

07;11;12

Диагностика двумерных фрактальных структур с использованием сканирующих когерентных пучков

© Д.А. Зимняков, А.А. Мишин, А.Н. Серов

Саратовский филиал Института машиноведения РАН,
410028 Саратов, Россия

(Поступило в Редакцию 30 апреля 1996 г.)

Обсуждается метод исследования двумерных случайных структур типа амплитудных экранов с фрактальными свойствами с использованием сканирующих сфокусированных и широких коллимированных пучков. Рассмотрена взаимосвязь параметров структурных функций флуктуаций интенсивности, детектируемых в фиксированной точке наблюдения, со структурными характеристиками исследуемых экранов. Приводятся результаты экспериментальных исследований модельных образцов случайных амплитудных экранов с фрактальными свойствами.

Стимулированный классическими работами Мандельброта интерес к свойствам самоподобных и самоаффинных объектов [1,2], способствовал появлению значительного числа теоретических и экспериментальных работ, посвященных анализу различных особенностей, присущих фрактальным структурам. В области статистической и корреляционной оптики подобные исследования направлены прежде всего на разработку методов диагностики подобных объектов путем анализа характеристик пространственных распределений рассеянного ими излучения. Необходимо отметить, что в зависимости от характера взаимодействия зондирующих световых пучков с объектом, обладающим свойствами фрактала и типа исследуемой фрактальной структуры, закономерности, описывающие пространственные распределения рассеянных полей, будут существенно различаться. Можно условно выделить следующие классы фрактальных структур, для которых обсуждаемые проблемы вызывают в последнее время значительный интерес теоретиков и экспериментаторов: многослойные структуры, обладающие фрактальными свойствами (например, с геометрией, описываемой канторовыми фракталами) [3]; так называемые "массовые" фракталы [4] и апертуры, ограниченные фрактальными кривыми (например, кривой Кох) [5]; случайные амплитудные и фазовые экраны с непрерывными распределениями амплитуды и фазы граничного поля, обладающими фрактальными свойствами [6–8].

В данной работе исследуется случай дифракции сфокусированных и коллимированных когерентных пучков на движущихся случайных фрактальных амплитудных экранах. Амплитудная функция пропускания подобных объектов предполагается двухградационной (бинарные амплитудные экраны (БАЭ) в соответствии с представленной выше классификацией могут быть отнесены к фрактальным структурам "массового" типа), а рассмотрение процесса формирования рассеянного поля в области дифракции Фраунгофера проводится в рамках скалярной теории дифракции. В связи с этим необходимо отметить выполненные в последнее время работы [9,10], в которых развиваются когерентно-оптические методы диагностики подобных объектов, основанные на доста-

точно традиционном подходе к анализу пространственных спектров двумерных структур путем исследования распределений интенсивности рассеянного поля в зоне дифракции Фраунгофера с использованием когерентных фурье-анализаторов пространственных спектров [9] или соответствующих автокорреляционных функций интенсивности с применением различных типов оптических корреляторов [10].

В работе обсуждается несколько иной подход, предполагающий анализ поведения структурных функций флуктуационной компоненты интенсивности спекл-полей, регистрируемых при сканировании исследуемых объектов когерентными зондирующими пучками в фиксированной точке дальней зоны дифракции. В некоторых случаях данный метод может оказаться более предпочтительным, чем традиционно используемая оценка усредненного по заданной полосе частот наклона углового спектра дифрагирующего на структуре пучка в логарифмических координатах (например, для структур, проявляющих фрактальные свойства в весьма ограниченном диапазоне пространственных масштабов — так называемых предфракталах [9]).

Вначале рассмотрим случай дифракции плоской когерентной волны единичной амплитуды на безграничном двумерном случайном амплитудном экране, описываемом двухградационной (бинарной) функцией пропускания $t(\rho)$, обладающей фрактальными свойствами. Рассматриваемые в данной работе в дальнейшем "массовые" фрактальные структуры можно интерпретировать как ансамбли случайно распределенных на плоскости локальных апертур, характеризуемых определенными классами функций распределений по размерам. Для рассеянного поля в дальней зоне в рамках скалярной теории дифракции, используя предположение о статистической независимости координат локальных апертур в плоскости экрана, запишем выражение для автокорреляционной функции флуктуационной компоненты интенсивности в дальней зоне [11]

$$R_I(\rho) = |\Gamma_u(\bar{\rho})|^2 - |u|^4, \quad (1)$$

где $\Gamma_u(\rho)$ — функция когерентности второго порядка рассеянного поля $u(\rho)$, определяемая следующим образом: $\Gamma_u(\rho) = \langle u(\rho_1)u^*(\rho_2) \rangle$, u — среднее значение амплитуды рассеянного поля в дальней зоне.

Выражение (1) записано в предположении о нормальном законе распределения флуктуационной компоненты комплексной амплитуды рассеянного поля, являющегося следствием применения центральной предельной теоремы к полю в дальней зоне, формируемому большим числом статистически независимых источников (локальных апертур фрактальной структуры).

Используя его, можно получить следующее соотношение, описывающее взаимосвязь структурных функций флуктуаций интенсивности и комплексной амплитуды поля $u(\bar{\rho})$,

$$D_I(\bar{\rho}) = 2\Gamma_u(0)D_u(\bar{\rho}) - D_u^2(\bar{\rho})/2. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае, принимая во внимание взаимосвязь поперечных функций когерентности граничного поля и поля в произвольной плоскости за безграничным, статистически однородным рассеивателем, $\Gamma_u(\bar{\rho}) = \Gamma_v(\bar{\rho})$ [11], где $v(\bar{\rho})$ — комплексная амплитуда граничного поля, получим окончательно

$$D_I(\bar{\rho}) = 2\Gamma_v(0)D_v(\bar{\rho}) - D_v^2(\bar{\rho})/2. \quad (3)$$

Учитывая, что для малых $|\bar{\rho}|\Gamma_v(0) \gg D_v(\bar{\rho})$, можно записать $D_I(\bar{\rho}) \approx 2\Gamma_v(0)D_v(\bar{\rho})$. Необходимо отметить, что используемые в данном анализе допущения предполагают, во-первых, выполнение условия соответствия положения точки наблюдения дальней зоне дифракции для локальных апертур, соответствующих первому уровню иерархии структуры (т.е. обладающих максимальными линейными размерами),

$$z \gg \pi a_1^2/\lambda, \quad (4)$$

где z — расстояние от экрана до плоскости наблюдения, λ — длина волны зондирующего пучка, a_1 — максимальный размер локальной апертуры, и, во-вторых, ограниченное число уровней иерархии фрактальной структуры, являющейся по сути предфракталом (иначе говоря, минимальный размер локальных апертур должен существенно превышать длину волны освещающего структуру пучка).

В случае одномерного сканирования бинарных амплитудных экранов, обладающих свойствами "массовых" фракталов, сфокусированными когерентными пучками с диаметрами перетяжки, существенно меньшими, чем минимальный возможный размер локальных апертур фрактальной структуры, регистрируемые сигналы, пропорциональные мгновенному значению интенсивности в точке наблюдения, можно рассматривать как бинарные; подобная схема анализа структуры двумерных объектов в проходящем свете является по сути одним из вариантов так называемого "геневого" метода.

Для генерации исследуемых фрактальных структур "массового" типа рассмотрим вначале набор статистически независимых двумерных случайных распределений локальных апертур заданной формы, взаимосвязь

размеров и поверхностной плотности которых задается следующими выражениями:

$$a_i \approx s^{i/2}, \quad \rho_i \approx s^{1-i}, \quad (5)$$

где $0 < s < 1$ — некоторый параметр, определяющий свойства генерируемого фрактала; i — номер итерации, соответствующий уровню иерархии фрактала.

В данном случае структура БАЭ на j -й итерации может быть описана с помощью следующего формального соотношения

$$T(x, y) = 1 - \prod_{i=1}^j \{1 - \theta_i(x, y)\},$$

где $T(x, y)$ — значение коэффициента пропускания БАЭ в точке с координатами (x, y) ; $\theta_i(x, y)$ — бинарная функция, описывающая пространственное распределение локальных апертур i -го уровня иерархии.

При этом имеет место процесс "поглощения" апертур высших уровней иерархии (с большими значениями индекса i) апертурами низших уровней, собственно и приводящий к возникновению у структуры фрактальных свойств. В данном случае интегральные коэффициенты амплитудного пропускания ансамблей локальных апертур, соответствующих различным уровням иерархии, одинаковы и определяются значением s .

В работе рассмотрены два типа "массовых" фрактальных структур с элементарными апертурами квадратной формы, порождающие бинарные амплитудные экраны. Алгоритм генерации структур первого типа описывается следующей системой уравнений:

$$a_i = s^{i/2}, \quad n_i = (1/s - 1)^{i-1}, \quad (6)$$

где n_i — среднее число апертур, соответствующих i -му уровню иерархии фрактала, в пределах участка БАЭ единичной площади; параметр s при этом имеет смысл площади апертуры первого (исходного) уровня иерархии. Хаусдорфова размерность [2] структур данного типа определяется выражением следующего вида:

$$D_{HB} = -2 \ln(1/s - 1) / \ln s. \quad (7)$$

Выражения (6), (7) предполагают отсутствие частичного перекрытия апертур высших уровней иерархии апертурами с меньшими значениями i (т.е. суммарная площадь экрана, покрываемая апертурами i -го уровня, в точности равна $s(1 - s)^{i-1}$).

Частный случай $s = 1/9 = 0.111111\dots$ соответствует классическому примеру двумерной фрактальной структуры — так называемому случайному ковру Серпинского с хаусдорфовой размерностью, равной $D_{HB} = 1.893$ (см., например, [9]).

Фрактальные БАЭ второго типа генерируются с помощью следующего алгоритма

$$a_i = (s^{1/2})/2^{i-1}, \quad n_i = (4 - 4s)^{i-1}, \quad (8)$$

т.е. на каждом шаге генерации линейные размеры локальных апертур уменьшаются в 2 раза, при этом их хаусдорфова размерность равна

$$D_{HB} = \ln(4 - 4s) / \ln 2 = 2 + \ln(1 - s) / \ln 2. \quad (9)$$

Для реально существующих объектов (предфрактальных структур) диапазоны пространственных масштабов, соответствующие проявлению фрактальных свойств, конечны, что приводит к существованию предельно возможного значения числа итераций N при моделировании структуры бинарных амплитудных экранов. Значение N может быть определено исходя из следующих выражений:

$$N \leq 2 \ln \Delta / \ln s, \quad (10')$$

для предфракталов первого типа и

$$N \leq \ln(s^{0.5} / \Delta) / \ln 2 + 1 \quad (10'')$$

для структур второго типа, где Δ является безразмерным, нормированным на 1 значением стороны минимальной локальной апертуры фрактала. Для подобных объектов в отсутствие перекрытий локальных апертур, относящихся к различным уровням иерархии фрактальной структуры, усредненные по площади экрана значения коэффициентов амплитудного пропускания $T_{1,2}$ могут быть оценены как

$$\begin{aligned} \langle T_1 \rangle &\approx 1 - \Delta^{2-D_{HB}}, \\ \langle T_2 \rangle &\approx 1 - (1-s)s^{0.5(D_{HB}-2)}\Delta^{2-D_{HB}}. \end{aligned} \quad (11)$$

На рис. 1 приведены зависимости, иллюстрирующие взаимосвязь параметра s , хаусдорфовой размерности и интегрального коэффициента пропускания T для фрактальных структур первого и второго типов, генерируемых в соответствии с описанными выше алгоритмами (параметр Δ принят равным 0.001).

Существуют определенные ограничения на значения хаусдорфовой размерности для генерируемых описанными выше способами предфрактальных структур, связанные с разрушением целостности ансамбля локальных апертур при возрастании параметра s . В частности, критерий целостности структуры экрана, формулируемый исходя из условия $D_{HB} = 1$ и позволяющий получить предельные значения s , равные ~ 0.382 для структур первого типа и соответственно 0.50 для структур второго типа, является недостаточным, чтобы исключить возможность полного перекрытия локальных апертур в каком-либо произвольно выбранном направлении. Анализ данного условия позволяет оценить предельные значения $s = 0.25$ как для структур первого, так и второго типов. Соответствующее значение хаусдорфовой размерности при этом равно $D_{HB} \approx 1.585$.

Характерным общим свойством анализируемых структур является специфическая форма функций плотности вероятности распределений локальных апертур по размерам, обусловленная наличием у них выраженной

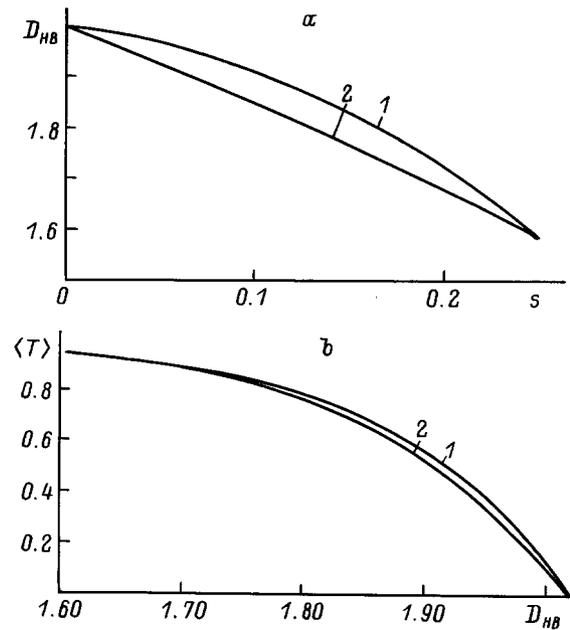


Рис. 1. Зависимости хаусдорфовой размерности D_{HB} от параметра s (а) и интегрального коэффициента пропускания $\langle T \rangle$ от D_{HB} (по приближенному выражению (11)) (б) для исследуемых амплитудных фрактальных экранов. 1 — структуры, генерируемые по алгоритму первого; 2 — второго типа.

асимметрии. Данное обстоятельство приводит к существенному превышению нормированных значений статистических моментов распределений второго и более высоких порядков над величинами, характерными для "компактных" распределений апертур, не обладающих фрактальными свойствами. В частности, для исследуемых структур, описываемых дискретными функциями распределения локальных апертур по размерам, можно ввести параметры, пропорциональные несмещенным моментам распределений локальных апертур по размерам для первого

$$\begin{aligned} M_0' &= \sum_{i=1}^N (1/s - 1)^{i-1} = \frac{s}{1-2s} \left[\left(\frac{1}{s} - 1 \right)^N - 1 \right], \\ M_1' &= \sum_{i=1}^N s^{i/2} (1/s - 1)^{i-1} \\ &= \frac{s}{1-s^{1/2}-s} \left[(s^{-1/2} - s^{1/2})^N - 1 \right], \\ M_2' &= \sum_{i=1}^N s^i (1/s - 1)^{i-1} = 1 - (1-s)^N \end{aligned} \quad (12)$$

и соответственно второго типа фрактальных структур

$$M_0'' = \sum_{i=1}^N (4-4s)^{i-1} = \frac{1}{3-4s} [(4-4s)^N - 1],$$

$$M_{1''} = \sum_{i=1}^N (s^{1/2}/2^{i-1})(4-4s)^{i-1}$$

$$= \frac{s^{1/2}}{1-2s} [(2-2s)^N - 1],$$

$$M_{2''} = \sum_{i=1}^N (s/4^{i-1})(4-4s)^{i-1} = 1 - (1-s)^N. \quad (12a)$$

Необходимо отметить, что параметры $M_{2'}$ и $M_{2''}$, соответствующие вторым моментам распределений, равны средним значениям амплитудных коэффициентов пропускания экранов.

Используя взаимосвязь между числом уровней иерархии фрактальной структуры и минимальным размером элемента Δ , можно получить следующие приближенные выражения для M_0 , M_1 , M_2 :

$$M_{0'} \approx \frac{s}{1-2s} \Delta^{-D_{HB}},$$

$$M_{1'} \approx \frac{s}{1-s^{1/2}-s} \Delta^{1-D_{HB}},$$

$$M_{2'} \approx 1 - \Delta^{2-D_{HB}} \quad (13)$$

для фрактальных структур первого типа и соответственно

$$M_{0''} \approx \frac{4(1-s)s^{0.5D_{HB}}}{3-4s} \Delta^{-D_{HB}},$$

$$M_{1''} \approx \frac{2(1-s)s^{0.5D_{HB}}}{1-2s} \Delta^{1-D_{HB}},$$

$$M_{2''} \approx 1 - (1-s)s^{0.5(D_{HB}-2)} \Delta^{2-D_{HB}} \quad (13a)$$

для фрактала второго типа, генерируемых по алгоритму (8).

В качестве обобщенного критерия асимметрии распределений обычно используется нормированное значение смещенного момента третьего порядка — коэффициент асимметрии (см., например, [12]), однако в рассматриваемом случае, как будет показано в дальнейшем, среди непосредственно измеряемых в эксперименте статистических характеристик флуктуационной компоненты интенсивности сфокусированного зондирующего пучка отсутствует величина, эквивалентная M_0 . Поэтому в качестве анализируемой характеристики может быть выбрано нормированное значение дисперсии распределения элементарных апертур по размерам

$$\mu_2 = M_2 M_0 / M_1^2. \quad (14)$$

На рис. 2 приведены графики зависимости параметра μ_2 от фрактальной размерности полученные в соответствии с выражением (14). Для БАЭ с ансамблем случайно распределенных локальных апертур, характеризующим их вырожденным (причинным) распределением по размерам вида $\rho(a) = \delta(a - a_0)$, не обладающим фрактальными свойствами, значение μ_2 равно 1.

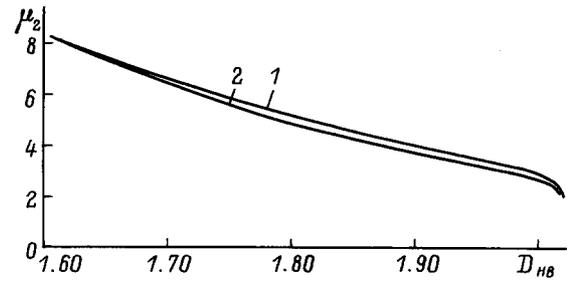


Рис. 2. Взаимосвязь значений нормированного несмещенного момента второго порядка μ_2 распределений локальных апертур по размерам и хаусдорфовой размерности для исследуемых фрактальных структур. 1 — фрактальный экран первого типа, 2 — фрактальный экран второго типа.

Рассмотрим также структурную функцию флуктуаций коэффициента пропускания экрана, в общем виде описываемую выражением

$$D_T(\bar{\rho}) = \langle \{T(\bar{\rho}) - T(0)\}^2 \rangle. \quad (15)$$

При выборе направления смещения по одной из координат x , определяемых ориентацией локальных апертур в плоскости экрана, структурная функция коэффициента пропускания для фрактальных экранов равна

$$D_T(x, 0) \approx 2 \sum_{i=1}^{J(x)} a_i(x - a_i)n_i + 2 \sum_{i=J(x)+1}^N a_i^2 n_i, \quad (16)$$

где номер итерации $J(x)$ соответствует условию $a_{J(x)} \leq x$.

В частности, выражая, как и ранее, N и $J(x)$ через Δ и x , можно получить следующее приближенное выражение для структурной функции $D_T(x, 0)$ БАЭ первого типа:

$$D_{T_1}(x, 0) = 2 \left[(x^{2-D_{HB}} - \Delta^{1-D_{HB}}) + \frac{sx}{1-s^{1/2}-s} (x^{1-D_{HB}} - 1) \right], \quad (17)$$

где x — безразмерная, нормированная на 1 величина смещения БАЭ.

В области малых значений x и s $x^{1-D_{HB}} \gg 1$, поэтому

$$D_{T_1}(x, 0) \approx 2 \left[\frac{1-s^{1/2}-2s}{1-s^{1/2}-s} x^{2-D_{HB}} - \Delta^{2-D_{HB}} \right]. \quad (18)$$

Можно показать, что в области малых значений $a_N \leq x \leq a_0$ первая производная структурной функции флуктуаций интенсивности может быть описана следующими выражениями:

$$D'_{T_1}(x, 0) \approx \frac{2(2-D_{HB})(1-s^{1/2}-2s)}{1-s^{1/2}-s} x^{1-D_{HB}} \quad (19)$$

для фрактальных экранов первого и

$$D'_{T_2}(x, 0) \approx \frac{(2-D_{HB})s^{0.5(D_{HB}-2)}}{1-2s} \times (1-s)(4s-1)x^{1-D_{HB}} \quad (20)$$

второго типа.

Таким образом, учитывая взаимосвязь между структурными функциями флуктуационной компоненты интенсивности и граничного поля, с одной стороны (выражение (3) с учетом малости $|\bar{\rho}|$), и структурными функциями $D_v(\bar{\rho})$ и $D_T(\bar{\rho})$, с другой стороны, и анализируя в логарифмических координатах $\{\ln(x), \ln(D'_I(x))\}$ скейлинговое поведение первой производной структурной функции $D_I(x)$, можно по наклону соответствующей зависимости определить значение хаусдорфовой размерности для исследуемой структуры. Необходимо отметить, что для рассматриваемых объектов, характеризуемых дискретными распределениями локальных апертур по размерам, непрерывные функции, аппроксимирующие $D_I(x)$ внутри интервала $a_N < x < a_1$, лучше описывают ее поведение для больших значений s ($s \geq 0.1$). В области малых s (и соответственно значений хаусдорфовой размерности, близких к 2) $D_I(x)$ будет лучше описываться кусочно-линейной аппроксимацией. Главной причиной для использования скейлингового анализа первой производной от структурной функции при оценке хаусдорфовой размерности исследуемых объектов является более высокая (по сравнению с $D_I(x)$) чувствительность к вариациям данного параметра при $D_{HB} < 2.0$

$$D_I(x) \sim \text{const} + x^{2-D_{HB}}, \quad D'_I(x) \sim x^{1-D_{HB}}.$$

При использовании сфокусированных зондирующих пучков с диаметром перетяжки, существенно меньшим минимального размера элемента структуры, и регистрации флуктуационной компоненты интенсивности при одномерном сканировании исследуемых образцов параметры M_1 и M_2 могут быть представлены следующим образом:

$$M_1 \cong \bar{P}, \quad M_2 \cong \bar{I}. \quad (21)$$

В выражениях (21) \bar{P} имеет смысл среднего числа выбросов сигнала за уровень отсечки на трассе сканирования единичной длины; для рассматриваемых случаев данная величина эквивалентна среднему числу локальных апертур, пересекаемых зондирующим пучком при сканировании. Параметр \bar{I} , пропорциональный несмещенному значению второго момента распределения локальных апертур БАЭ по размерам, определяет средний уровень флуктуационной компоненты интенсивности при сканировании по трассе единичной длины и соответственно среднее значение амплитудного коэффициента пропускания (прозрачности) фрактальной структуры. Определение параметра нулевого порядка M_0 , который можно интерпретировать как взвешенную (с целью исключения влияния линейных размеров локальных апертур) оценку их количества на трассе сканирования, по экспериментально полученным реализациям флуктуационной компоненты интенсивности более сложно, чем оценка двух других величин M_1 и M_2 . Определение момента первого порядка сводится к подсчету числа выбросов сигнала за заданный уровень отсечки, момент второго

порядка определяется как среднее по трассе сканирования значение бинарного сигнала; обе эти характеристики могут быть определены непосредственно на этапе его регистрации. Нулевой же момент M_0 должен вычисляться по реализации бинарного сигнала, полученного при сканировании, как значение, пропорциональное сумме величин, обратных длительности выбросов за выбранный уровень отсечки

$$M_0 \cong \sum_{i=1}^N \Delta t_i^{-1}.$$

Необходимо отметить, что вычисляемая подобным образом величина M_0 оказывается весьма критичной к погрешностям определения длительности выбросов регистрируемого сигнала за заданный уровень отсечки, пропорциональных линейным размерам пересекаемых зондирующим пучком локальных апертур. При использовании сфокусированного зондирующего пучка с конечным значением диаметра перетяжки, сравнимым с минимальным размером локальных апертур, и при наличии побочных эффектов, не связанных с исследуемой структурой (например, осцилляции регистрируемого сигнала в области перехода через уровень отсечки и др.), это может приводить к существенным отклонениям вычисляемого по экспериментальным данным значения M_0 от реального и требует использования дополнительных процедур редактирования исходных данных (часто весьма громоздких).

Более привлекательным методом оценки хаусдорфовой размерности в данном случае, как и в случае коллимированных зондирующих пучков, является скейлинговый анализ структурной функции флуктуаций интенсивности зондирующего пучка. Для бинарной флуктуационной компоненты, регистрируемой при одномерном сканировании БАЭ сфокусированным пучком, $D_I(x, 0)$ может быть представлена следующим образом:

$$D_I(x, 0) \cong 2 \sum_{i=1}^{J(x)} a_i x n_i + 2 \sum_{i=J(x)+1}^N a_i^2 n_i.$$

Соответствие данного выражения выражению (16) для структурной функции коэффициента пропускания связано с тем, что частота пересечений локальных апертур i -го уровня для рассматриваемой схемы сканирования сфокусированным пучком определяется произведением $a_i n_i$. Как следствие, для первой и второй производной структурной функции флуктуаций интенсивности в рассматриваемом случае можно записать $D'_I(x) \sim x^{1-D_{HB}}$, $D''_I(x) \sim x^{-D_{HB}}$. Анализ данных зависимостей, полученных в эксперименте со сфокусированными и коллимированными зондирующими пучками, позволяет таким образом оценить хаусдорфову размерность для исследуемых структур.

Для экспериментальных исследований были специально изготовлены образцы фрактальных амплитудных

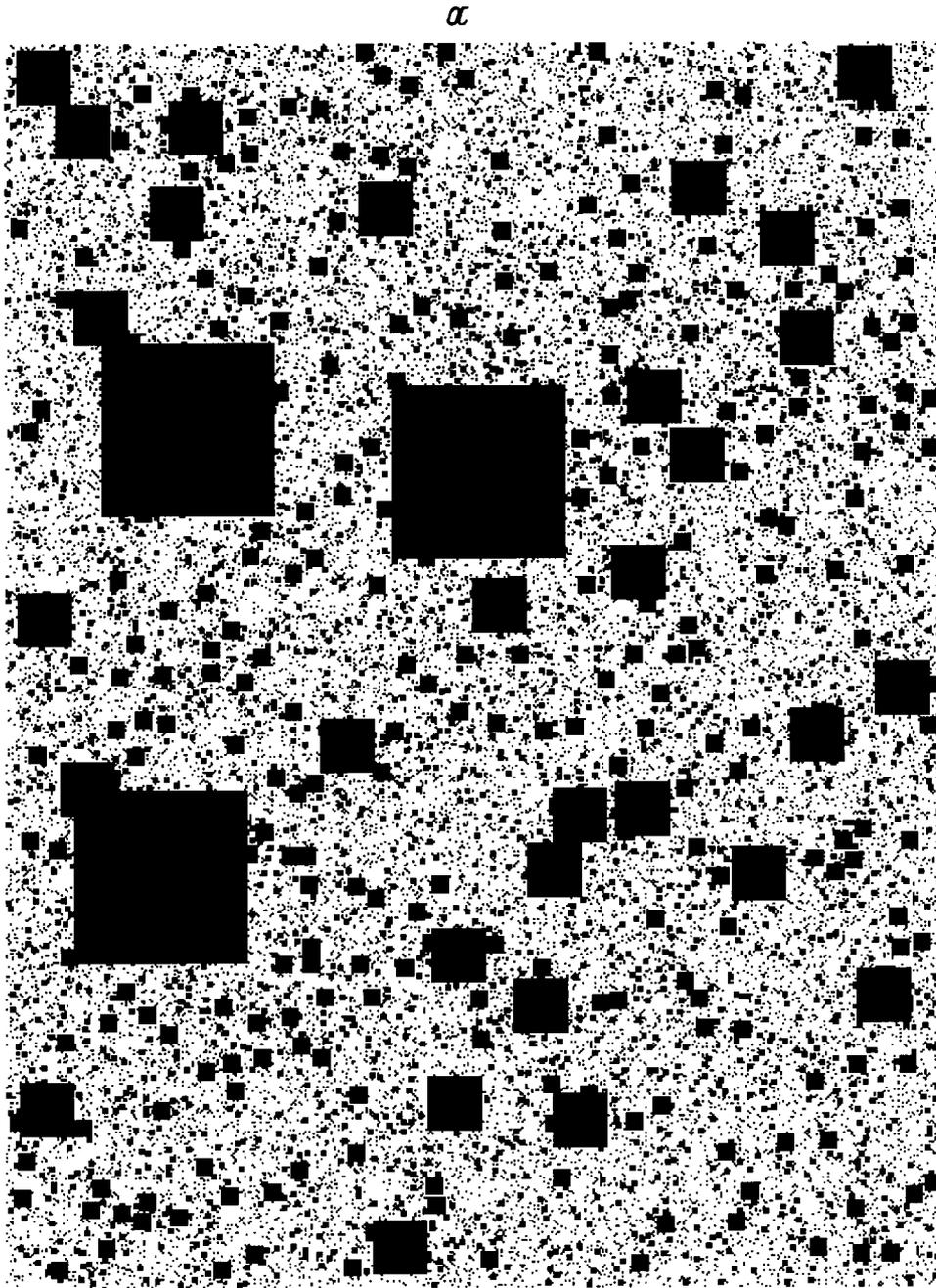


Рис. 3. Фрагменты используемых в эксперименте бинарных амплитудных экранов. a, b — фрактальные структуры первого типа; c, d — структуры второго типа; $s = 0.1$ (a, c), 0.175 (d), 0.2 (b); $D_{HV} = 1.908$ (a); 1.722 (b, d); 1.847 (c).

экранов первого и второго типов в соответствии со следующей методикой: для заданного значения s генерировались компьютерные изображения фрагментов фрактальных структур размером 640×480 пикселей, которые затем репродуцировались на высокоразрешающие голографические пластины с заданным коэффициентом масштабирования. Минимальный размер локальных апертур для полученных подобным образом БАЭ был равен $45 \mu\text{m}$. На рис. 3 приведены фрагменты модельных случайных амплитудных экранов, характеризуемых раз-

личными значениями параметра s . Следует отметить, что используемые в работе алгоритмы генерации бинарных экранов не исключают возможности частичного перекрытия локальных апертур с большими значениями индекса i апертурами с меньшими значениями на границах последних. Это обстоятельство может приводить к небольшим отклонениям значений интегральных параметров модельных БАЭ (коэффициента пропускания, хаусдорфовой размерности и др.) от задаваемых величин. Кроме того, дискретный характер создаваемых изобра-

б

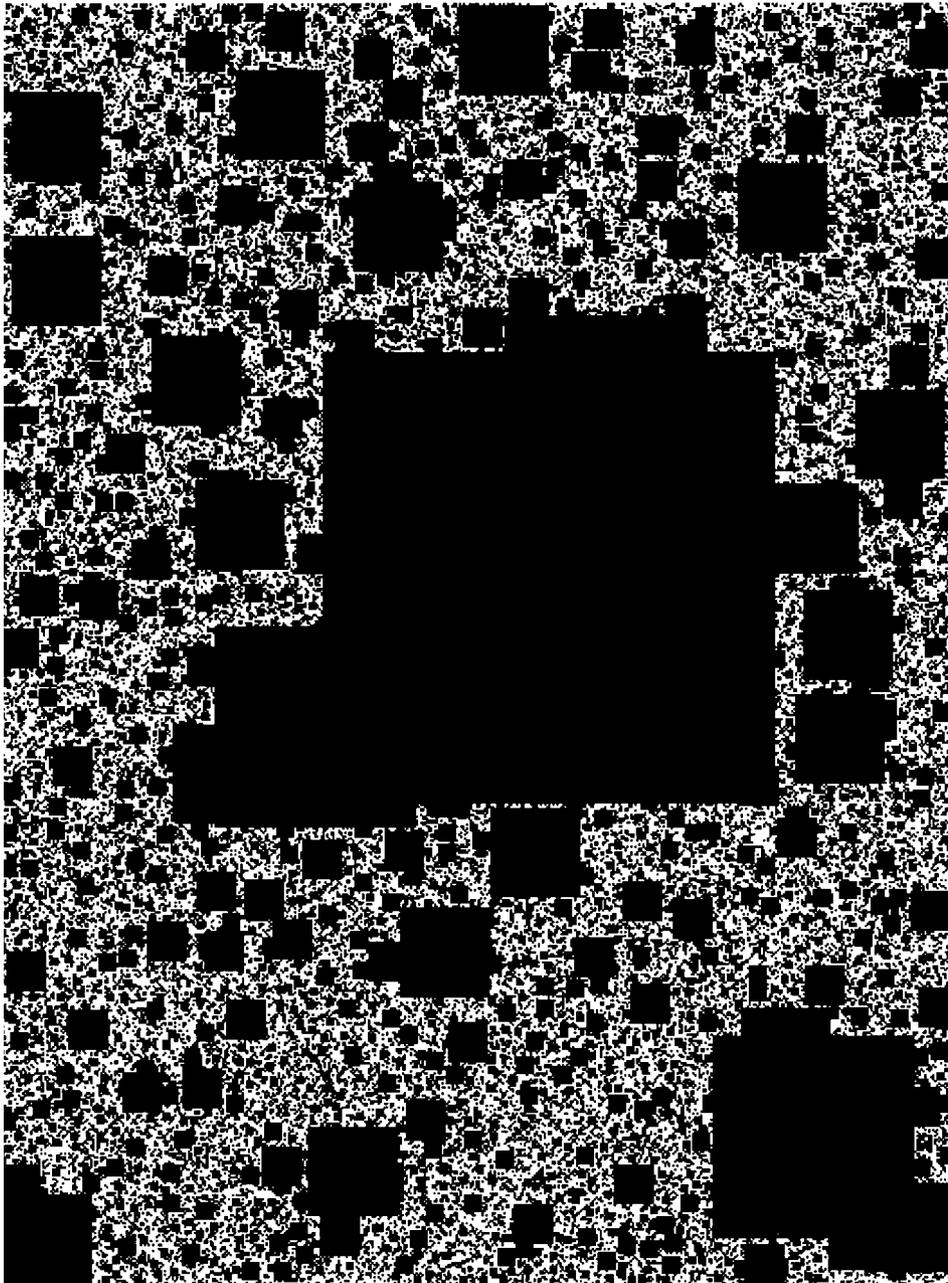


Рис. 3 (продолжение).

жений, состоящих из отдельных пикселей, приводит к дополнительным погрешностям при генерации структур первого типа. Эти погрешности связаны с необходимостью округления размеров локальных апертур при определении требуемого для их изображения числа пикселей. Однако проведенные оценки и предварительные измерения интегральных коэффициентов пропускания модельных экранов позволяют утверждать, что максимальное значение результирующей погрешности задания интегральных характеристик экрана не превышает 10%. Более детальный анализ влияния вышеперечислен-

ных факторов на измеряемые характеристики модельных БАЭ выходит за рамки данной работы и поэтому не проводился.

Схема установки для исследований корреляционных и статистических характеристик флуктуаций интенсивности зондирующих когерентных пучков при сканировании анализируемых структур приведена на рис. 4. Телескопическая система 2 используется для формирования коллимированного пучка заданного сечения, в режиме сканирования сфокусированным пучком диаметр пучка на выходе телескопической системы составлял 5 mm, при

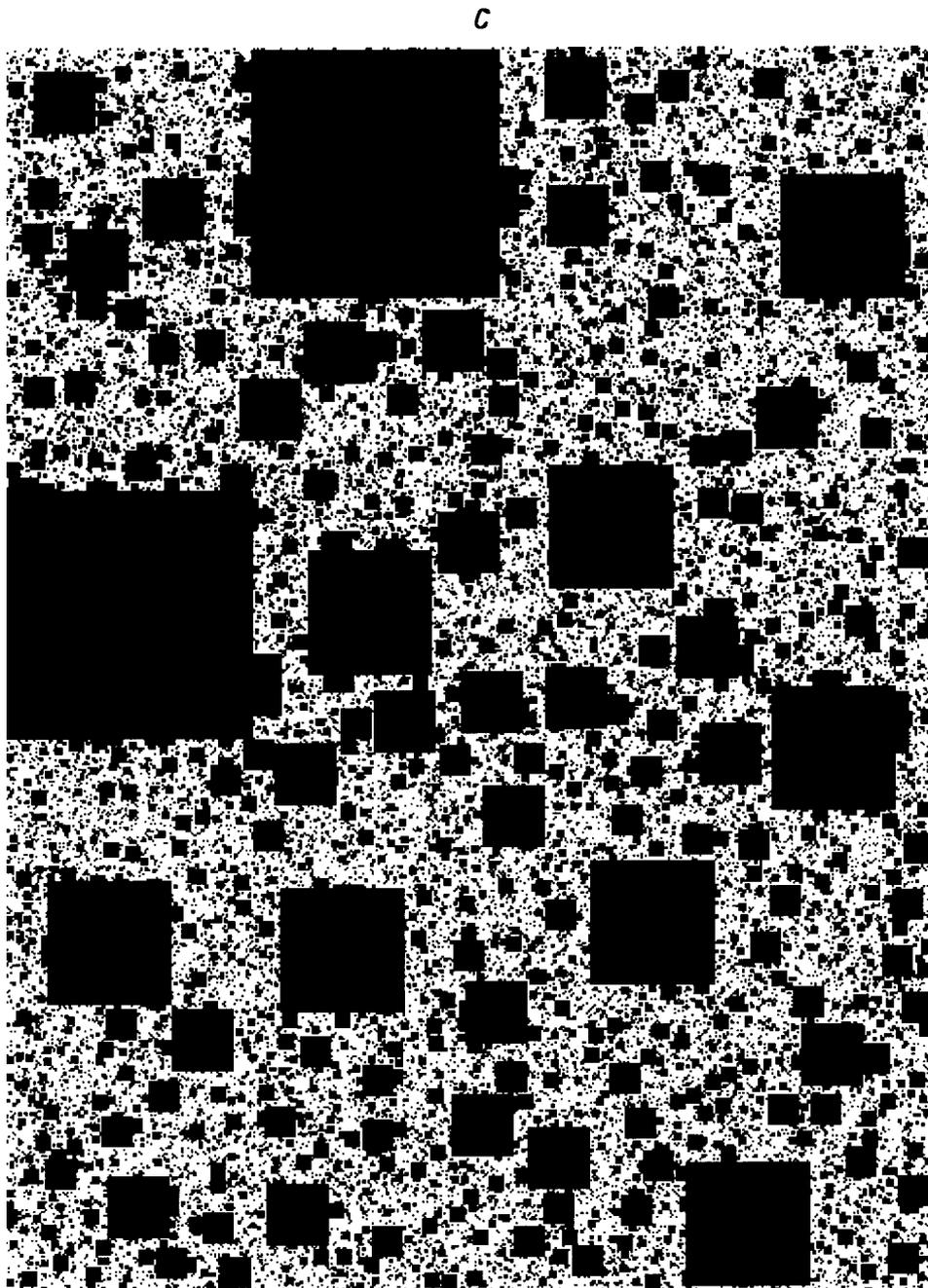


Рис. 3 (продолжение).

сканировании образцов широким коллимированным пучком диаметр последнего был равен 25 mm. В качестве фокусирующего объектива 3 использовался объектив микроскопа М-42 (8^x , $NA = 0.20$); диаметр зондирующего пучка в перетяжке при этом был равен $\sim 6 \mu\text{m}$ (значение получено путем оценки угла расходимости зондирующего пучка в дальней зоне). Сканирование исследуемых образцов осуществлялось с помощью микропозиционера 5 с шаговым приводом в направлении, перпендикулярном оси зондирующего пучка. Микропозиционер

обеспечивал при использовании внешней частоты синхронизации, равной 1 kHz, и минимальном шаге сканирования $5 \mu\text{m}$ равномерное движение образца со скоростью 5 mm/s. При частоте дискретизации исследуемого сигнала в процессе его аналого-цифрового преобразования, равной 20 kHz, могло быть достигнуто пространственное разрешение $0.25 \mu\text{m}$. В качестве фотоприемника использовался ФЭУ с диафрагмой диаметром $30 \mu\text{m}$, расположенной на оси освещающего пучка, расстояние между исследуемым экраном и фотоприемником при

d

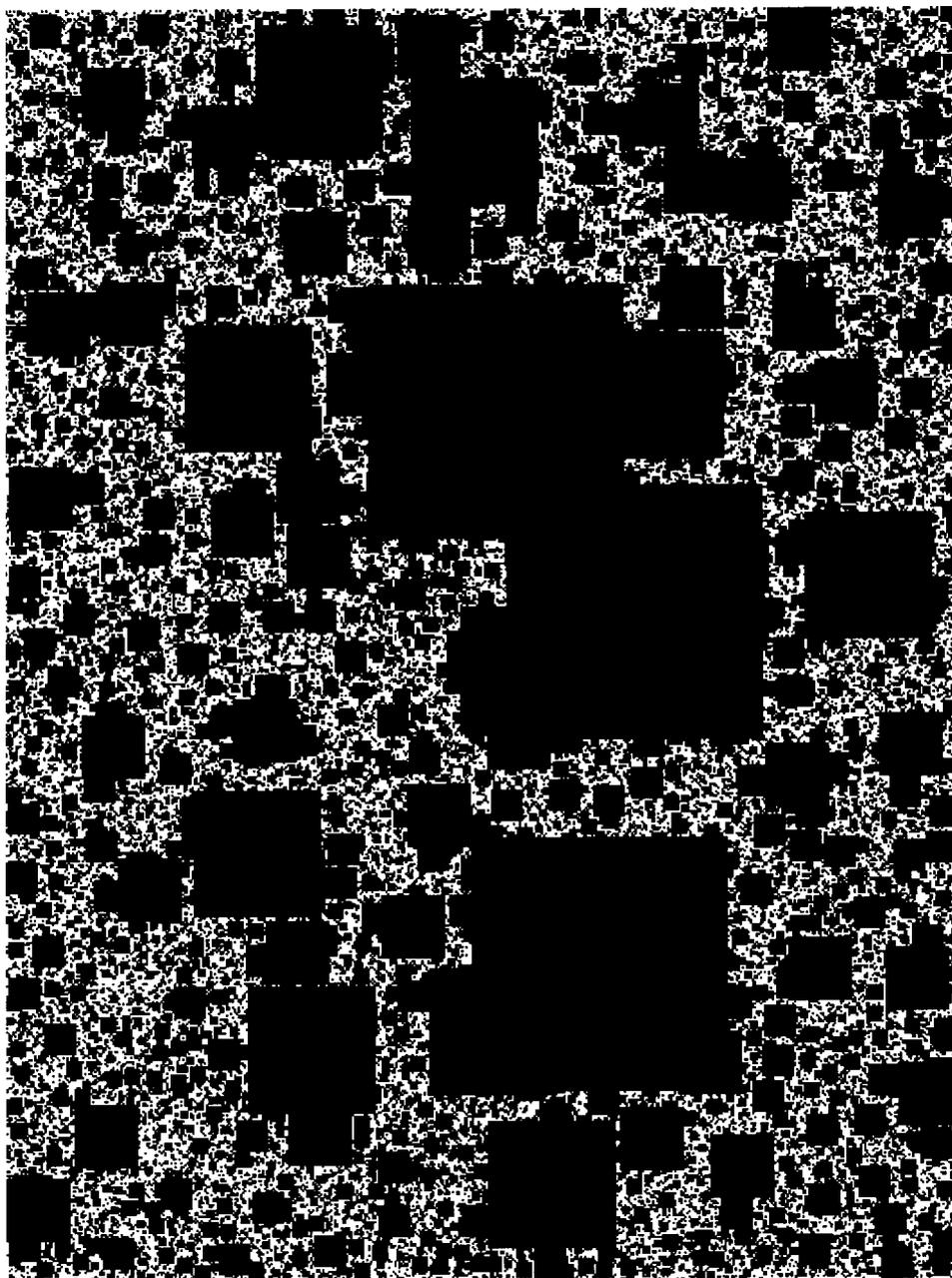


Рис. 3 (продолжение).

сканировании широким пучком было равно 2500 mm при использовании сфокусированного освещающего пучка это расстояние выбиралось равным 300 mm.

Необходимо отметить, что в первом случае используемая геометрия эксперимента не соответствует в полной мере рассмотренному выше случаю дифракции плоской волны на безграничном амплитудном экране в силу ограниченности апертуры освещающего пучка и невыполнения критерия дальней зоны дифракции для локальных апертур с размерами, не удовлетворяющими условию (4). Тем не менее поскольку в эксперименте

анализ асимптотического поведения структурных функций флуктуаций интенсивности проводился в области пространственных масштабов 50–300 μm , удовлетворяющих критерию (4) (параметр $z\lambda/\pi a_1^2$ в данном случае изменялся от 200 до 5), то представляется возможным его использование для оценки значений хаусдорфовой размерности исследуемых объектов.

В эксперименте для полученных описанным выше способом предфрактальных экранов анализировалось поведение структурных функций флуктуаций интенсивности зондирующего пучка в параксиальной области при скани-

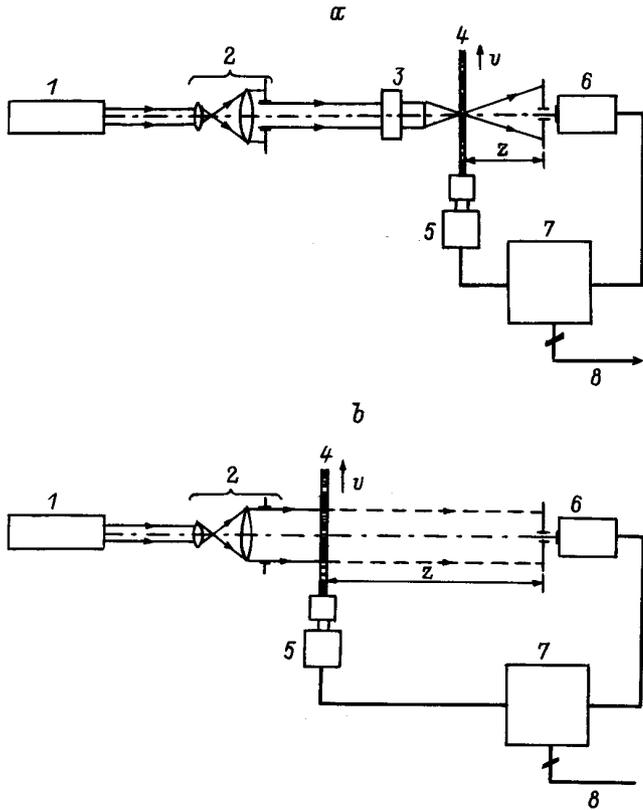


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для исследования структурных свойств амплитудных экранов. *a, b* — освещение сфокусированным и коллимированным пучком: 1 — одноомодовый He-Ne лазер, 2 — телескопическая система — расширитель пучка (35°), 3 — фокусирующий объектив, 4 — исследуемый амплитудный экран, 5 — сканирующее устройство с шаговыми двигателями, 6 — фотоприемник (ФЭУ-55) с диафрагмой, 7 — интерфейсный блок, 8 — к РС.

ровании широким коллимированным и сфокусированным пучками. По реализациям зависимостей интенсивности зондирующего пучка от текущего положения экрана при сканировании вычислялась структурная функция флуктуаций интенсивности в соответствии со следующим выражением:

$$D_I(x, 0) = D_I(h \cdot k, 0) = \frac{1}{L-k} \sum_{i=1}^{L-k} (I_{i+k} - I_i^2),$$

где L — число отсчетов в реализации флуктуаций интенсивности, полученной при сканировании, I — i -й отсчет интенсивности, h — шаг дискретизации при сканировании.

На рис. 5 и 6 в логарифмических координатах приведены фрагменты полученных при обработке экспериментальных данных при сканировании БАЭ широким коллимированным пучком зависимостей первой производной структурной функции $D'_I(x)$ от величины сдвига в плоскости БАЭ, демонстрирующие взаимосвязь среднего наклона в определенном интервале пространственных

масштабов со значением $1 - D_{HB}$. Таким образом, степенные зависимости вида $D'_I(x) \sim x^{1-D_{HB}}$ в среднем достаточно адекватно описывают характер поведения первой производной структурной функции флуктуаций интенсивности при возрастании аргумента последней; вариации локальных значений наклона исследуемых кривых могут быть обусловлены прежде всего дискретностью распределения локальных апертур по размерам, ограниченной длиной трассы сканирования и частичным соответствием геометрии эксперимента случаю дифракции плоской волны на безграничном амплитудном экране. Тем не менее построение прямой, описывающей линейный тренд зависимости $D'_I(x)$ в логарифмических координатах, и соответственно определение ее наклона позволяют с достаточной точностью оценить значение хаусдорфовой размерности для анализируемой структуры.

Аналогичный анализ был проведен при сканировании исследуемых фрактальных экранов сфокусированным зондирующим пучком. На рис. 7 приведены фрагменты структурных функций флуктуаций интенсивности

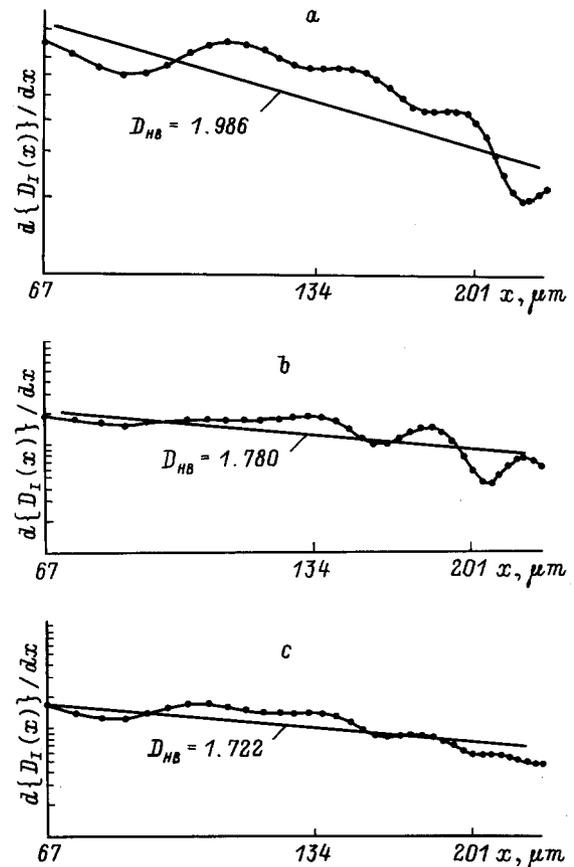


Рис. 5. Фрагменты зависимостей $D'_I(x, 0)$ (а.у) при сканировании исследуемых образцов коллимированным пучком для фрактальных экранов первого типа. *s*: *a* — 0.025, *b* — 0.175, *c* — 0.200; для каждого графика на рис. 5 и 6 приведена соответствующая теоретическая зависимость $y(x) \sim x^{1-D_{HB}}$, аппроксимирующая тренд; длина трассы сканирования 35 mm.

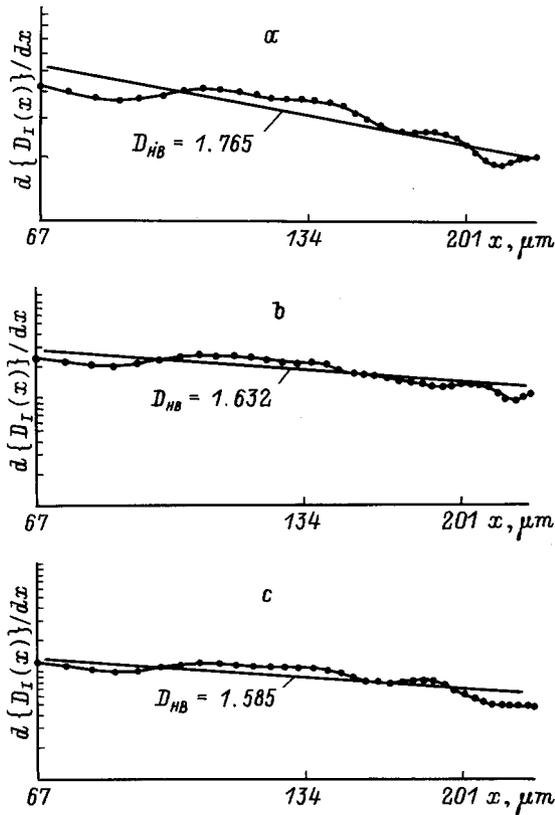


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но для фрактальных экранов второго типа. *s*: *a* — 0.15, *b* — 0.225, *c* — 0.25.

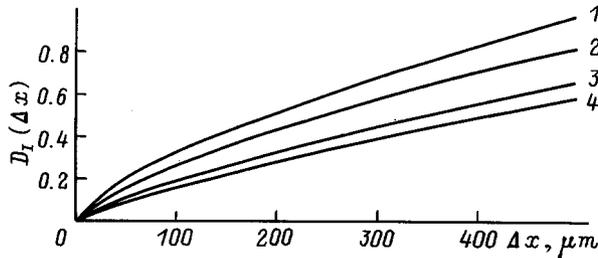


Рис. 7. Фрагменты структурных функций флуктуаций интенсивности зондирующего пучка (а.е.) при сканировании фрактальных БАЭ первого типа сфокусированным пучком. *s*: 1 — 0.225, 2 — 0.175, 3 — 0.150, 4 — 0.100.

при сканировании БАЭ первого типа, характеризуемых различными значениями *s*, сфокусированным пучком; рис. 8 и 9 иллюстрируют взаимосвязь среднего наклона зависимостей второй производной структурной функции флуктуаций интенсивности $D_I''(x)$ в логарифмических координатах с соответствующими значениями хаусдорфовой размерности, как это следует из асимптотической формы структурной функции флуктуаций интенсивности при малых значениях ее аргумента. Кусочно-линейный характер кривых $D_I(x, 0)$, обусловленный дискретностью распределений локальных апертур фрактальных экранов по размерам, проявляется в форме экспериментально

полученных зависимостей рис. 7. Анализ значений наклона структурных функций для различных *x* может быть предложен для оценки поверхностной концентрации локальных апертур различных уровней иерархии. Как и в случае коллимированных зондирующих пучков, оценка наклонов в логарифмических координатах линейных зависимостей, аппроксимирующих тренд функций $D_I'(x, 0)$ и $D_I''(x, 0)$, позволяет оценить хаусдорфову размерность исследуемых структур (рис. 8, 9). Рис. 8, 9 соответствуют последнему случаю, когда хаусдорфова размерность определяется из среднего наклона вторых производных структурной функции $D_I(x, 0)$. Функция $D_I''(x, 0)$, оцениваемая по эмпирическим данным, более критична к случайным флуктуациям измеряемых значений интенсивности и в то же время более чувствительна к вариациям хаусдорфовой размерности анализируемых структур $D_I'(x, 0) \sim x^{1-D_{HB}}$, $D_I''(x, 0) \sim x^{-D_{HB}}$.

Таким образом, рассмотренный подход, предполагающий анализ асимптотического поведения структурной функции флуктуаций интенсивности когерентного зондирующего пучка, используемого в двух существенно различных режимах (коллимированный или остросфокусированный пучки), позволяет производить оцен-

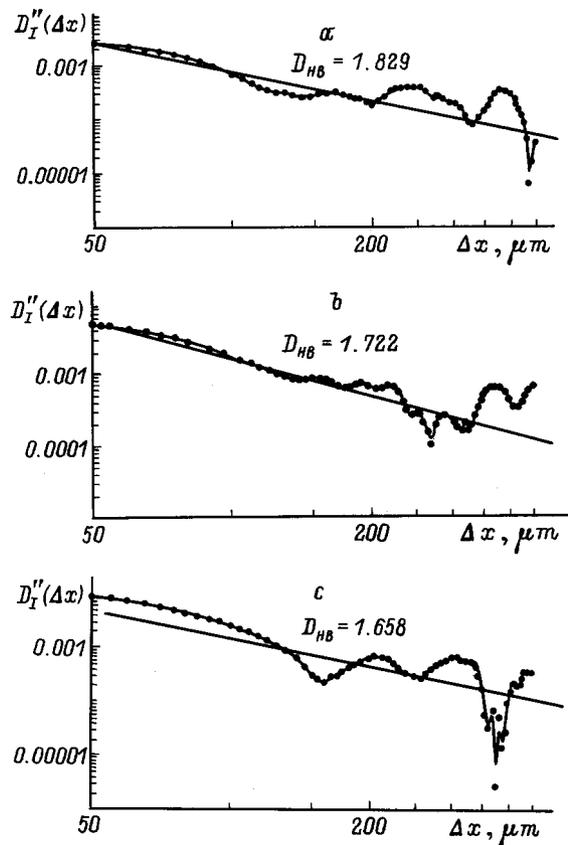


Рис. 8. Фрагменты зависимостей $D_I''(x, 0)$ (а.е.) при сканировании исследуемых образцов сфокусированным пучком для БАЭ первого типа. *s*, *a* — 0.15, *b* — 0.200, *c* — 0.225; зависимости на рис. 8 и 9, аппроксимирующие тренд, имеют вид $y(x) \sim x^{-D_{HB}}$; длина трассы сканирования 35 мм.

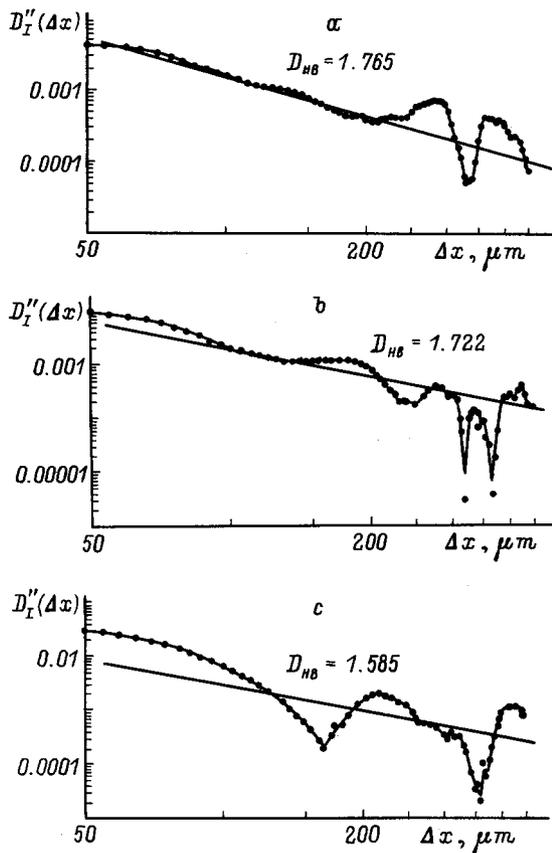


Рис. 9. То же, что на рис. 8, но для БАЭ второго типа. a — 0.15, b — 0.175, c — 0.25.

ку обобщенных параметров, описывающих фрактальные свойства исследуемых бинарных амплитудных структур (прежде всего их хаусдорфовой размерности). Данный метод может рассматриваться как дополнение к существующим когерентно-оптическим методам анализа двумерных фрактальных структур, преимуществом которого (особенно при использовании сфокусированного зондирующего пучка) является локальный характер оценок хаусдорфовой размерности. Это может оказаться весьма существенным при анализе статистически неоднородных фрактальных структур, для которых характерный масштаб флуктуаций хаусдорфовой размерности существенно превышает размеры сканируемой области, но в то же время существенно меньше размеров фрактальной структуры. В данном случае разработанный метод может быть предложен для визуализации подобных объектов с использованием хаусдорфовой размерности как параметра визуализации. Подобный подход допускает дальнейшее развитие в направлении более детального анализа особенностей распределений элементов структуры по размерам (путем анализа значений локальных наклонов структурной функции флуктуаций интенсивности для различных пространственных масштабов). В работе были рассмотрены модельные структуры, характеризующиеся дискретными распределениями локальных апертур по

размерам; вместе с тем возможно обобщение полученных результатов, например, для двумерных ансамблей поглощающих частиц с непрерывными распределениями по размерам, в определенном диапазоне пространственных масштабов допускающими степенную аппроксимацию с показателями, соответствующими эффективными значениям хаусдорфовой размерности $1 < D_{HB} \leq 2$.

Список литературы

- [1] Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: Freeman, 1982.
- [2] Мандельброт Б. // Фракталы в физике. Тр. VI Международного симпозиума по фракталам в физике. М.: Мир, 1988. С. 9–47.
- [3] Jaggard D.L., Sun X. // Opt. Lett. 1990. Vol. 15. N 24. P. 1428.
- [4] Аллен К., Клуатр М. // Фракталы в физике. Тр. VI Международного симпозиума по фракталам в физике. М.: Мир, 1988. С. 91–97.
- [5] Uozumi J., Kimora H., Asakura T. // Proc. SPIE. 1991. Vol. 1319. P. 11–12.
- [6] Джейкмен Э. // Фракталы в физике. Тр. VI Международного симпозиума по фракталам в физике. М.: Мир, 1988. С. 82–90.
- [7] Jaggard D.L., Kim Y. // JOSA A. 1987. Vol. 4. N 6. P. 1056–1062.
- [8] Zwiggelaar R., Bull C.R. // Opt. Engineering. 1995. Vol. 34. N 5. P. 1325–1332.
- [9] Sakurada Y., Uozumi J., Asakura T. // Opt. Rev. Sample issue 1994. P. 12–16.
- [10] Dogariu A., Uozumi J., Asakura T. // J. Modern. Opt. 1995. Vol. 42. N 7. P. 1467–1483.
- [11] Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
- [12] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 831 с.