01;07

Угловой момент импульса полей маломодового волокна: II. Конверсия углового момента

© *А.В. Воляр, Т.А. Фадеева, Н.А. Грошенко*

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 25 марта 1997 г.

Изучено преобразование плотности углового момента импульса в поле неустойчивого IV вихря маломодового оптического волокна.

Показано, что явление модовой дисперсии IV вихрей проявляется как конверсия поляризационной и орбитальной частей электродинамического углового момента импульса. Дефект углового момента может быть зарегистрирован экспериментально как механическая закрутка оптического маломодового волокна. Формально дисперсионный процесс выглядит как конверсия знаков орбитальной и поляризационной частей плотности углового момента.

Для описания плотности потока энергии вихря волокна введен комплексный псевдопотенциал, действительная и мнимая части которого характеризуют силовые линии и линии равного псевдопотенциала.

Экспериментально исследована конверсия состояний поля с эквивалентными парциальными $\hat{\mathbf{e}}^{+}F_1(R)\exp\{-i\varphi\}$ и $\hat{\mathbf{e}}^{-}F_1(R)\exp\{+i\varphi\}$ вихрями.

Физические механизмы взаимодействия света и вещества позволяют различать электродинамический угловой и квантовый спиновый моменты импульса светового поля [1]. Угловой момент обычно связывают с вращательной степенью свободы электромагнитного поля и его плотность определяют как

$$\mathbf{M} = \rho \times \mathbf{P}/c^2, \tag{1}$$

где $\mathbf{P}$ — вектор Пойнтинга. Квантовую плотность вектора спина фотонов определяют по формуле

$$S_i = 1/2\varepsilon_{ijk}(A_k\partial A_j/\partial t - A_j\partial A_k/\partial t) \tag{2}$$

(ε_{ijk} — тензор Леви–Чивита, A_j — векторный потенциал) и связывают с внутренней степенью свободы фотонного поля.

Известны электродинамические процессы преобразования плотности моментов импульса **M** и **S** в анизотроных [2] и астигаматических [3] оптических системах. Преобразование линейно поляризованного пучка Эрмита–Гаусса HG_{mn} в пучок Лагерра–Гаусса LG_{lp} (l — топологический заряд) обычно связывают с преобразованием орбитального углового момента $\mathbf{M} = 0$ в $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0$. Этим свойством наделен оптический модовый конвертер, состоящий из системы сферических и цилиндрических линз. Кроме того, такой конвертер за счет воздействия на фазу Гуи собственных мод способен изменять знак топологического заряда $l \to -l$ и, следовательно, знак углового момента [3].

В оптических волокнах электродинамические и квантовые свойства полей нельзя рассматривать в отрыве от векторных поляризационных свойств. Наиболее ярко это проявляется для неустойчивых IV вихрей маломодового волокна, для которых выполняется соотношение

$$\sigma_z + l = 0 \tag{3}$$

($\sigma_z = \pm 1$ — спиральность поля, характризуемая циркуляцией поляризации) [5]. Вследствие явления модовой дисперсии в IV вихрях [4] возможны процессы типа

$$-l \to l, \quad \sigma_z \to -\sigma_z. \tag{4}$$

Кажется довольно соблазнительным связать с топологическим зарядом l орбитальный угловой момент, а со спиральностью σ_z квантовый спиновый момент импульса. Однако следует помнить, что для **M** и **S** моментов законы сохранения выполняются отдельно друг от друга [1], величины **M** и **S** описывают различные физические процессы и, следовательно, конверсия типа $\mathbf{M} \leftrightarrow \mathbf{S}$ невозможна.

Вместе с тем угловой момент параксиальных пучков **M** в свободном пространстве можно представить в виде суммы углового поляризационного момента $\mathbf{M}_s$, вклад в который дает спиральность σ_z, и орбитального углового момента $\mathbf{M}_l$, связанного с топологическим зарядом l [6]. В основе такого разделения лежит условие $\mathrm{div}\mathbf{e} = 0$ ($\mathbf{e}$ — вектор напряженности электрического поля), которое не учитывает поляризационных свойств волны в неоднородной среде.

Целью данной работы явилось изучение условий преобразования поперечных компонент вектора Пойнтинга потока энергии в поле IV вихря, возмущенного полем основной циркулярно поляризованной HE_{11} моды маломодового волокна, и связанного с ними процесса преобразования плотности углового момента импульса **M**.

1. Пусть вдоль маломодового волокна совместно с IV^+_{-1} вихрем распространяется правоциркулярно поляризованная HE^+_{11} мода, имеющая постоянную распространения β_0. Запишем компоненты напряженности электрических и магнитных полей возмущенного неустойчивого IV^+_{-1} вихря в виде [5,7]:

$$\mathbf{e}_t = \left(\hat{\mathbf{e}}^+ \exp\{-i\varphi\} \cos\Delta\beta z - i\hat{\mathbf{e}}^- \exp\{i\varphi\} \sin\Delta\beta z\right)$$

$$\times F_1 \exp\left\{i\,\frac{\beta_2+\beta_4}{2}\,z\right\} + a\hat{\mathbf{e}}^+ F_0 \exp\{i\beta_0 z\},$$

$$\mathbf{h}_i = -n_{co}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\Big\{\left(\hat{\mathbf{e}}^+ \exp\{-i\varphi\} \cos\Delta\beta z + i\hat{\mathbf{e}}^- \exp\{i\varphi\} \sin\Delta\beta z\right)$$

$$\times F_1 \exp\Big\{i\,\frac{B_2+\beta_4}{2}\,z\Big\} + a\hat{\mathbf{e}}^+ F_0 \exp\{i\beta_0 z\}\Big\},$$

$$e_z = i\,\frac{\sqrt{2\Delta}}{V}\left(G_1^+ \exp\{i\beta_2 z\} + aG_0 \exp\{i\beta_0 z\}\right),$$

$$h_z = \pm n_{co}\left(\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\right)^{1/2} \frac{\sqrt{2\Delta}}{V}\left(G_1^+ \exp\{i\beta_4 z\} + aG_0 \exp\{i\beta_0 z\}\right), \qquad (5)$$

где β_2 и β_4 — постоянные распространения TM и TE мод, $\Delta\beta = (\beta_4 - \beta_2)/2$, F_l, G_l — функции поперечного распределения $\mathbf{e_t}$ и e_z полей, R — нормированный радиус поперечного сечения волокна.

Используя соотношения (5), получим выражение для компонент вектора Пойтинга $\mathbf{P} = |\mathbf{E}\times\mathbf{H}|$ и $\mathbf{M}_z$ компоненты плотности углового момента импульса IV^+_{-1} вихря, возмущенного полем HE^+_{11} моды:

$$P_\varphi = -K\Big\{F_1 G_1^+ \cos 2\Delta\beta z + a^2 F_0 G_0$$

$$+ a(F_0 C_1^+ + F_1 G_0)\cos\Delta\beta z \cos(\Delta\beta_1 z - \varphi)\Big\},$$

$$P_r = 2Ka(F_0 G_1^+ - F_1 G_0)\cos\Delta\beta z \sin(\Delta\beta_1 z - \varphi),\ \ \Delta\beta_1 = 1/2(\beta_2+\beta_4) - \beta_0,$$

$$P_z = K\frac{V}{\sqrt{2\Delta}}\left\{F_1^2 + a^2 F_0^2 + 2aF_1 F_0 \cos\Delta\beta z \cos(\Delta\beta_1 z - \varphi)\right\}, \qquad (6)$$

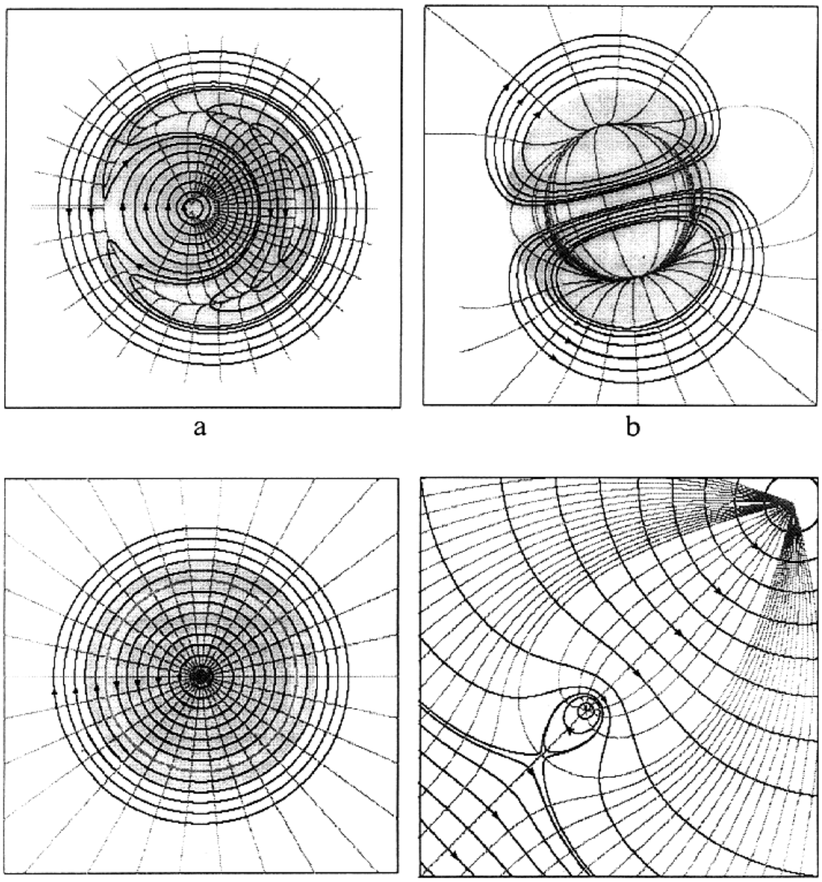
$$\mathbf{M}_z = \rho \mathbf{P}_\varphi / c^2, \quad K = a_1^2/2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} n_{co}}\frac{\sqrt{2\Delta}}{V}, \tag{7}$$

где a_1 — амплитуда напряженности поля $\mathbf{e}_t$ IV вихря, $\rho = \rho_0 R$, ρ_0 — радиус сердцевины волокна.

Как видно из выражений (6) и (7), разделение углового момента $\mathbf{M}_z$ на орбитальную и поляризационную части в IV вихрях теряет смысл. Каждое выражение для поперечных компонент энергетического потока содержит члены, одновременно ответственные за орбитальную и поляризационную части. Кроме того, поле неустойчивого IV вихря не является строго поперечным и для него не выполняется требование $\mathrm{div}\mathbf{e} = 0$. Продольные z компоненты электрического и магнитного полей этого вихря гладкие и не имеют дислокаций, однако z компоненты возмущающей циркулярно поляризованной HE_{11}^+ моды переносят винтовую дислокацию с топологическим зарядом $l = 1$.

Если возмущающее поле мало или отсутствует ($a = 0$), то формально можно считать, что угловому моменту невозмущенного IV вихря на входном торце волокна ($z = 0$) соответствуют поляризационный момент $\mathbf{M}_s$ с $\sigma_z = +1$ и орбитальный момент $\mathbf{M}_l$ с $l = -1$. По мере распространения вдоль волокна компонента $\mathbf{M}_z$ плотности углового момента постепенно уменьшается и достигает величины $\mathbf{M}_z = 0$ на длине $z = \pi/4\Delta\beta$. На длине $z = \pi/2\Delta\beta$ плотности углового момента уже соответствуют числа $\sigma_z = -1$ и $l = +1$, а $\mathbf{M}_z$ изменяет направление на противоположное. Распределение силовых линий $\mathbf{P}_t$ в поперечном сечении волокна приведено на рис. 1, c, а линии уровня $|\mathbf{P}_t| = \mathrm{const}$ — рис. 2, d (черным цветом обозначены области, где $\mathbf{M}_z = 0$).

Рассмотрим процесс распространения возмущенного IV_{-1}^+ вихря. Как было показано в [5,8], эволюцию невозмущенного IV_{-1}^+ вихря можно представить как биения между парциальными $\hat{\mathbf{e}}^+ \exp\{-i\varphi\}$ и $\hat{\mathbf{e}}^- \exp\{+i\varphi\}$ вихрями, координаты винтовых дислокаций которых совпадают. Возмущающее поле циркулярной HE_{11}^+ моды вытесняет поле вихря с одноименным состоянием поляризации, порождая разделение нулевых точек вихрей с зарядами $l = +1$ и $l = -1$. В соответствии с выражением (2) парциальный вихрь с ($\sigma_z = +1$, $l = -1$) вытесняется, а вихрь с ($\sigma_z = -1$, $l = +1$) остается невозмущенным. Винтовая дислокация с $l = -1$ испытывает как радиальное, так и азимутальное смещение. Скорость азимутального смещения $w_\phi = 1.38 \cdot 10^4$ rad/m (для $\rho_0 = 3.5\,\mu$m, $V = 3.6$), а скорость радиального смещения $w_\rho \ll w_\phi$. На



a b c d

Рис. 1. Картина распределения силовых линий (черные кривые со стрелками) и линий равного псевдопотенциала (серые линии) для поля вектора Пойнтинга $\mathbf{P}_t$ неустойчивого IV^{+}_{-1} вихря в сечениях волокна: a — $\Delta\beta z = 0$, b — $\Delta\beta z = \pi/4$, c — $\Delta\beta z = \pi/2$; d — поле вектора $\mathbf{P}_t$ в области индуцированного вихревого состояния CV вихря.

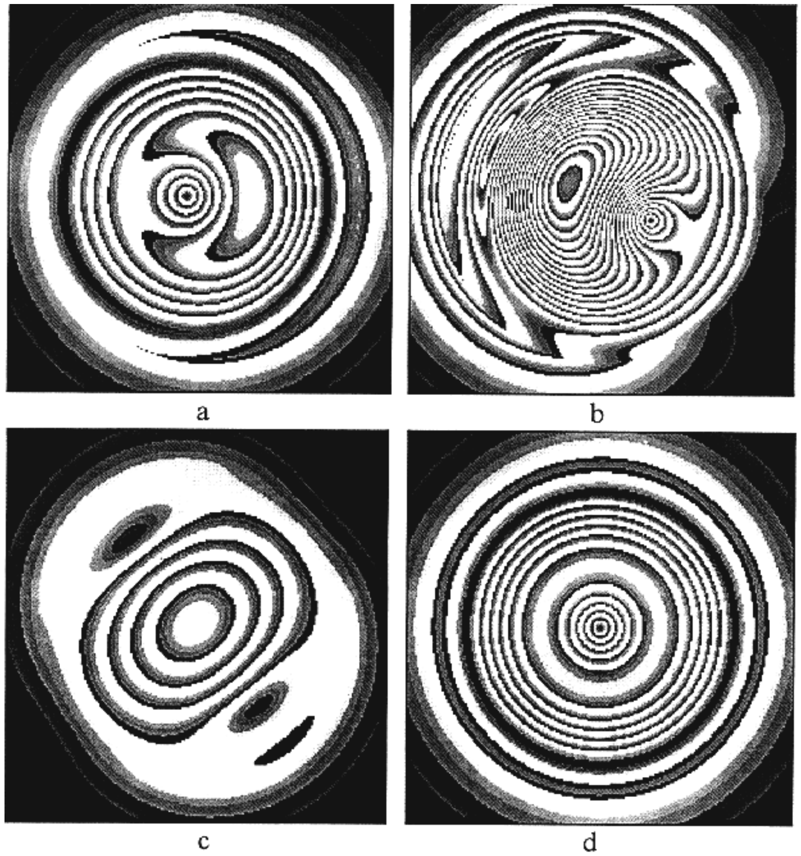
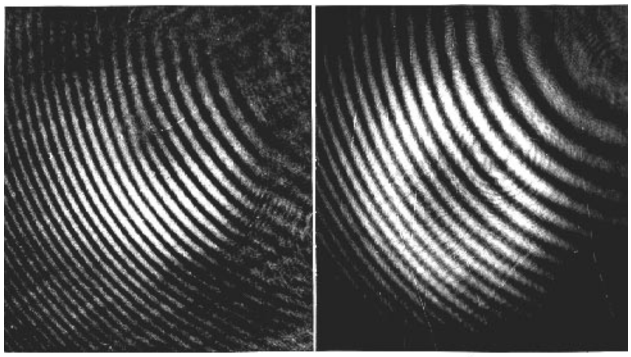


Рис. 2. Картина распределения линий уровня $|P_t| = \mathrm{const}$ неустойчивого IV_{-1}^{+} вихря в сечениях волокна: a — $\Delta\beta z = 0$, b — $\Delta\beta z = 0.95\pi/4$, c — $\Delta\beta z = \pi/4$; d — $\Delta\beta z = \pi/2$. Фотографии интерференционной картины поля излучения возмущенного IV вихря (e, f).

длинах волокна $z = (m + 1/4)\pi/\Delta\beta$ за счет радиального смещения винтовая дислокация вытесняется на бесконечность. На входном торце волокна существует только поле в состоянии ($\sigma_z = +1$, $l = -1$). Координаты особых точек поля $\mathbf{P}_t$ определяются условием $\mathbf{P}_t = \mathbf{P}_\varphi = 0$



e f

Рис. 2 (*продолжение*).

и при $z = 0$ для $\varphi_0 = \pi$:

$$F_1(R) - aF_0(R) = 0, \quad G_1^+(R) - aG_0(R) = 0, \tag{8}$$

а для $\varphi_0 = 0$:

$$G_1^+(R) + aG_0(R) = 0. \tag{9}$$

На рис. 1 приведено распределение силовых линий (жирные кривые со стрелками) и линий равного псевдопотенциала возмущенного поля IV вихря при значении относительного параметра возмущения $a = 0.1$. Линии тока вектора **P** рассчитывались на основании уравнения (13) первой части данной работы, а линии равного псвдопотенциала — из требования их ортогональности к силовым линиям. Термин псевдопотенциал был использован для того, чтобы подчеркнуть непотенциальный характер поля вектора Пойнтинга **P**: $\mathrm{rot}\mathbf{P} \neq 0$ (но $\mathrm{div}\mathbf{P} = 0$), и введен на основании формальной аналогии с полем скоростей идеальной жидкости [9].

Из рис. 1, *a* и 2, *a* видно, что на входном торце ($z = 0$) формируется три системы силовых линий, имеющие встречные направления циркуляции и две группы псевдопотенциальных линий. Первая группа псевдопотенциальных линий собирается в точке локализации $l = -1$ дислокации (центр вихря вектора **P**) и в области, охваченной второй группой силовых линий. Вторая группа псевдопотенциальных линий начинается на бесконечности и, стягиваясь к окружности, собирается в ту же точку, что и первая группа. На длине $z = \pi/4\Delta\beta$ первый член в $(3, a)$, отвечающий за угловой момент невозмущенного IV_{-1}^{+} вихря, исчезает и основной вклад в **M** дает поле циркулярно поляризованной HE_{11}^{+} моды и перекрестный член. В этом состоянии встречные азимутальные потоки **P** почти уравновешивают друг друга, а линии псевдопотенциала собираются в четко выраженных центрах вихрей вектора **P**. При $z = \pi/2\Delta\beta$ индуцированный вихрь вектора **P** полностью доминирует в данном сечении волокна. Заметим, что в общем случае $L_z = \int\limits_{S_\infty} M_z dS \neq 0$. Поэтому на длине $z = \pi/2\Delta\beta$ имеет место конверсия углового момента $\mathbf{L}_z(\Delta\beta z = 0) \to -\mathbf{L}_z(\Delta\beta z = \pi/2)$. Формально указанную смену знака углового момента можно представить как конверсию поляризационного момента $\mathbf{L}_z^s \to -\mathbf{L}_z^s$ и орбитального момента $-\mathbf{L}_z^l \to \mathbf{L}_z^l$. (Для сравнения на рис. 1, d представлено распределение силовых и псевдоэквипотенциальных линий вектора $\mathbf{P}_t$ для поля устойчивого CV_{+1}^{+} вихря в волокне).

На рис. 2, *e,f* представлены фотографии интерференционной картины возмущенного IV вихря. На рис. 2, *e* "вилка" поля указывает на область локализации винтовой дислокации на выходном торце волокна $(l = -1)$. Рис. 2, *f* характеризует интерференционное поле, в котором винтовая дислокация с $l = -1$ вытеснена на бесконечность.

Список литературы

[1] *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. М: Наука, 1976. 479 с.
[2] *Beth R.A.* // Phys. Rev. 1936. V. 50. P. 115–125.
[3] *Beijersbergen M.W., Allen L.van der Veen H.E.L.O., Woerdman J.P.* // Opt. Comm. 1993. V. 96. P. 123–132.
[4] *Kukhtarev N., Volyar A., Gnatovsky A.* // International Journal of Nonlinear Optical Physics. 1993. V. 2. N 3. P. 447–464.
[5] *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Решитова Х.М.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 5. С. 69–71.
[6] *Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J., Woerdman J.P.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. N 11. P. 8185–8189.
[7] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов. М: Радио и связь, 1987. 656 с.
[8] *Воляр А.В., Фадеева Т.А.* // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22. В. 17. С. 75–81.
[9] *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М-Л.: ГИТТЛ, 1951. 606 с.