

01;05.4

## **Особенности формирования резистивной области в пространственно ограниченных многопроводных сверхпроводящих токонесущих элементах**

© А.Н. Балев, В.Р. Романовский

Российский научный центр "Курчатовский институт",  
Москва*Поступило в Редакцию 26 декабря 1996 г.*

В работе выполнен анализ возможных механизмов распространения нормально проводящей области в сверхпроводящем многопроводном токонесущем элементе при ограничении его размеров в одном направлении. Показано, что необратимое увеличение резистивной области характеризуется образованием уплощенного фронта, распространяющегося в свободном от пространственного ограничения направлении.

Появление в сверхпроводящей магнитной системе локального участка с нормальной проводимостью может приводить к ее необратимому переходу в нормальное состояние. Развиваемое при этом внутри обмотки электрическое напряжение и повышение ее температуры могут оказаться существенными и даже разрушить магнит. Поэтому для исключения неблагоприятных явлений необходимо выполнить защитные мероприятия, обеспечивающие безаварийные условия работы сверхпроводящей магнитной системы.

При теоретическом анализе переходных процессов в сверхпроводящей магнитной системе широко используется модель сплошной среды, в частности модель расширяющегося эллипсоида [1–3]. Согласно этой модели, оси эллипсоида образуются векторами скоростей нормальной зоны, распространяющейся от витка к витку и от слоя к слою. Данный подход без изменений распространяется и на случай, когда увеличение размеров тепловыделяющей области в силу конечных размеров реальной обмотки ограничивается в каком-либо пространственном измерении [3]. Однако подобные приближения не учитывают влияния краевых эффектов на характер формообразования резистивной области в случае

ее выхода на внешнюю границу. В связи с этим в настоящей работе выполнен анализ возможных механизмов распространения нормально проводящей области в сверхпроводящем многопроводном токонесущем элементе при ограничении его пространственных размеров в каком-либо одном направлении.

Будем определять изменение температуры  $T_k$  в прямолинейной неохлаждаемой композиции из  $N$  тонких соприкасающихся между собой по заданному периметру сверхпроводящих проводов на основе решения системы квазисопряженных уравнений вида

$$C_k \frac{\partial T_k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial x} \right) + \frac{I^2}{S_k^2} \rho(T_k)$$

$$- \begin{cases} \frac{p_1}{S_1 R_1} (T_1 - T_2), & k = 1 \\ \frac{p_{k-1}}{S_k R_{k-1}} (T_k - T_{k-1}) + \frac{p_k}{S_k R_k} (T_k - T_{k+1}), & k = \overline{2, N-1} \\ \frac{p_N}{S_N R_N} (T_N - T_{N-1}) & k = N \end{cases}$$

с начально-краевыми условиями

$$T_k(x, 0) = \begin{cases} T_1, & 0 < x < x_0, \quad k = k_i, \quad i = 1, 2, \dots \\ T_0, & x_0 \leq x \leq l, \quad k = k_i \\ T_0, & 0 \leq x \leq l, \quad k \neq k_i \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_k}{\partial x}(0, t) = 0, \quad T_k(l, t) = T_0.$$

Здесь  $k = 1, \dots, N$  — номер провода в композиции,  $C_k$  — объемная теплоемкость  $k$ -того элемента,  $\lambda_k$  — его коэффициент теплопроводности в продольном направлении,  $S_k$  — площадь поперечного сечения,  $p_k$  — периметр соприкосновения между двумя соседними проводами,  $R_k$  — тепловое контактное сопротивление,  $I$  — транспортный ток в каждом проводе,  $T_0$  — температура охлаждающей среды,  $T_1$  — температура теплового возмущения с начальной протяженностью  $x_0$ ,  $\rho(T_k)$  — эффективное удельное электросопротивление сверхпроводящего композита, учитывающее существование области деления тока между участками, находящимися в  $k$ -том проводе в сверхпроводящем и нормальном

состояниях [2,3]

$$\rho(T_k) = \rho_0(T_k) \begin{cases} 1, & T_k > T_{CB} \\ \frac{T_k - T_C}{T_{CB} - T_C}, & T_C \leq T_k \leq T_{CB} \\ 0, & T_k < T_C = T_{CB} - (T_{CB} - T_0) \frac{I}{I_C} \end{cases},$$

где  $\rho_0$  — удельное электросопротивление матрицы,  $I_C$ ,  $T_C$ ,  $T_{CB}$  — критические параметры сверхпроводника.

Поставленная задача описывает симметричное относительно начала координат распространение тепла в многопроводном токонесущем элементе, состоящем из сверхпроводящих композитных проводов, которое имеет место в результате действия достаточно мощного теплового возмущения ( $T_1 > T_C$ ), приведшего к мгновенному переходу локальной области токонесущего элемента в нормальное состояние. При этом тепловое взаимодействие проводов друг с другом описано моделью, предполагающей стационарное линейное распределение температуры в контактной области, верной для случая тонкой изоляции [4]. Решение записанной системы уравнений основывалось на методе конечных разностей [5]. При проведении вычислений исходные параметры принимались равными [6]

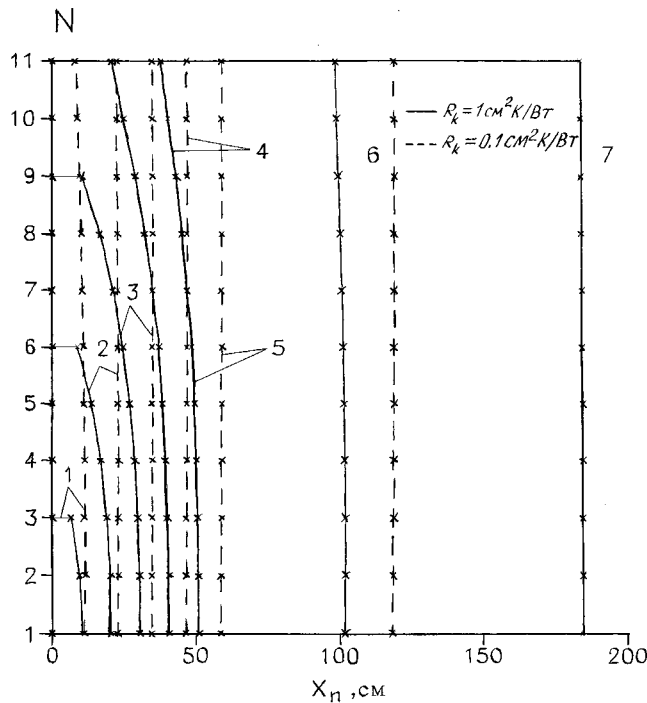
$$C_k(T) \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3 \text{К}} \right] = 10^{-6} \begin{cases} 104T^{2.5} - 197T, & 4.2 \text{ К} \leq T < 10 \text{ К} \\ 366T^2 + 180T, & 10 \text{ К} \leq T < 40 \text{ К} \\ 25.5T^{4.02-0.35 \ln T}, & 40 \text{ К} \leq T < 300 \text{ К} \end{cases}$$

$$\rho_0(T) [\text{Ом} \cdot \text{см}] = 2.93 \cdot 10^{-8} \begin{cases} 0.968 + 0.0076T, & 4.2 \text{ К} \leq T < 20 \text{ К} \\ 1.71 \times 10^9 T^{2.35 \ln T - 14.1}, & 20 \text{ К} \leq T < 35 \text{ К} \\ 8.8 \times 10^{-4} T^{2.2} + 0.12, & 35 \text{ К} \leq T \leq 100 \text{ К} \\ 0.37T - 14.8, & T > 100 \text{ К} \end{cases}$$

$$\lambda_k(T) = 2.45 \cdot 10^{-8} \frac{T}{\rho(T)}, \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot \text{К}} \right]$$

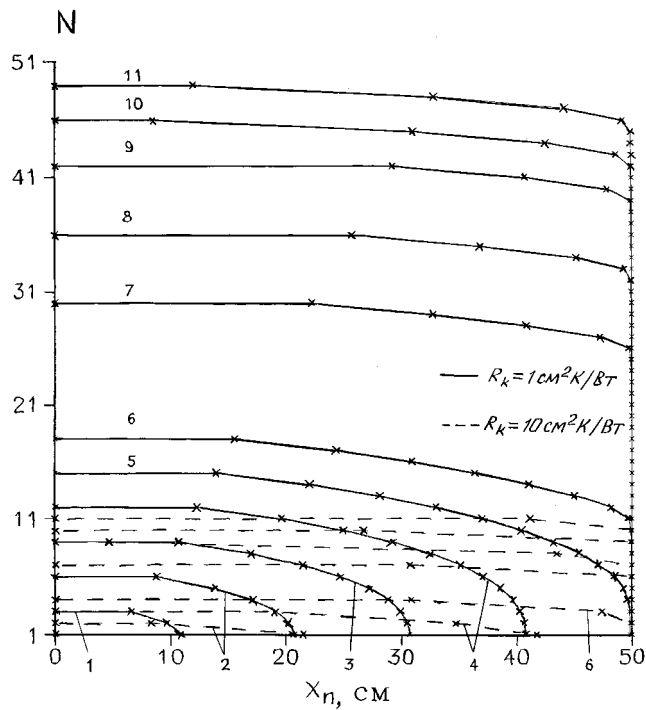
$$I = 500 \text{ А}, \quad x_0 = 1 \text{ см}, \quad k_i = 1, \quad p_k = 0.01 \text{ см}, \quad S_k = 1.13 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2, \\ T_0 = 4.2 \text{ К}, \quad T_1 = 10 \text{ К}, \quad T_{CB} = 9.5 \text{ К}, \quad T_C = 6.2317 \text{ К}.$$

Они описывают тепло- и электрофизические свойства токонесущего элемента из ниобий-титановых сверхпроводников в медной матрице.



**Рис. 1.** Изменение во времени границы резистивной области  $T_k(x_n, t) = T_{CB}$  при наличии ограничения в поперечном направлении ТНЭ. 1 —  $t = 0.01$  с, 2 —  $t = 0.02$  с, 3 —  $t = 0.03$  с, 4 —  $t = 0.04$  с, 5 —  $t = 0.05$  с, 6 —  $t = 0.1$  с, 7 —  $t = 0.18$  с.

На рис. 1, 2 представлены результаты численных экспериментов, моделирующих образование и распространение тепловыделяющей области в многопроводных токонесущих элементах, которые ограничены либо в поперечном (рис. 1), либо в продольном (рис. 2) направлении, при условии, что нормальная зона инициируется в крайнем проводе композиции. В первом случае рассматривался "длинный" токонесущий элемент с относительно малым числом проводов ( $l = 400$  см,  $N = 11$ ), а во втором — "короткий" токонесущий элемент с достаточно большим числом элементов ( $l = 50$  см,  $N = 51$ ), обеспечивающих исключение



**Рис. 2.** Влияние пространственного ограничения в продольном направлении на формирование резистивной области: 1 —  $t = 0.01$  с, 2 —  $t = 0.02$  с, 3 —  $t = 0.03$  с, 4 —  $t = 0.04$  с, 5 —  $t = 0.05$  с, 6 —  $t = 0.06$  с, 7 —  $t = 0.1$  с, 8 —  $t = 0.12$  с, 9 —  $t = 0.14$  с, 10 —  $t = 0.15$  с, 11 —  $t = 0.16$  с.

влияния поперечного краевого эффекта на процесс образования нормальных участков в токонесущем элементе. При этом варьировалась величина термического сопротивления между проводами.

Приведенные результаты наглядно демонстрируют качественные особенности влияния краевых эффектов на формирование границы, разделяющей сверхпроводящую и нормально проводящую области токонесущего элемента. Их отличительной чертой является ее уплощение после того, как она достигает соответствующего граничного участка токонесущего элемента и начинает распространяться в свободном от

ограничений направлении. При этом в случае, когда ограничение размеров тепловыделяющей области обусловлено малым числом проводов, уплощение ее границы происходит тем быстрее, чем лучше условия теплообмена между проводами. В случае, если ограничен продольный размер токонесущего элемента, как например это имеет место у витков сверхпроводящей магнитной системы, то соответствующее изменение в характере образования и распространения резистивных участков в первую очередь будет наблюдаться у токонесущего элемента с повышенными значениями термического сопротивления между его элементами.

Данные особенности следует учитывать при расчете общего сопротивления резистивной области, от величины которого зависит корректное определение характера спада тока в цепи, составленной из активно-индуктивных участков токонесущего элемента. Так в первом случае после формирования общей по всему сечению токонесущего элемента тепловыделяющей области увеличение ее размеров в продольном направлении с хорошей степенью точности может быть аппроксимировано моделью тепловыделяющего стержня с постоянно увеличивающейся резистивной областью. При этом необходимо учитывать, что скорость распространения последней, как это следует из рис. 1, оказывается зависящей не только от условий теплообмена между проводами, но и может увеличиваться с уменьшением термического сопротивления. Этот факт не учитывается в модели распространяющегося эллипсоида, т.к. в ее основе априори заложена скорость необратимого распространения нормальной зоны, вычисленная для одиночного провода [3].

В случае продольно ограниченных токонесущих элементов процесс увеличения резистивной области после того, как она достигнет концевого участка, будет зависеть от двух характерных времен: времени распространения нормальной зоны в продольном направлении  $t_x$  и времени нагрева провода до температуры выше критической  $t_k$ . Если в качестве простейших оценок принять  $t_x \sim l/v_x$  и  $t_k \sim C_k S_k R_k / p_k$ , где  $v_x = (\lambda_k \rho_0 I_C^2 / C_k^2 S_k^2 (T_{CB} - T_0))^{1/2}$  — характерная скорость распространения нормальной зоны вдоль одиночного провода [7], то, очевидно, при  $t_x \ll t_k$  тепловыделяющая область также будет иметь плоский фронт. В реальных сверхпроводящих обмотках эта оценка с большим запасом будет соответствовать переходу к данному механизму формирования резистивной области, т.к. температуры концевых участков витков, которые в рамках рассматриваемой модели приняты равными температуре хладагента, будет не только выше этого значения, но и постоянно увели-

чиваться в силу непрерывного и многовиткового характера токонесущих элементов. В результате постоянно возникающие участки с нормальной проводимостью будут сливаться друг с другом, образуя непрерывное ядро.

Таким образом, выполненное исследование показывает, что необратимое увеличение размеров резистивной области в многопроводном сверхпроводящем токонесущем элементе, ограниченном в каком-либо одном пространственном измерении, характеризуется образованием уплощенного фронта, распространяющегося в свободном от пространственного ограничения направлении.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 96-02-16122а).

## Список литературы

- [1] *Stekly Z.J.J* // *Advances in cryogenic engineering*. 1963. V. 8. P. 585–600.
- [2] *Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В.* Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [3] *Уилсон М.* Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [4] *Зарубин В.С.* Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат, 1983. 326 с.
- [5] *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 286 с.
- [6] *Кожевников И.Г., Новицкий Л.А.* Теплофизические свойства материалов при низких температурах. М.: Машиностроение, 1982. 328 с.
- [7] *Романовский В.Р.* // *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*, 1986. № 1. С. 104–109.