

01;10

## Фокусировка пучков заряженных частиц с распределением энергии по сечению в диспергирующих системах

© С.Я. Явор

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 29 июля 1996 г.)

Проведен расчет условий фокусировки и угла наклона линии фокусов для пучка заряженных частиц с энергоугловой корреляцией при прохождении им систем с поперечной дисперсией. Приведены формулы для положения изображения в ряде электростатических и магнитных энергоанализаторов. Подробно рассчитаны параметры для цилиндрического дефлектора.

В связи с расширяющимся использованием электростатических и магнитных энергоанализаторов в различных областях науки и техники появляется необходимость дальнейшей разработки их теории. Так, в исследованиях с применением методики пересекающихся пучков возникают потоки заряженных частиц, в которых наряду с разбросом по углам и энергии возникает упорядоченное распределение по энергии поперек сечения пучка. К таким исследованиям относится изучение процессов при неупругих ион-ионных столкновениях, когда в потоке ионов, являющихся продуктами столкновений, в лабораторной системе координат энергия ионов меняется известным образом в одном из направлений по его сечению. Поэтому для выделения и регистрации ионов, относящихся к определенному процессу, возникает задача одновременно с разделением пучков заряженных частиц по энергии произвести фокусировку по углу моноэнергетического пучка с известной энергоугловой корреляцией.

Рассмотрим сначала качественно фокусировку такого пучка, выходящего из точечного источника. Положим, что в нем энергия частиц, идущих под начальными углами от  $-\alpha_0$  до  $+\alpha_0$  к оси, меняется линейно от  $E - \Delta E$  до  $E + \Delta E$ , где  $E$  — энергия частицы, движущейся по осевой траектории. При прохождении энергоанализатора, обладающего поперечной дисперсией, траектории пучка искривляются. Будем считать положительным угол  $\alpha_0$  для траекторий с меньшей начальной кривизной. Частица, идущая под углом  $\alpha_0$  с энергией  $E + \Delta E$ , отогнется полем анализатора слабее и, следовательно, пересечет осевую траекторию дальше, чем это сделала бы частица, двигающаяся под таким же углом с энергией  $E$ . Частица, идущая под углом  $-\alpha_0$  с энергией  $E - \Delta E$ , отогнется сильнее и поэтому также пересечет ось дальше, чем это сделала бы частица в моноэнергетическом пучке. Таким образом, видно, что в случае описанного выше пучка с энергоугловой корреляцией фокусировка первого порядка возможна. Однако она будет более слабой, чем при моноэнергетическом пучке. Аналогичное рассмотрение пучка с другой энергоугловой корреляцией, в котором с ростом угла  $\alpha$  энергия частиц уменьшается, показывает, что в этом случае фокусировка также возможна, но

здесь она сильнее, чем при моноэнергетичном пучке. Очевидно, что фокусировка пучков с энергоугловой корреляцией возникает благодаря искривлению осевой траектории, т.е. обеспечивается наличием поперечной дисперсии в системе.

Проведем количественный анализ условий фокусировки пучка заряженных частиц с энергоугловой корреляцией в произвольной электростатической или магнитной системе, обладающей поперечной дисперсией по энергии и имеющей плоскость симметрии. В этой плоскости выражение для траектории  $x(z)$  в пространстве изображений имеет следующий вид (с точностью до аббераций второго порядка):

$$\begin{aligned} x(z) = & (x|x)x_0 + (x|\alpha)\alpha_0 + (x|\varkappa)\varkappa + (x|xx)x_0^2 \\ & + (x|x\alpha)x_0\alpha_0 + (x|x\varkappa)x_0\varkappa + (x|\alpha\alpha)\alpha_0^2 \\ & + (x|\alpha\varkappa)\alpha_0\varkappa + (x|\varkappa\varkappa)\varkappa^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь индексом 0 обозначены начальные значения величин;  $\varkappa = \Delta E/E$  — относительное изменение энергии; выражения в скобках — это коэффициенты в разложении, зависящие от координаты  $z$ . В общем случае частицы с одними и теми же значениями  $x_0$  и  $\alpha_0$  могут обладать различными энергиями  $\Delta_0 E$  и, кроме того, у частиц, вылетающих из одной и той же точки под разными углами, имеется дополнительное изменение энергии, пропорциональное этому углу  $\Delta E = k\alpha_0 E$ . Тогда выражение для  $\varkappa$  можно записать в следующей форме:

$$\varkappa = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta_0 E + k\alpha_0 E}{E} = \varkappa_0 + k\alpha_0. \quad (2)$$

Подставив  $\varkappa$  из (2) в выражение для траектории (1), получим, что в нем появляется ряд дополнительных членов, зависящих от начального угла вылета частицы. Условием параксиальной фокусировки является независимость в первом приближении  $x(z)$  от  $\alpha_0$ . Отсюда следует новое уравнение фокусировки: при  $z = z_i$

$$(x|\alpha)_i + k(x|\varkappa)_i = 0, \quad (3)$$

При  $k = 0$  оно переходит в известное условие фокусировки моноэнергетичного пучка.

Выписав коэффициенты  $(x|\alpha)$  и  $(x|\varkappa)$  для конкретного типа анализатора и подставив в (3) значения параметра  $k$  и расстояния от источника до входа в анализатор  $l_1$ , можно получить величину  $l_2$ , определяющую положение плоскости параксиальной фокусировки пучка с энергоугловой корреляцией. Как видно, оно зависит от величины изменения энергии по сечению пучка.

Увеличение  $M$  и дисперсия  $D$  по-прежнему характеризуются коэффициентами  $(x|x)_i$  и  $(x|\varkappa)_i$  соответственно, в которые следует подставить найденное из (3) значение  $l_2$ .

Выражения для коэффициентов в (1), необходимые при вычислении параметров первого порядка в случае цилиндрического и сферического дефлекторов, приведены в [1]. В случае магнитных секторов с однородным и радиально неоднородным полями они даны в матричной форме в [2].

Найдем, как изменится коэффициент сферической (апертурной) aberrации второго порядка  $C$  при возникновении в пучке заряженных частиц энергоугловой корреляции. Указанная aberrация определяется множителем при квадрате угла  $\alpha$ . Подставив в разложение (1) значение  $\varkappa$  из (2) и сгруппировав члены при  $\alpha^2$ , получим

$$C = (x|\alpha\alpha)_i + k(x|\alpha\varkappa)_i + k^2(x|\varkappa\varkappa)_i. \quad (4)$$

Здесь индекс  $i$  соответствует плоскости параксиальной фокусировки. Как следует из формулы (4), параметр  $k$  входит в коэффициент сферической aberrации не только в неявном виде в выражения, стоящие в скобках, но и является сомножителем первой и второй степени при скобках, характеризующих хроматическую aberrацию системы. Отсюда следует, что знак параметра  $k$  может существенно повлиять на величину сферической aberrации. При  $k = 0$  формула (4) определяет сферическую aberrацию моноэнергетичного пучка.

При необходимости значительного увеличения чувствительности анализатора он может быть использован в режиме одновременной регистрации всего энергетического спектра потока заряженных частиц. Для работы в таком режиме требуется определить угол наклона линии фокусов к оси  $z$ . Найдем выражение для него в случае пучков с энергоугловой корреляцией.

Рассмотрим пучок заряженных частиц, выходящих из некоторой точки на оси  $z$ . Его координаты  $x(z)$  определяются из выражения (1), если положить в нем  $x_0 = 0$  и подставить значение  $\varkappa$  из (2). Запишем разложение для угла  $\alpha(z)$  с точностью до членов второго порядка малости

$$\alpha(z) = (\alpha|\alpha)\alpha_0 + (\alpha|\varkappa)[\varkappa_0 + k\alpha_0] + (\alpha|\alpha\alpha)\alpha_0^2 + (\alpha|\alpha\varkappa)[\varkappa_0 + k\alpha_0] + (\alpha|\varkappa\varkappa)[\varkappa_0 + k\alpha_0]^2. \quad (5)$$

Выражения в круглых скобках являются коэффициентами разложения, определяемыми типом анализатора и зависящими от координаты  $z$ .

В пространстве изображений выражение для координаты  $x(z)$  в плоскости, отстоящей на  $\Delta z$  от некоторой заданной плоскости, с учетом (1) и (5) приобретает вид

$$\begin{aligned} x(z + \Delta z) = & [(x|\alpha) + \Delta z(\alpha|\alpha)]\alpha_0 + [(x|\varkappa) + \Delta z(\alpha|\varkappa)][\varkappa_0 + k\alpha_0] + [(x|\alpha\alpha) + \Delta z(\alpha|\alpha\alpha)]\alpha_0^2 + [(x|\alpha\varkappa) + \Delta z(\alpha|\alpha\varkappa)]\alpha_0[\varkappa_0 + k\alpha_0] + [(x|\varkappa\varkappa) + \Delta z(\alpha|\varkappa\varkappa)][\varkappa_0 + k\alpha_0]^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Условием расположения изображения в этой плоскости будет  $dx|d\alpha_0 = 0$ . В линейном приближении по углу  $\alpha_0$  и параметру  $\varkappa_0$  получим

$$\Delta z = -\frac{(x|\alpha) + k(x|\varkappa) + (x|\alpha\varkappa)\varkappa_0 + 2k(x|\varkappa\varkappa)\varkappa_0}{(\alpha|\alpha) + k(\alpha|\varkappa) + (\alpha|\alpha\varkappa)\varkappa_0 + 2k(\alpha|\varkappa\varkappa)\varkappa_0}. \quad (7)$$

При выполнении условия (3), т. е. когда коэффициенты определяются в плоскости параксиальной фокусировки, в линейном приближении по  $\varkappa_0$  имеем

$$\begin{aligned} \Delta z = -\varkappa_0 \frac{(x|\alpha\varkappa)_i + 2k(x|\varkappa\varkappa)_i}{(\alpha|\alpha)_i + k(\alpha|\varkappa)_i}, \\ x = (x|\varkappa)_i \varkappa_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда получим уравнение линии фокусов для пучков заряженных частиц с энергоугловой корреляцией

$$\Delta z = -x \frac{(x|\alpha\varkappa)_i + 2k(x|\varkappa\varkappa)_i}{[(\alpha|\alpha)_i + k(\alpha|\varkappa)_i](x|\varkappa)_i}. \quad (9)$$

Величина  $\Delta z/x$  определяет тангенс угла наклона  $\gamma$  этой линии к плоскости параксиальной фокусировки. Как следует из (9), угол  $\gamma$  зависит от величины хроматических aberrаций второго порядка. При  $k = 0$  выражение (9) переходит в уравнение линии фокусов для обычных пучков.

В качестве примера проведем расчет параметров пучка заряженных частиц с энергоугловой корреляцией по сечению в энергоанализаторах типа цилиндрического дефлектора. На рисунке представлено прохождение заряженных частиц через цилиндрические дефлекторы для положительного и отрицательного значений параметра  $k$ . Здесь жирными кривыми показаны два одинаковых дефлектора, которые расположены симметрично относительно оси пучка. Штриховые линии — это траектории моноэнергетичного пучка. Они также симметричны относительно этой оси, как и положения изображений и линии фокусов (жирные прямые). Сплошные кривые — это траектории пучка с энергоугловой корреляцией, причем слева направо по сечению энергия заряженных частиц уменьшается. На рисунке видна существенная зависимость траекторий, а также положения изображений от направления поворота в анализаторах.

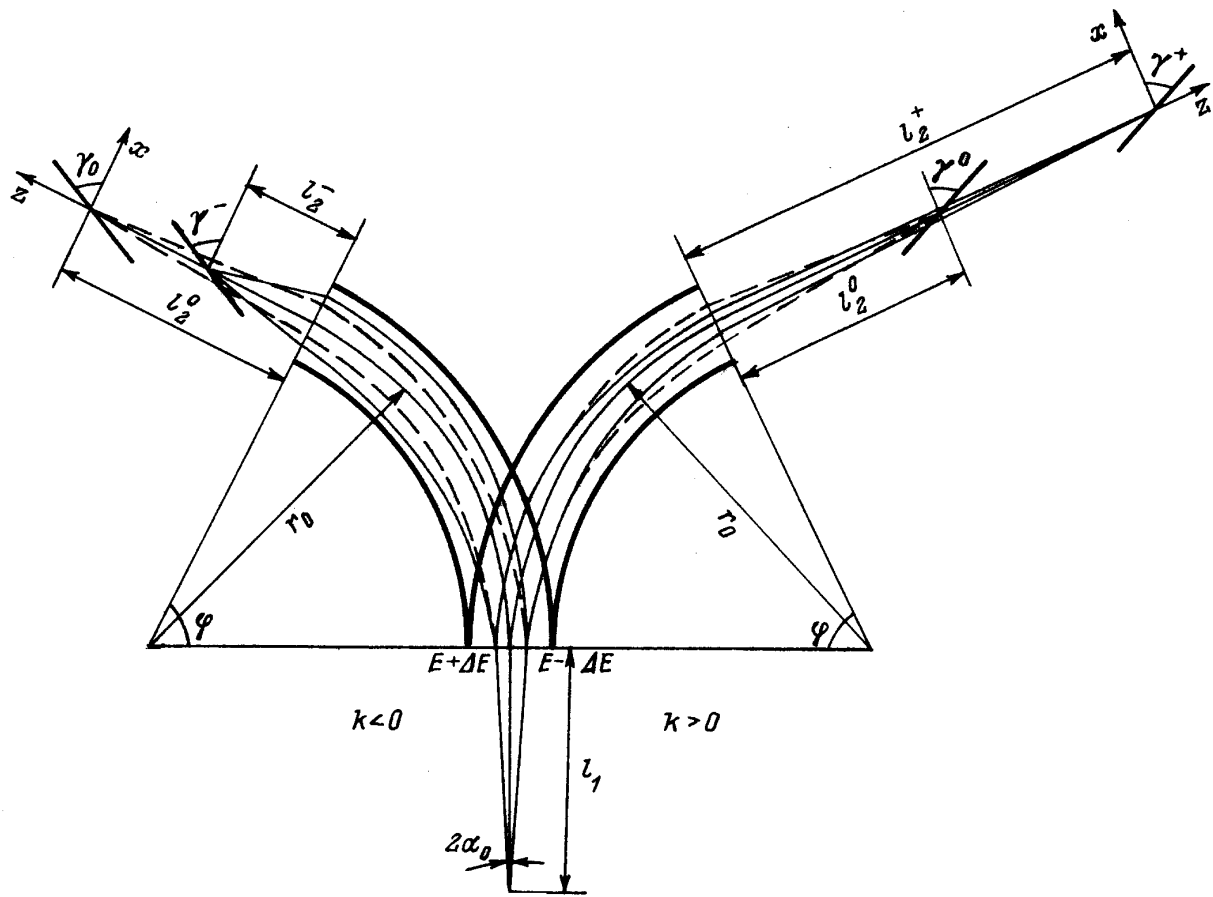


Схема двух вариантов фокусировки пучка заряженных частиц с энергоугловой корреляцией в цилиндрических энергоанализаторах. Для наглядности сравнения входы в анализаторы совмещены друг с другом.

Выражение для параксиальных траекторий в этом случае в пространстве изображений имеет вид

$$x = x_0(\cos \sqrt{2}\varphi - \sqrt{2}l_2 \sin \sqrt{2}\varphi) + \alpha_0[(l_1 + l_2) \cos \sqrt{2}\varphi + (1/\sqrt{2} - \sqrt{2}l_1 l_2) \sin \sqrt{2}\varphi] + \varkappa/2(1 - \cos \sqrt{2}\varphi + \sqrt{2}l_2 \sin \sqrt{2}\varphi). \quad (10)$$

Здесь через  $\varphi$  обозначен угловой размер цилиндрического анализатора. Выражение (10) получено для модели дефлектора со скачкообразным обрывом полей рассеяния на краях конденсатора. Поэтому угол  $\varphi$  не равен угловому размеру электродов конденсатора. Он несколько превышает последний и зависит от конкретной геометрии системы, в основном от положения и размера щелей диафрагм на входе и выходе из системы [1].

Подставив в (10) выражение для  $\varkappa$  из (2) и используя уравнение параксиальной фокусировки (3), получим для  $l_2$  выражение

$$l_2 = (1/\sqrt{2}) \times \frac{\sin \sqrt{2}\varphi + \sqrt{2}l_1 \cos \sqrt{2}\varphi + (1/\sqrt{2})k(1 - \cos \sqrt{2}\varphi)}{\sqrt{2}l_1 \sin \sqrt{2}\varphi - \cos \sqrt{2}\varphi - (1/\sqrt{2})k \sin \varphi}. \quad (11)$$

Здесь и далее линейные величины даны в единицах радиуса кривизны осевой траектории  $r_0$ . Подставив это значение  $l_2$  в множители при  $x_0$  и  $\varkappa$  в (10), найдем увеличение и дисперсию анализатора.

Используем полученные результаты для численного расчета параметров конкретных энергоанализаторов, схематически показанных на рисунке. Для анализатора, поворачивающего заряженные частицы по направлению часовой стрелки (правый анализатор), частица с углом  $+\alpha_0$  имеет энергию  $E + \Delta E$  и, следовательно, величина параметра  $k$  в этом случае положительна. Для анализатора, отклоняющего частицы против часовой стрелки (левый анализатор), углу  $+\alpha_0$  соответствует энергия  $E - \Delta E$ , а, значит, величина  $k$  — отрицательна. Положим, что начальный угол раствора пучка равен  $2\alpha_0 = 0.04$  (в rad), а относительное изменение энергии по сечению составляет  $2\Delta E/E = 2\%$ . Тогда величина  $k$  будет равна  $k = \pm 0.5$ . Возьмем анализатор с угловым размером  $\varphi = \pi/2\sqrt{2} \approx 64^\circ$  и расстоянием  $l_1$  от источника до входа, равным  $l_1 = 0.7$ . Расчет по формуле (11) дает для правого анализатора на рисунке значение  $l_2^+ = 1.51$ , для левого анализатора  $l_2^- = 0.34$ . При  $k = 0$  из (11) получаем  $l_2^0 = 0.714$ . Величины увеличения и дисперсии соответственно равны  $M^+ = -2.14$ ,  $D^+ = 1.57$  и

$M^- = -0.48$ ,  $D^- = 0.74$ . В случае моноэнергетичного по сечению пучка имеем  $M^0 = -1.0$ ,  $D^0 = 1.0$ . Здесь значок + над буквами соответствует варианту с  $k > 0$ , значок — варианту с  $k < 0$ , а значок 0 —  $k = 0$ . Из приведенных результатов следует, что, хотя дисперсия при  $k > 0$  больше, чем при  $k < 0$ , примерно в 2 раза, отношение  $D/M$  больше в случае  $k < 0$ .

Здесь не будут приведены из-за громоздкости выражения для коэффициентов хроматической аберрации второго порядка  $(x|\alpha\alpha)_i$  и  $(x|\alpha\alpha)_i$ , фигурирующие в выражениях (4) и (9). Их расчет был проведен с помощью компьютерной программы ISIOS М.И. Явора и А.С. Бердникова [3]. Отметим, что аберрационные коэффициенты были рассчитаны в приближении скачкообразного обрыва краевого поля. Подставив полученные результаты в (4) и (9), мы определили значения коэффициентов сферической аберрации  $C$  и углов наклона  $\gamma = \arctg \Delta z/x$  для рассмотренного примера. Они равны соответственно  $C^+ = -2.66$ ,  $C^- = -3.25$ ,  $C^0 = -2.82$ ,  $\gamma^+ = 72.5^\circ$ ,  $\gamma^- = 68^\circ$  и  $\gamma^0 = 70^\circ$ . В то время как углы наклона линии фокусов мало меняются с изменением величины и знака параметра  $k$ , коэффициенты  $C$  показывают более существенную зависимость от  $k$ . При  $k < 0$  сферическая аберрация значительно возрастает по абсолютной величине, а при  $k > 0$  уменьшается. Не исключена возможность полной коррекции этого вида аберрации при определенном подборе параметров системы.

Таким образом, можно сделать вывод, что при выборе между двумя знаками параметра  $k$ , т.е. между двумя вариантами расположения анализатора относительно оси пучка, следует исходить из характера используемого источника. При малых его размерах и большом угле раствора пучка предпочтительнее является система с  $k > 0$ . При значительных размерах источника больший практический интерес представляет вариант с  $k < 0$ , тем более, что он компактней.

Используя выражение (3), несложно найти положение плоскости параксиальной фокусировки пучка с энергоугловой корреляцией для тех типов энергоанализаторов, в которых коэффициенты в разложении в ряд траектории заряженной частицы можно записать в аналитическом виде. Так, для сферического дефлектора имеем

$$l_2 = \frac{\sin \varphi + l_1 \cos \varphi + k(1 - \cos \varphi)}{(l_1 - k) \sin \varphi - \cos \varphi}. \quad (12)$$

В случае магнитного сектора с однородным полем получим

$$l_2 = \frac{\sin \varphi + l_1 \cos \varphi + 0.5k(1 - \cos \varphi)}{(l_1 - 0.5k) \sin \varphi - \cos \varphi}. \quad (13)$$

Здесь все обозначения те же, что и для цилиндрического дефлектора. Как следует из сравнения (12) и (13), выражения для  $l_2$  в рассмотренных анализаторах отличаются только величиной коэффициента при параметре  $k$ . При  $k = 0$  они переходят в условия параксиальной фокусировки моноэнергетичного пучка.

Автор благодарен В.В. Афросимову за предложенную тему и дискуссии.

## Список литературы

- [1] *Афанасьев В.П., Явор С.Я.* Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. 224 с.
- [2] *Вольник Г.* Оптика заряженных частиц. С.-Пб.: Энергоиздат, 1992. 281 с.
- [3] *Yavor M.I., Berdnikov A.S.* // Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. 1995. Vol. 363 A. N 1,2. P. 416–422.