01;03

О колебательной неустойчивости заряженной границы раздела несмешивающихся электропроводных жидкостей

© *А.И. Григорьев, Д.Ф. Белоножко, С.О. Ширяева, С.И. Щукин*

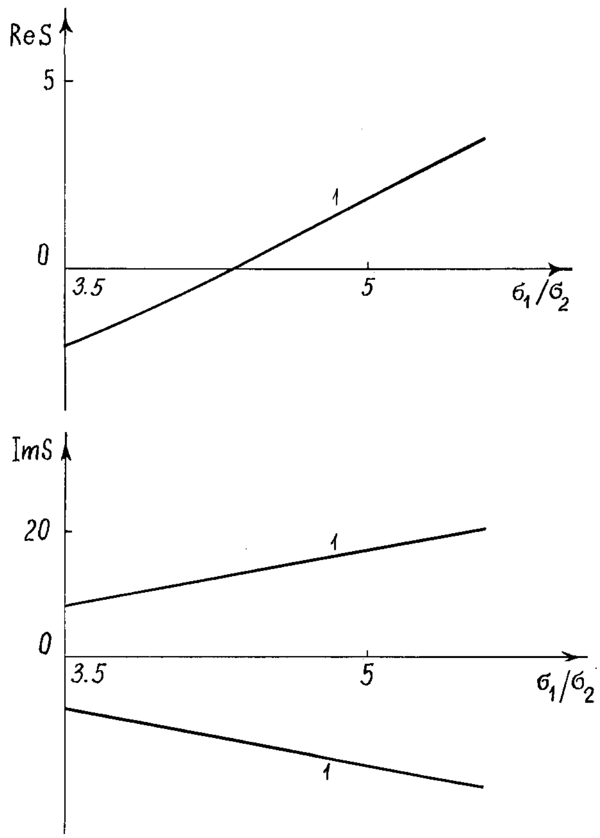
Ярославский государственный университет

Поступило в Редакцию 14 апреля 1997 г.

Показано, что в электростатическом поле, нормальном к плоской границе раздела двух вязких электропроводных жидкостей, может реализоваться колебательная неустойчивость границы раздела с периодически нарастающей амплитудой, реализующаяся, когда электропроводность верхней жидкости существенно превышает электропроводность нижней. Результаты получены численным анализом дисперсионного уравнения.

Задача об устойчивости границы раздела двух несмешивающихся жидкостей, различающихся своими физико-химическими характеристиками, возникает при объяснении эффекта "мертвого моря" [1]; в теории неустойчивости Рэлея–Тейлора в имплозийном методе атомного взрыва [2]; в инерционном термоядерном синтезе [3]; при исследовании устойчивости границ раздела многослойной жидкости, движущейся с ускорением [4]. Добавление в систему нормального к границе раздела электростатического поля задачу, естественно, не упрощает, так как появляется возможность развития неустойчивости по отношению к величине заряда, скапливающегося на границе раздела [5,6]. Как будет показано ниже, в описанной системе кроме апериодической неустойчивости типа Тонкса–Френкеля [5,6] возможно существование и колебательной неустойчивости.

Нижеследующее рассмотрение проведем на модели несжимаемых вязких проводящих жидкостей, заполняющих в поле силы тяжести все пространство. Невозмущенная граница раздела между жидкостями пусть совпадает с плоскостью XOY декартовой системы координат, ось Z которой направлена вверх, в направлении, противоположном направлению действия поля сил тяжести. Верхнюю жидкость с кинема-



Зависимости вещественной $\mathrm{Re}S = \mathrm{Re}S(\sigma_1/\sigma_2)$ и мнимой $\mathrm{Im}S = \mathrm{Im}S(\sigma_1/\sigma_2)$ компонент частоты капиллярных движений жидкости от отношения удельных проводимостей верхней σ_1 и нижней σ_2 жидкостей при $k = 1$, $\nu = 0.1$, $\varepsilon = 0.1$, $\rho = 0.01$, $\beta = 0.01$, $W = 2.15$.

тической вязкостью ν_1, плотностью ρ_1, заполняющую полупространство $z > 0$, будем считать электропроводной с удельной проводимостью σ_1 и диэлектрической проницаемостью ε_1. Нижняя жидкость заполняет полупространство $z < 0$ и обладает кинематической вязкостью ν_2, плотностью ρ_2, диэлектрической проницаемостью ε_2 и удельной проводимостью σ_2. Примем также, что невозмущенная граница раздела жидкостей однородно заряжена с поверхностной плотностью заряда $\varkappa$ и обладает поверхностным натяжением с коэффициентом γ. Электростатические поля в верхней и нижней областях будем обозначать E_1 и E_2 соответственно.

Дисперсионное уравнение, описывающее капиллярные движения жидкости в обсуждаемой системе с учетом эффекта релаксации электрического заряда, имеет вид [7]:

$$\begin{aligned}
&-\alpha^2\big(s^2(1+s\beta)n + sk\theta d\big) - sk^3 H\Lambda \\
&\qquad + (1+s\beta)^2\Big(s^4(\rho+1)n - 4s^2k^3\nu^2(\rho-1)^2 d \\
&\qquad + 4s^3k^2\nu(\rho-1)m + 4\rho s^4 k\Big) \\
&\qquad + (1+s\beta)\Big(s^3k^2\theta n + s^3k\theta(\rho+1)d \\
&\qquad + k^2(H+\Lambda s)(s^2 m - 2sk\Theta\nu(\rho-1)d)\Big) = 0, \qquad (1)
\end{aligned}$$

где приняты обозначения:

$$n = \rho\left(\sqrt{k^2+s/\nu_2} - k\right) + \left(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\right);$$

$$m = \rho\left(\sqrt{k^2+s/\nu_2} - k\right) - \left(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\right);$$

$$d = \left(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\right)\left(\sqrt{k^2+s/\nu_1} - k\right),$$

$$\alpha^2 = (1+s\beta)\left(k(\rho-1) - k^3\right) + k^2F;$$

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \quad \beta = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{4\pi(\sigma_1+\sigma_2)}; \quad \rho = \rho_1;$$

$$\theta = W(1-\varepsilon\sigma)\beta\left(1 - \frac{1+\sigma}{1+\varepsilon}\right); \quad \Lambda = W(1-\varepsilon\sigma)\beta\left(1 - \frac{1-\sigma}{1+\varepsilon}\right);$$

$$F = W(1-\sigma)\left(s\beta\frac{1-\sigma}{1+\varepsilon} + \frac{1+\varepsilon\sigma^2}{1+\sigma}\right);$$

$$H = W(1-\varepsilon\sigma)\left(s\beta\left[1-\frac{1-\sigma}{1+\varepsilon}\right]+\frac{2\sigma}{1+\sigma}\right); \quad W=\frac{\varepsilon_1 E_{10}^2}{4\pi}.$$

При записи дисперсионного уравнения (1) были использованы безразмерные переменные, в которых $g=\rho_2=\gamma=1$, когда характерные масштабы размерных величин имеют вид:

$$s_* = \left(\frac{\rho_2 g^3}{\gamma}\right)^{1/4}; \quad k_* = \left(\frac{\rho_2 g}{\gamma}\right)^{1/2}; \quad \rho_* = \rho_2;$$

$$\nu_{1*} = \frac{\gamma}{\rho_2 g^3}; \quad \nu_{2*} = \frac{\gamma}{\rho_2 g^3}; \quad \beta_* = \left(\frac{\gamma}{\rho_2 g^3}\right)^{1/4}; \quad W_* = \sqrt{\rho g \gamma}.$$

Численный анализ дисперсионного уравнения (1) показывает, что кроме обычного спектра капиллярных волновых движений, реализующихся в подобных системах (см., например, [8,9]), при малых плотностях и больших удельных электропроводностях верхней среды в системе возникают волновые движения с экспоненциально нарастающей амплитудой, т. е. проявляется колебательная неустойчивость границы раздела, как это видно из рисунка. Физический смысл появления колебательной неустойчивости в нормальном к границе раздела электростатическом поле связан с раскачкой тепловых капиллярных волн волнами перераспределяющегося вдоль границы раздела электрического заряда (сопровождающимися волнами давления электрического поля). Когда удельная электропроводность верхней среды много больше электропроводности нижней среды, волна перераспределяющегося в верхней среде заряда опережает таковую для нижней среды и передает ей дополнительную энергию. Если же еще и плотность верхней среды много меньше плотности нижней жидкости (как это и имеет место в анализируемом случае), тогда и реализуется колебательная неустойчивость границы раздела. По всей видимости, именно такая неустойчивость имела места в экспериментах М.Д. Габовича с сотрудниками [10,11].

Список литературы

[1] *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 696 с.
[2] *Ферми Э.* Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1972. С. 490–501.
[3] *Sapir M., Havazelet D.* // J. Phys. D.: Appl. Phys. 1985. V. 18. P. 41–46.

[4] *Lyell M.J., Roh M.* // AIAA Journal. 1991. V. 29. N 11. P. 1894–1900.
[5] *Tonks L.* // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 562–568.
[6] *Френкель Я.И.* // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. В. 4. С. 348–350.
[7] *Melcher J.R., Smith C.V.* // Phys. Fluids. 1969. V. 12. N 4. P. 778–790.
[8] *Григорьев О.А., Ширяева С.О.* // Изв. РАН. МЖГ. 1996. N 1. С. 98–105.
[9] *Ширяева С.О., Григорьев А.И., Коромыслов В.А.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 4. С. 89–94.
[10] *Габович М.Д., Порицкий В.Я.* // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 33. В. 6. С. 320–324.
[11] *Габович М.Д., Хомич В.А.* // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. В. 11. С. 673–677.