

01;04;10

Обмен энергией между пробным зарядом и неустойчивым электронным пучком

© А.С. Артамонов, Н.И. Иноземцев

АО Научно-техническая компания "Ситех",
630099 Новосибирск, Россия

(Поступило в Редакцию 12 марта 1996 г.)

Исследуется взаимодействие пробного заряда с электронным пучком, конвективно неустойчивым относительно плазменных колебаний. Рассмотрена неустойчивость отрицательной массы продольного движения. Найдены выражения для силы обратного воздействия со стороны электронной плазмы, поляризованной движущимся зарядом, и тензора диффузии, обусловленной флуктуациями электрического поля. В приближении равномерного и прямолинейного движения пробной частицы сделана оценка систематической и диффузионной составляющих скоростей изменения ее энергии. Показано, что в этом случае взаимодействие с неустойчивым электронным пучком приводит к ускорению частицы по продольной степени свободы (антитрению) и при определенных условиях к усилению эффекта трения (охлаждению) по поперечным степеням свободы. Оценивается возможность получения положительного эффекта трения в целом путем использования специального приема — "подметания", заключающегося в изменении продольной скорости электронного пучка определенным образом, согласованным с процессом охлаждения.

1. Исследование взаимодействия заряженных частиц с термодинамически неравновесными и неустойчивыми средами, в том числе плазменными, может найти интересные практические применения. Одним из наиболее очевидных применений является ускорение заряженных частиц, когда энергия неустойчивой или неравновесной среды трансформируется в энергию ускорения [1–3]. Другим, менее очевидным применением может оказаться усиление эффекта трения. В работе [4] впервые описан принцип и сделана оценка возможности повышения эффективности известного метода электронного охлаждения [5,6] путем использования специальным образом организованной микроволновой неустойчивости охлаждающего электронного пучка.

В данной работе более детально исследуются процессы трения и диффузии при взаимодействии пробного заряда с неустойчивым электронным пучком для случая кулоновской неустойчивости отрицательной массы продольного движения. Такая неустойчивость может быть организована посредством наложения поля спирально-ондулятора на сопровождающее электронный пучок поле магнитного соленоида [4,7]. Одной из основных особенностей неустойчивости отрицательной продольной массы является ее широкополосность, позволяющая организовать эффективное взаимодействие пробной частицы с электронным пучком в широком диапазоне относительных скоростей.

2. Рассмотрим взаимодействие пробного заряда с электронным пучком, движущимся в направлении оси z декартовой системы x, y, z в сопутствующей системе отсчета с нерелятивистским относительным движением частиц. В случае нерелятивистского движения сила, с которой электромагнитное поле, создаваемое движущимся зарядом в электронной плазме, действует на этот же

заряд, равна

$$\mathbf{F}_{pl} = -z_p \int i\mathbf{k} \langle \varphi_{pk}(t) \rangle \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}(t)] d\mathbf{k}. \quad (1)$$

Здесь z_p — величина заряда пробной частицы; $\mathbf{r}(t)$ — ее траектория, считающаяся заданной; $\langle \varphi_{pk}(t) \rangle$ — пространственный фурье-образ потенциала, наведенного пробным зарядом в электронной плазме,

$$\langle \varphi_{pk}(t) \rangle = \frac{z_p}{2\pi^2 k^2} \int \frac{L(\omega, \mathbf{k})}{\mathcal{E}_e(\omega, \mathbf{k})} \exp(-i\omega t) d\omega,$$

$$L(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \exp[-i\mathbf{k}\mathbf{r}(\tau) + i\omega\tau] d\tau, \quad (2)$$

причем контур интегрирования по ω лежит выше всех особенностей подынтегрального выражения (2).

Электрическая проницаемость электронной плазмы в случае отрицательной массы продольного движения в пренебрежении поперечной подвижностью электронов равна [4,7]

$$\mathcal{E}_e(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{\omega_e^2 \cdot k_z^2}{\omega^2 \cdot k^2}, \quad (3)$$

где ω_e — плазменная частота.

Это приближение применимо в отсутствие резонанса в поперечном движении пробных частиц и электронов. Выполняя интегрирование (1) с учетом выражений (2) и (3), получим

$$\mathbf{F}_{pl} = -z_p^2 \omega_e \int_0^t \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left[\frac{R_\perp}{R^2} I_1 \left(\frac{R_\perp}{R} \omega_e \tau \right) \right] d\tau. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{R} = \mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t - \tau)$, $I_1(\dots)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода. Эту величину будем называть поляризационной силой. Она является аналогом

силы трения, которая в том же приближении для случая устойчивой замагниченной электронной плазмы равна

$$\mathbf{F}_{fr} = z_p^2 \omega_e \int_0^t \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} \left[\frac{R_{\perp}}{R^2} J_1 \left(\frac{R_{\perp}}{R} \omega_e \tau \right) \right] d\tau, \quad (5)$$

где $J_1(\dots)$ — функция Бесселя первого рода.

3. Поляризационный механизм взаимодействия не является единственным при обмене энергией между пробным зарядом и плазменной средой. Существует также взаимодействие с флуктуациями электрического поля, характеризующее в первом приближении теории возмущения тензором диффузии [8],

$$d_{ij} = \int_0^t \sum_l \frac{\partial p_l(t)}{\partial p_l(t-\tau)} \langle \delta F_j(t) \delta F_l(t-\tau) \rangle d\tau.$$

Здесь $p_i(t)$ — i -ая компонента импульса пробной частицы в момент времени t $\langle \delta F_j(t) \delta F_l(t-\tau) \rangle$ — коррелятор флуктуирующей силы, действующей со стороны электронов плазмы на пробный заряд

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{il} &\equiv \langle \delta F_i(t) \delta F_l(t-\tau) \rangle \\ &= 8\pi^3 z_p^2 n_e \int k_i k_l \langle \varphi_{\mathbf{k}}(t) \varphi_{-\mathbf{k}}(t-\tau) \rangle \exp(i\mathbf{k}\mathbf{R}) d\mathbf{k}, \end{aligned}$$

n_e — плотность электронов; $\varphi_{\mathbf{k}}(t)$ — пространственный фурье-образ потенциала, наведенного в плазме отдельным электроном, определяемый аналогично выражению (2), угловыми скобками обозначено усреднение по макроскопическому распределению скоростей и координат пучка электронов.

Уровень флуктуаций электрического поля в электронном пучке определяется условиями формирования и движения пучка во внешних полях. Источники этих флуктуаций можно разделить (с известной долей условности) на внешние и внутренние. Устранение внешних источников является проблемой технической, принципиально же присутствующим является внутренний источник — дробовой шум, связанный с дискретностью электронов. Максимальный дробовой уровень шума соответствует полностью хаотическому распределению электронов в начальный момент времени. В этом случае в области длинноволновых возбуждений ($\Lambda = \omega_e |k_z| / k \gg kv_e, v_e$ — характерный разброс электронных скоростей), которая, собственно, и представляет интерес с точки зрения эффекта усиления отклика электронной среды на действие пробного заряда, получим

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{\mathbf{k}}(t) \varphi_{-\mathbf{k}}(t-\tau) \rangle &= \frac{e^2}{16\pi^4 k^4} [\exp(\Lambda t) + \exp(-\Lambda t) - 2] \\ &\times [\exp(\Lambda(t-\tau)) + \exp(-\Lambda(t-\tau)) - 2] \quad (6) \end{aligned}$$

и выражения для компонент тензора корреляции примут следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{zz} &\equiv \mathcal{D}_{\parallel} = \frac{2\pi z_p^2 e^2 n_e R_{\perp}^2}{R^3} \left\{ 1 - 2 \left[I_0 \left(\frac{R_{\perp}}{R} \omega_e t \right) \right. \right. \\ &+ I_0 \left(\frac{R_{\perp}}{R} \omega_e (t-\tau) \right) - \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{R_{\perp}}{R} \omega_e (2t-\tau) \right) \\ &- \left. \frac{1}{2} I_0 \left(\frac{R_{\perp}}{R} \omega_e \tau \right) \right] + \frac{2R}{R_{\perp} \omega_e} \left[\frac{I_1(R_{\perp} \omega_e t / R)}{t} \right. \\ &+ \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e (t-\tau) / R)}{t-\tau} - \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e \tau / R)}{2\tau} \\ &- \left. \left. \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e (2t-\tau) / R)}{2(2t-\tau)} \right] \right\}, \\ \mathcal{K}_{zx} &= \mathcal{K}_{xz} = -\mathcal{D}_{\parallel} \frac{R_z}{R_{\perp}} \sin \psi, \\ \mathcal{K}_{xx} &= \mathcal{D}_{\parallel} \frac{R_z^2}{R_{\perp}^2} \sin^2 \psi + \mathcal{D}_{\perp\perp} \cos^2 \psi, \\ \mathcal{K}_{zy} &= \mathcal{K}_{yz} = -\mathcal{D}_{\parallel} \frac{R_z}{R_{\perp}} \cos \psi, \\ \mathcal{K}_{yy} &= \mathcal{D}_{\parallel} \frac{R_z^2}{R_{\perp}^2} \cos^2 \psi + \mathcal{D}_{\perp\perp} \sin^2 \psi, \\ \mathcal{K}_{xy} &= \mathcal{K}_{yx} = \frac{1}{2} \left(\mathcal{D}_{\parallel} \frac{R_z^2}{R_{\perp}^2} - \mathcal{D}_{\perp\perp} \right) \sin 2\psi, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\perp\perp} &= \frac{2\pi z_p^2 e^2 n_e}{R} \left\{ 1 - \frac{2R}{R_{\perp} \omega_e} \left[\frac{I_1(R_{\perp} \omega_e t / R)}{t} \right. \right. \\ &+ \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e (t-\tau) / R)}{t-\tau} - \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e \tau / R)}{2\tau} \\ &- \left. \left. \frac{I_1(R_{\perp} \omega_e (2t-\tau) / R)}{2(2t-\tau)} \right] \right\}, \\ \sin \psi &= \frac{R_x}{R_{\perp}}, \quad \cos \psi = \frac{R_y}{R_{\perp}}. \quad (7) \end{aligned}$$

Эффективность использования электронных пучков для ускорения или охлаждения пучков других заряженных частиц в значительной мере определяется уровнем шумов. Дробовой шум может быть существенно снижен внутренними процессами в электронном пучке и его нижний предел определяется температурой, до которой удастся охладить электронный поток. В целом, однако, видимые сегодня возможности подавления дробового шума требуют более детального изучения в физических и технологических аспектах.

4. Кинетическое уравнение, описывающее эволюцию одночастичной функции распределения пробных частиц

$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, взаимодействующих с электронным пучком, можно представить в виде [8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}(\mathbf{v}f) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}(\mathbf{F}_{pl} + \mathbf{F}_r)f \\ = \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial p_i} \left(d_{ij} \frac{\partial}{\partial p_j} f \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где \mathbf{F}_{pl} — поляризационная сила (2); \mathbf{F}_r — сила, действующая на пробную частицу со стороны внешних полей; d_{ij} — тензор диффузии (6).

Из этого уравнения, в частности, следует, что средняя скорость изменения кинетической энергии пробных частиц равна

$$\frac{1}{2} \frac{d\overline{p^2}}{dt} = \overline{\mathbf{p}(\mathbf{F}_{pl} + \mathbf{F}_{fl} + \mathbf{F}_r)} + \sum_i \overline{d_{ii}}, \quad (9)$$

где $\mathbf{F}_{fl} = \sum_j \partial d_{ij} / \partial p_j$ — флуктуационная сила, а чертой сверху обозначено усреднение по одночастичной функции распределения f .

Рассмотрим приближение, соответствующее равномерному и прямолинейному движению пробной частицы. Такая ситуация может быть реализована при относительно малом времени взаимодействия и большой массе пробной частицы ($M \gg m_e$, m_e — масса электронов), когда влиянием магнитных полей на ее движение можно пренебречь. Принимая во внимание, что неустойчивость электронного пучка наиболее существенно проявится во взаимодействии с пробным зарядом на временах $tR_{\perp}\omega_e/R \gg 1$, найдем в этом случае:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pl}^z &= z_p^2 \omega_e^2 \int_0^t \frac{R_z R_{\perp}^2 \tau}{R^5} \left[I_0(R_{\perp}\omega_e\tau/R) + \frac{I_1(R_{\perp}\omega_e\tau/R)R}{R_{\perp}\omega_e\tau} \right] d\tau \\ &\simeq \frac{z_p^2 \omega_e^{1/2} v_{\perp}^{1/2} v_z}{\sqrt{2\pi} v^{7/2} t^{3/2}} \left(1 + \frac{v}{v_{\perp}\omega_e t} \right) \exp(v_{\perp}\omega_e t/v), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pl}^{\perp} &= -z_p^2 \omega_e^2 \int_0^t \frac{\mathbf{R}_{\perp}\tau}{R^5} \left[R_z I_0(R_{\perp}\omega_e\tau/R) \right. \\ &\quad \left. - \frac{I_1(R_{\perp}\omega_e\tau/R)R_{\perp}R}{\omega_e\tau} \right] d\tau \simeq -\frac{z_p^2 \omega_e^{1/2} v_{\perp}}{\sqrt{2\pi} v^{7/2} t^{3/2} v_{\perp}^{3/2}} \\ &\quad \times \left(v_z^2 - \frac{v_{\perp}v}{\omega_e t} \right) \exp(v_{\perp}\omega_e t/v). \end{aligned}$$

Как видим, поляризационная сила в случае неустойчивости отрицательной массы продольного движения электронного пучка вызывает ускорение пробного заряда в продольном направлении и может привести к эффекту трения в поперечном направлении при условии $v_z^2 > v_{\perp}v/\omega_e t$. Сравнивая полученные выражения с силой трения, действующей на заряд, движущийся в

устойчивой замагниченной в поперечном направлении электронной плазме с плазменной частотой ω_0 ,

$$F_{fr}^z \simeq -\frac{3z_p^2 \omega_0^2 v_z v_{\perp}^2}{2v^5} L_c,$$

$$\mathbf{F}_{fr}^{\perp} \simeq -\frac{z_p^2 \omega_0^2 v_{\perp} (v_{\perp}^2 - 2v_z^2)}{2v^5} L_c,$$

где L_c — кулоновский логарифм [6], найдем, что

$$\left| \frac{F_{pl}^z}{F_{fr}^z} \right| \simeq \frac{2}{3\sqrt{2\pi} L_c} \left(\frac{\omega_e}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{v}{v_{\perp}\omega_e t} \right)^{-3/2} \exp(v_{\perp}\omega_e t/v),$$

$$\left| \frac{F_{pl}^{\perp}}{F_{fr}^{\perp}} \right| \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi} L_c} \left(\frac{\omega_e}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{v}{v_{\perp}\omega_e t} \right)^{-5/2} \exp(v_{\perp}\omega_e t/v),$$

т. е. неустойчивость электронного пучка может привести к значительному усилению обратного воздействия электронной плазмы на действие пробного заряда, причем этот фактор определяется произведением двух независимых параметров, каждый из которых может быть значительным

$$\left(\frac{v}{v_{\perp}\omega_e t} \right)^{-5/2, -3/2} \exp(v_{\perp}\omega_e t/v) \gg 1 \text{ при } \left(\frac{v_{\perp}\omega_e t}{v} \right) \gg 1,$$

$$\left(\frac{\omega_e}{\omega_0} \right)^2 \gg 1 \text{ при } \mu_{\parallel} \ll m_{\parallel},$$

где m_{\parallel} и μ_{\parallel} — величины продольных масс электронов соответственно для случая устойчивого замагниченного электронного пучка и электронного пучка с неустойчивостью отрицательной массы продольного движения.

Важно, однако, отметить, что если при движении пробного заряда в устойчивом замагниченном электронном пучке его энергия под действием силы трения уменьшается

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dp^2}{dt} \right)_{fr} \simeq -\frac{z_p^2 \omega_0^2 v_{\perp}^2 M}{2v^3} L_c,$$

то в случае неустойчивости отрицательной массы она увеличивается

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dp^2}{dt} \right)_{pl} \simeq \frac{z_p^2 M}{\sqrt{2\pi} v^{1/2} v_{\perp}^{1/2} \omega_e^{1/2} t^{5/2}} \exp(v_{\perp}\omega_e t/v).$$

Интересно, что тем не менее и в этом случае можно добиться положительного эффекта трения по всем направлениям, если использовать специальный прием "подметания" [4,6], состоящий в том, что продольную скорость электронов изменяют в процессе охлаждения с быстротой порядка максимальной быстроты изменения продольной скорости пробных частиц под действием поляризационной силы

$$\left(\frac{dv_z}{dt} \right)_{\max} \simeq \frac{z_p^2}{\sqrt{2\pi} e v_{\perp}^2 t^2 M} \exp(v_{\perp}\omega_e t/v).$$

После того как за время $\sim (\Delta v_z)_i / (\dot{v}_z)_{\max}$ скорость пучка электронов в процессе такого изменения пересечет всю

ширину начального распределения продольных скоростей пробных частиц с характерным разбросом $(\Delta v_z)_i$, их скорости соберутся в некотором узком интервале $(\Delta v_z)_f \sim (\Delta v_\perp)_i / \sqrt{\omega_e t}$, где $(\Delta v_\perp)_i$ — характерный начальный разброс поперечных скоростей пробных частиц. Поскольку поперечное охлаждение имеет несколько меньшую максимальную (при данной V_\perp) мощность:

$$\left(\frac{dv_\perp}{dt}\right)_{\max} \sim \left(\frac{dv_z}{dt}\right)_{\max} (\omega_e t)^{-1/2},$$

то его можно осуществить либо одновременно с продольным, несколько (в $\sqrt{\omega_e t}$ раз) уменьшив его скорость, либо после него.

5. Очевидно, что одним из условий ускорения или охлаждения неустойчивым электронным пучком пучков других заряженных частиц является преобладание систематического изменения их энергии под действием поляризационной силы над стохастическим изменением под действием флуктуаций электрического поля электронного пучка

$$(\delta p^2)_{pl} > (\delta p^2)_{fl}. \quad (10)$$

Используя выражения (6)–(9), можно оценить стохастическую составляющую изменения энергии пробных частиц при их рассеянии на флуктуациях электрического поля

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dp^2}{dt}\right)_{fl} \sim \frac{|\mu_{||}| z_p^2 v_\perp^{3/2} \omega_e^{3/2} L_c}{2\sqrt{\pi} v^{5/2} t^{1/2}} \exp(2v_\perp \omega_e t / v).$$

Таким образом, условие (10) принимает следующий вид:

$$\frac{|\mu_{||}| L_c}{\sqrt{2} M} \left(\frac{v_\perp \omega_e t}{v}\right)^2 \exp(v_\perp \omega_e t / v) < 1.$$

В обратном случае происходит разогрев по всем трем степеням свободы, причем

$$\overline{\left(\frac{v_\perp}{v_z}\right)^2} \sim \omega_e t \gg 1,$$

т.е. распределение ансамбля пробных частиц приобретают форму расширяющегося диска, сплюсненного в продольном направлении. Этот случай, очевидно, не представляет практического интереса для решения задач усиления эффекта электронного охлаждения или ускорения пучков заряженных частиц неустойчивыми электронными пучками.

Список литературы

- [1] Гинзбург В.Л., Эйдман В.Я. // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. Вып. 2. С. 1823–1833.
- [2] Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 504 с.
- [3] Красовицкий В.Б., Курилко В.И. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. Вып. 3. С. 864–869.
- [4] Дербенев Я.С. Препринт ИЯФ СО РАН. № 185. Новосибирск, 1980. 14 с.
- [5] Будкер Г.И. // Атомная энергия. 1967. Т. 22. № 5. С. 346–351.
- [6] Derbenev Ya.S., Skinsky A.N. // Physics Rev. Ser. Soviet Physical Reviews. 1981. Vol. 3. P. 165–273.
- [7] Артамонов А.С., Иноземцев Н.И. // РИЭ. 1989. Т. 33. № 3. С. 593–600.
- [8] Артамонов А.С., Дербенев Я.С. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 5. С. 15–24.