

01:09

## Двухпетлевой генератор с хаотической динамикой

© Э.В. Кальянов

Институт радиотехники и электроники РАН,  
Фрязинская часть, г. Фрязино

Поступило в Редакцию 2 октября 1996 г.

В работе содержатся новые результаты, относящиеся к интенсивно развивающейся области — исследованию динамического хаоса. Показано, что введение дополнительной широкополосной обратной связи в автостохастический генератор с запаздыванием позволяют перевести хаотические колебания в квазимонохроматические.

В настоящее время проявляется значительный интерес к управлению колебаниями автостохастических систем [1]. Для решения этой проблемы представляется возможным использование дополнительной обратной связи, которая широко применяется в генераторах детерминированных колебаний, позволяя изменять одни параметры этих генераторов без ухудшения остальных [2]. Исследование влияния дополнительной обратной связи в генераторах хаотических колебаний не проводилось и является актуальным.

В связи с широким исследованием генераторов с хаотической динамикой, имеющих запаздывание в цепи обратной связи [3–5], представляет интерес изучение возможности управления с помощью дополнительной петли обратной связи колебаниями таких генераторов.

В настоящей работе приводятся результаты теоретических исследований автостохастического генератора с запаздыванием, содержащего дополнительную цепь широкополосной запаздывающей обратной связи. Показана возможность перевода с помощью этой дополнительной обратной связи хаотических колебаний генератора в регулярные.

Основная цепь исследуемого генератора содержит замкнутые в кольцо усилитель, сдвоенный направленный ответвитель и сумматор. Усилитель, в свою очередь, состоит из последовательно

включенных линии задержки, обеспечивающей запаздывание сигнала на время  $T_1$ , нелинейного элемента с характеристикой  $F$  и фильтра первого порядка с постоянной времени  $p$ . Полезный сигнал снимается с выхода направленного ответвителя. Дополнительная обратная связь содержит переменный аттенюатор с коэффициентом пропускания  $d$  и линию задержки сигнала на время  $T_2$ . С помощью дополнительной обратной связи часть сигнала, снимаемого с одного из отводов направленного ответвителя (назовем его первым), подается на сумматор, на который поступает также сигнал с другого (второго) отвода направленного ответвителя, включенного в цепь основной обратной связи.

Аппроксимируя характеристику нелинейного элемента с помощью логистической кривой [5,6], можно представить уравнения, описывающие колебательные процессы в двухпетлевом генераторе, в виде

$$\begin{aligned}\dot{x} &= q_1 b_1 (1 - b_2) y + q_2 d y_{T2}, \\ \dot{y} &= (G x_{T1} (1 + x_{T1}^n)^{-1} - y) r, \\ z &= (1 - b_1)(1 - b_2) y,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $x, y$  — колебания на входе ( $x = x(t)$ ) и выходе ( $y = y(t)$ ) усилителя;  $z = z(t)$  — колебания на выходе генератора (на выходе направленного ответвителя);  $x_{T1} = x(t - T_1)$ ;  $y_{T2} = y(t - T_2)$ ;  $G, n$  — параметр усиления и параметр нелинейности нелинейного элемента соответственно;  $b_1, b_2$  — коэффициенты ответвления для первого и второго отводов направленного ответвителя;  $q_1, q_2$  — весовые коэффициенты сумматора;  $r = 1/p$ . Точкой обозначено дифференцирование по времени  $t$ .

Решение системы нелинейных дифференциально-разностных уравнений (1) проводилось методом Рунге–Кутта–Мерсона 4-го порядка. Результаты решения иллюстрируются рис. 1 и 2.

На рис. 1 приведены бифуркационные диаграммы, показывающие изменение максимальных значений колебательного процесса  $z(t)$  (обозначенных  $[z(t)]$ ) в зависимости от параметра, определяющего прохождение сигнала в цепи дополнительной обратной связи. Бифуркационные диаграммы получены при увеличении параметра  $d$  от 0 до 1 при  $n = 6$  (рис. 1, а) и  $n = 12$  (рис. 1, б), когда величины остальных параметров следующие:  $G = 32$ ,  $p = 0.5$ ,  $T_1 = 3$ ,  $T_2 = 1.5$ ,  $b_1 = b_2 = q_1 = q_2 = 0.5$ . Значению параметра нелинейности

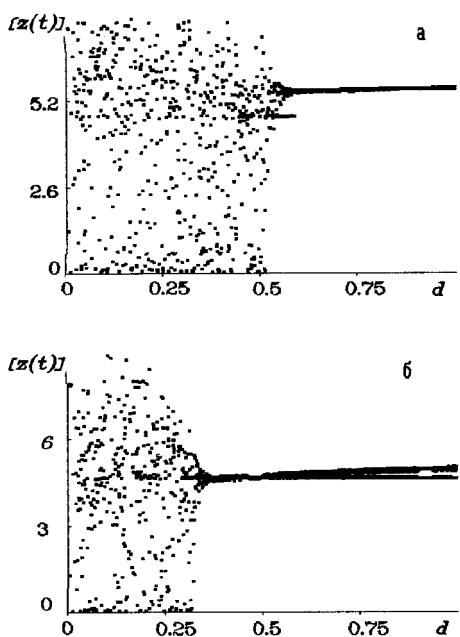
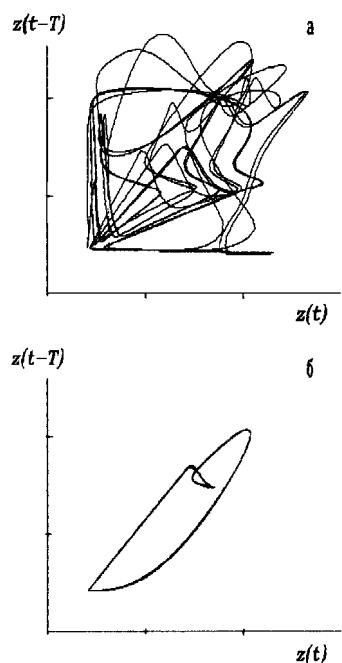


Рис. 1. Бифуркационные диаграммы при  $n = 6$  (а) и  $n = 12$  (б).

$n = 6$  соответствует величина производной падающего участка характеристики в области его максимальной крутизны, равная 52. Эта величина производной при  $n = 12$  соответствует значению 125.

Как видно, при величинах параметра  $n = 6$  в интервале  $d \in (0; 0.52)$  имеет место хаотический разброс максимальных значений колебательного процесса, что свидетельствует о хаотическом характере колебаний в отмеченном интервале величин параметра  $d$ . При  $d > 0.52$  имеет место дестохастизация колебаний; при этом наблюдается регулярное изменение максимальных значений колебательного процесса с увеличением параметра, определяющего прохождение сигнала в цепи дополнительной обратной связи.

При обратном изменении параметра  $d$  (при уменьшении  $d$  от 1 до 0) проявляется гистерезис и режим детерминированных колебаний "затягивается" в область меньших величин  $d$ .



**Рис. 2.** Аттракторы колебаний при одной (а) и двух (б) петлях запаздывающей обратной связи.

Характерные аттракторы, соответствующие значениям  $d = 0$  и  $d = 1$  бифуркационной диаграммы рис. 1, а, показаны соответственно на рис. 2, а и 2, б. Они получены в проекции на плоскость  $\{z(t), z(t-T)\}$  (при  $T = T_1 + T_2$ ) в интервале времени  $t \in (160; 200)$ . При хаотических колебаниях движения являются запутанными и аттрактор отображается сложной незамкнутой кривой. В случае дестохастизации автоколебаний имеем относительно простой предельный цикл.

При  $n = 12$ , согласно рис. 1, б, интервал значений  $d$ , соответствующий хаотическим колебаниям, сужается и имеет место при  $d \in (0; 0.32)$ . Характер хаотических и регулярных движений аналогичен иллюстрируемым аттракторами рис. 2.

Сужение интервала  $d$ , соответствующего хаотическим колебаниям, наблюдается при дальнейшем увеличении  $n$ . Наоборот, при меньших  $n$ , например при  $n = 4$ , хаотические колебания сохраняются во всем интервале изменения  $d$  от 0 до 1. Это свидетельствует о том, что процесс дестохастизации с помощью дополнительной обратной связи эффективен, как это ни парадоксально, при относительно больших нелинейностях.

Следует отметить, что, если при соответствующем выборе запаздывания  $T_1$  при  $d = 0$  генерируются регулярные автоколебания, возможны режимы стимулирования хаоса с помощью дополнительной петли обратной связи. При этом существенное значение имеет выбор величины запаздывания  $T_2$ . Этот эффект, обратный описанному, также представляет практический интерес.

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что работа генератора с двумя петлями запаздывающей обратной связи более эффективна, чем с одной петлей. Дополнительная обратная связь позволяет управлять колебаниями генератора с запаздыванием.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-04300).

## Список литературы

- [1] Astakhov V.V., Shabunin A.V., Silchenko A.N. et al. // The International Conference on Nonlinear Dynamics and Chaos. Applications in Physics, Biology and Medicine, ICND-96. Saratov, Russia, July 8–14, 1996. Book of Abstracts. P. 23.
- [2] Яковлев В.Н. Генераторы с многопетлевой обратной связью. М.: Связь, 1973. 192 с.
- [3] Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 280 с.
- [4] Кац В.А., Трубецков Д.И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. В. 3. С. 116–119.
- [5] Калъянов Э.В. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21. В. 18. С. 68–72.
- [6] Гласс Л., Мэки М. От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.