C^*\left(1 - \frac{\sin(\varphi)}{\alpha_l^*(\varphi)}\eta(\pi-\varphi)\right)\right)\right\rangle_\phi \\ & + o\left(\left(\frac{a}{\lambda}\right)^2\right), \end{aligned} \tag{10}$$

где $\eta(x)$ — функция Хевисайда.

Однако формула (9) более проста и является для (10) хорошей аппроксимацией ($\sim 5\%$). Перекрестный поток в соответствии с (1) равен $J_n = L_{Wn} \cdot X_W$. Сравнивая (9) и (7) получим для перекрестных коэффициентов[2]

$$L_{nW} = L_{Wn} = nbd\sqrt{\frac{kT}{8\pi m}}\langle\alpha^*\rangle\frac{\mathrm{erf}(C^*)}{|C^*|}. \tag{11}$$

Сопряженной потоку частиц J_n силой обычно выбирают $X_n = \Delta P/\langle P\rangle$ или, что эквивалентно для изотермических условий, $X_n = \Delta n/n$, т.е. присутствие в канале течения газа под действием градиента давления должно приводить к возникновению соответствующего перекрестного потока

$$J_W = L_{nW}X_n = \sqrt{\frac{kT}{8\pi m}}\langle\alpha^*\rangle\frac{\mathrm{erf}(C^*)}{|C^*|}\Delta nbd. \tag{12}$$

Здесь необходимо уточнить, что должно пониматься под перекрестным эффектом и смысл параметров в (12). Внутренняя структура твердого тела нигде не использовалась в расчетах [2] при получении формулы (9), следовательно, ПАВ в данной задаче представляет собой просто деформированную границу, деформация которой распространяется с высокой скоростью относительно газа. В этом смысле величину C в (11) и (12) следует считать скоростью распространения ПАВ относительно газа, хотя, пока скорость течения газа мала, можно полагать C равной скорости распространения ПАВ. Характеристикой деформации служит величина $J_W \sim n \cdot (a\omega)$, определяемая скоростью поперечного смещения границы твердого тела.

Движение газа в канале под действием градиента давления будет порождать соответствующий поток — $n \cdot (a\omega)$, иначе говоря, возбуждать ПАВ или поток фононов в тведом теле. Если вся энергия, передаваемая ПАВ, будет сосредоточена в моде с частотой ω, то из (8) и (12) следует

$$a\omega = \sqrt{\frac{kT}{2m}}\langle\alpha^*\rangle\frac{\mathrm{erf}(C^*)}{|C^*|}\frac{d}{l}\frac{\Delta n}{n}. \tag{13}$$

Мы не можем указать в общем случае определенное значение частоты и амплитуды возбуждаемой ПАВ. Следовательно, возбуждаться будет либо изначально выделенная частота, если мы имеем дело с перекрестным эффектом в канале, где уже существует ПАВ, либо спектр частот ω_i, который определяется собственными колебательными характеристиками системы.

В первом случае эффект будет проявляться в уменьшении или увеличении амплитуды ПАВ в зависимости от направления градиента давления в газе.

Во втором случае спектр частот может определяться, например, собственными частотами поверхностных колебаний канала конечной длины, шероховатостью поверхности и т.д. Оставаясь в рамках термодинамики, мы не можем указать и распределение по частотам, но суммарный эффект по всем возбуждаемым модам должен определяться равенством

$$\sum_i (a\omega)_i = a\omega$$

или в более общем случае дисперсии скорости ПАВ

$$\sum_i (a\omega)_i\frac{\mathrm{erf}\big(C^*(\omega_i)\big)}{|C^*(\omega_i)|} = a\omega.$$

Если в системе нет собственных частот поверхностных колебаний, то наблюдение эффекта становится скорее всего невозможным из-за малости амплитуды при равномерном распределении по спектру частот.

[2] Более точное значение коэффициента можано получить из (10).

Список литературы

[1] *Борман В.Д., Крылов С.Ю., Харитонов А.М.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. Вып. 5. С. 1668–1683.
[2] *Александров О.Е., Селезнев В.Д.* // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 5–8.
[3] *Aleksandrov O.E., Seleznev V.D.* // J. Stat. Phys. 1995. N 1.
[4] *Дрансфельд К., Зальцманн Е.* // Физическая акустика. М.: Мир, 1974. Т. 7. С. 250–306.