01;12

Солитоны в дисперсных системах с двойными электрическими слоями

© *Е.Г. Фатеев*

Институт прикладной механики УрО РАН,
Ижевск

Поступило в Редакцию 17 января 1997 г.

В работе рассматривается поведение дисперсных систем с двойными электрическими слоями во внешних нестационарных электрических полях с учетом взаимодействий между движущимися сосредоточенными зарядами в оболочках соседних зерен. Показывается, что внешнее электромагнитное возбуждение на сверхнизких частотах может передаваться в объеме дисперсных систем в виде уединенных волн. Предполагается, что реальное наблюдение таких волн возможно, например, в дисперсных системах с непроводящими сферическими включениями с жидкими тонкими оболочками, взвешенными в твердом изоляторе.

В дисперсных системах, представляемых в виде множества ячеек с непроводящими сферическими включениями (зернами) с тонкими жидкими или квазижидкими проводящими оболочками, взвешенными в твердом изоляторе, могут наблюдаться гигантские значения диэлектрической восприимчивости на сверхнизких частотах [1,2]. Подобные явления возможны и с некоторыми другими типами дисперных систем. В теориях этого эффекта [1–4] для простоты рассматривается поведение зарядов во внешних нестационарных полях всего в одной ячейке. Если перейти при рассмотрении характера электромагнитного отклика на внешнее воздействие от одной ячейки к объемной дисперсной системе, то необходимо учесть взаимодействия между движущимися сосредоточенными зарядами в оболочках соседних зерен. Очевидно, что в таких системах связанных осцилляторов могут распространяться электромагнитные волны (типа волн зарядовой плотности). Анализ этого предположения и является целью данного письма.

Представим систему одномерных осцилляторов с нескомпенсированными зарядами в оболочках дисперсных частичек радиуса r, отстоящих друг от друга на расстоянии a, как показано на рисунке. Предположим,

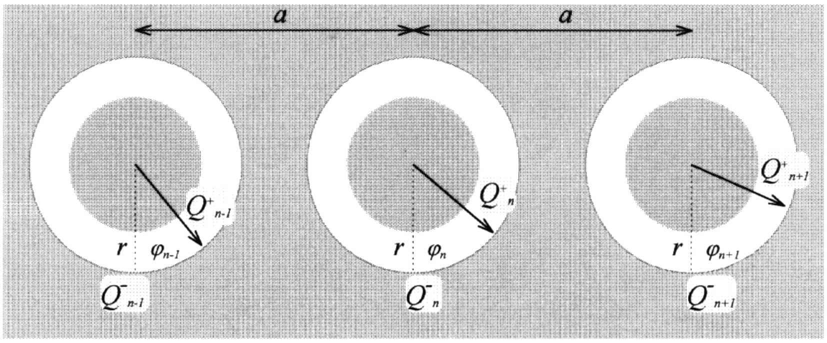

Схема системы осцилляторов, изображающих колебания зарядов в оболочках (обычная толщина которых порядка 10−100 Å) вокруг частиц с диаметрами $2r$, расположенных на расстояниях a друг от друга.

что упорядоченность ориентации зарядов сложилась при выведении системы из равновесия, например после импульса электрического поля на первую частицу. Тогда положительные заряды (пусть они значительно подвижнее отрицательных) отклонятся у частиц *1–3* на некоторые углы φ_{n-1}, φ_n, φ_{n+1}. Рассмотрим взаимодействия между зарядами и их окружением в кулоновском приближении. Выражения для кинетической энергии системы зарядов с массами $M_n = c_n m$ будут иметь вид

$$T_k = \frac{1}{2}\sum_n J_n \dot{\varphi}_n^2. \qquad (1)$$

Здесь $J_n = M_n r^2 = c_n m u r/\omega$ — момент инерции, u — скорость движения, ω — циклическая частота колебаний и c_n — количество нескомпенсированных зарядов (катионов) с массой m в оболочке n частицы. Если допустить, что диссипативные силы находятся в линейной зависимости от угловой скорости движения зарядов, то соответствующая диссипативная функция с параметрами диссипации α приобретет форму

$$D = \frac{1}{2}\sum_n \alpha \dot{\varphi}_n^2. \qquad (2)$$

Потенциальная энергия взаимодействия зарядов в описываемой системе, выражается в виде отношения

$$U_{int} = -\frac{Q^{+}Q^{+}}{4\varepsilon\varepsilon_0\pi}\sum_n \left\{ \frac{1}{\left[a - r(\sin\varphi_{n-1} - \sin\varphi_n)\right]} - \frac{1}{\left[a - r(\sin\varphi_n - \sin\varphi_{n+1})\right]} \right\}. \quad (3)$$

Здесь ε — диэлектрическая проницаемость среды между зернами с оболочками и ε_0 — диэлектрическая постоянная. Если считать отклонения зарядов от положений равновесия небольшими (т.е. $\sin\varphi_n \approx \varphi_n$), то отношение (3) для цепочек осцилляторов можно записать следующим образом:

$$U_{int} = -B\sum_n \left(\varphi_{n+1} + \varphi_{n-1} - 2\varphi_n\right), \quad (4)$$

где $B = (Q^{+})^2 r/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2$. Локальную энергию взаимодействия осциллирующих зарядов Q^{+} с окружающим их полем, создаваемым внешними к оболочкам сосредоточенными зарядами Q^{-} (см. рисунок), зададим выражением

$$U_l = -A\sum_n \cos\varphi_n, \quad (5)$$

где $A = Q^{+}Q^{-}/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$. Функция Лагранжа для нашей системы примет вид

$$Z = T_k - U_{int} - U_l. \quad (6)$$

Пусть на модельную систему действуют нестационарные силы $F(x,t)$. Тогда, используя уравнение Эйлера–Лагранжа, с учетом диссипации (2) найдем для функции (6) в континуальном приближении $na \to x$, $\varphi_n(t) \to \varphi(x,t)$ следующее нелинейное уравнение движения:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \nu_0^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \omega_0^2\sin\varphi + \eta\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \gamma(x,t). \quad (7)$$

Здесь максимальная скорость распространения возмущений в описываемой системе $\nu_0 = (aB/J)^{1/2}$, плазменная частота $\omega^2 = (A/J)^{1/2}$, возмущение $\gamma(x,t) = F(x,t)/J$ и коэффициент, ответственный за уровень диссипации, $\eta = \alpha/J$.

Выражение (7) является хорошо известным возмущенным уравнением синус-Гордона, имеющим солитоноподобные решения. Уравнение синус-Гордона вездесуще и может описывать распространение волн в ферромагнетиках, джозефсоновских линиях передач, суперионных проводниках, поведение волн зарядовой плотности и т.д. (см., например, [5,6]). Очевидно, что и в представленном случае многие интересные особенности поведения уединенных волн в дисперсных системах могут быть подобны тем, которые наблюдались в самых разнообразных средах [5,6]. Однако поведение солитонов в дисперсных системах может иметь необычные особенности, связанные с возможными гигантскими масштабами солитоноподобных возбуждений. Примером гигантской дисперсной системы, насыщенной флюидами, можно назвать литосферу [2].

Остановимся на обсуждении типа и характерного размера дисперсной системы, в которой можно было бы наблюдать описываемые волны. Идеальной была бы модель с непроводящими сферическими включениями с жидкими или квазижидкими тонкими оболочками, взвешенными в твердом изоляторе на расстоянии $a \sim 3r$. Подразумевается возможность свободной миграции и диффузии ионов вдоль поверхности включения в оболочке. В тоже время полагается, что обмен носителей зарядов в оболочках с диэлектрической матрицей пренебрежимо мал. Характерные частоты, на которых такая система имеет высокую диэлектрическую восприимчивость, определяются из отношения $\nu = 2D/r^2$ [2], и для размеров включений $r \sim 10^{-5}$ см и обычных коэффициентов диффузии ионов $D \sim 10^{-4}{-}10^{-6}$ см^2/с оказывается в области $\nu \sim 10^{-4}{-}10^6$ Гц. Решение уравнения синус-Гордона может быть корректным, если характерная длина в среде не меньше размера элементарной ячейки, составленной как минимум из двух зерен $2a$, т.е. $\lambda = 2\pi\nu_0/\omega_0 > 2a$ [7]. Таким характерным размерам соответствуют плазменные частоты $\omega_0 < \pi\nu_0/r \sim 10^1{-}10^6$ рад/с для $\nu_0 \sim 10^{-2}{-}10^3$ м/с. Это предположение согласуется с оценками плотности зарядов на единицу объема оболочки $c_n < 10^{22}$ зарядов/м^3 [2]. Соответствующий нескомпенсированный заряд в оболочке зерна размером $r \sim 10^{-3}{-}10^{-4}$ м может оказаться порядка $Q^+ \approx c_n q \sim 10^{-12}{-}10^{-9}$ Кл. Здесь $q \sim 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд.

Используя представление о балансе мощности, поступающей и диссипирущей в системе, описываемой возмущенным уравнением синус-Годона (7) [5,8], можно найти скорость установившегося движения волн в зависимости от амплитуды возмущения F, диссипации α и плазменной частоты ω_0 в виде $\nu \approx \nu_0\{1 + (4\omega_0\alpha/F\pi)^2\}^{-1/2}$. Из этого отношения, в частности, следует, что при любых мощностях возмущений максимальная скорость в системе с нескомпенсированными зарядами $Q^+ \sim 10^{-12}$ Кл и радиусами включений $r \sim 10^{-3}-10^{-4}$ м не превысит $\nu_0 \sim 10^3-10^4$ м/с. Характерная длина при этом составит около $\lambda \sim 1-10$ см, если вблизи зерен не окажется значительных сосредоточенных зарядов Q^-. Таким образом, решение уравнения синус-Гордона может быть корректным для дисперсных систем практически с любыми размерами включений.

В заключении заметим, что из-за возможности существования гигантской сверхнизкой частоты диэлектрической восприимчивости в описываемых дисперсных системах характер возбуждаемых в них солитоноподобных образований может быть нетривиальным. Возможным их следствием является эффект падения порога механической устойчивости дегидратирующихся твердых соединений во внешних сверхнизких частотных электрических полях [9–11].

Список литературы

[1] *Духин С.С., Шилов В.Н.* Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. Киев: Наук. думка, 1972. 207 с.
[2] *Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Куриленко О.Д.* Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. Киев: Наук. думка, 1977. 231 с.
[3] *Барковская Ю.Б., Шилов В.Н.* // Коллоид. журн. Т. 54. В. 2. С. 43–51.
[4] *Шилов В.Н., Шрамко О.А., Симонова Т.С.* // Коллоид. журн. Т. 54. В. 4. С. 208–215.
[5] Солитоны в действии / Ред. К. Лонгрен, Э. Скотт. М.: Мир, 1981, 312 с.
[6] *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббсон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. 694 с.
[7] *Currie J.F., Trullinger S.E., Bishop A.R., Krumhansl J.A.* // Phys. Rev. B. 1977. V. 15. N 12. P. 5567–5580.
[8] *Ferringno A., Pace S.* // Phys. Lett. 1985. V. 112A. N 1, 2. P. 77–80.
[9] *Фатеев Е.Г.* // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 10. С. 48–52.
[10] *Фатеев Е.Г.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. В. 6. С. 93–105.
[11] *Фатеев Е.Г.* // Докл. РАН (принято в печать).