

01;07

## Угловой момент импульса полей маломодового волокна: III. Оптический эффект Магнуса, фаза Берри и топологическое двулучепреломление

© А.В. Воляр, Т.А. Фадеева

Симферопольский государственный университет

Поступило в Редакцию 13 июня 1997 г.

Показано, что, с одной стороны, эволюция углового вращения линий нулей  $CP_{11}$  моды представляет оптический эффект Магнуса в маломодовом волокне с параболическим профилем показателя преломления. С другой стороны, дополнительная фаза  $\gamma_b = \pm\delta\beta_{21}z$  в CV и IV вихрях является топологической фазой Берри, которая возникает в результате циклического изменения ориентаций ортогональных осей дислокаций. Расщепление скоростей распространения ортогональных циркулярно поляризованных  $CV^+$  и  $IV^-$  волн в LV вихре параболического волокна характеризует явление топологического двулучепреломления маломодового волокна. Азимут линейной поляризации вихря испытывает непрерывное угловое вращение.

В оптическом волокне со ступенчатым профилем показателя преломления на длинах, кратных половине длины биений,  $CP_{11}$  мода формирует циркулярно поляризованную краевую дислокацию, а на длинах, кратных нечетному числу четверти длины биений, — линейно поляризованные поля с чисто винтовой дислокацией. Такой процесс преобразования краевой и винтовой дислокаций формально можно рассматривать как конверсию углового поляризационного момента импульса в угловой орбитальный момент. Процесс конверсии углового момента отражает динамическое единство оптического эффекта Магнуса и топологической фазы Берри в полях маломодового волокна.

Проблема изменения угловой ориентации лучевой траектории локальной поперечной волны в многомодовых волокнах при изменении направления циркуляции поляризации исходной волны (оптический эффект Магнуса впервые была затронута в работе [1]. В терминах физически наблюдаемых величин оптический эффект Магнуса трактовался

как поляризационное вращение волновых каустик [2] или спекл-картины поля излучения [3].

Оптический эффект Магнуса авторы работы [1] представляли как эффект, обратный эффекту накопления топологической фазы Берри, в соответствии с механическим принципом — "сила действия равна силе противодействия".

Как известно, фаза Берри имеет чисто квантовый топологический характер и является результатом циклического адиабатического изменения параметров гамильтониана в конфигурационном пространстве [4]. В оптике топологическая фаза Берри была известна как явление Рытовского вращение [5] плоскости поляризации локальной поперечной волны, распространяющейся по неплоской лучевой траектории (циклическое изменение направления волнового вектора). Преобразования топологической фазы Берри в многомодовых волокнах изучены в работах [6,7]. Хотя в своих ранних работах [8,9] Ф.И. Федоров и Х. Имберт [10] показали, что ограниченная электромагнитная плоская волна должна испытывать боковой сдвиг (или в криволинейных пространствах — угловое вращение), который имеет чисто электродинамический характер, авторы [11] распространили топологические признаки на оптический эффект Магнуса. По их мнению, топологический характер оптического эффекта Магнуса связан со спин-орбитальным взаимодействием ансамбля фотонов, распространяющихся в неоднородной среде. Топологическая природа явления также отражена в совместном действии эффекта Магнуса и фазы Берри, которое вызывает топологическое двулучепреломление неоднородной среды [12,13]. В маломодовых волокнах уже невозможно пользоваться лучевой теорией, а световая волна не является чисто поперечной. Поэтому как оптический эффект Магнуса, так и топологическая фаза Берри в этих системах не имеют наглядного представления.

Целью данной работы явилось изучение особенностей оптического эффекта Магнуса, топологической фазы Берри и топологического двулучепреломления модовых комбинаций маломодовых волокон со ступенчатым и параболическим профилем показателя преломления.

1. Рассмотрим сначала распространение циркулярно поляризованной  $SP_{11}$  моды [14] в маломодовом волокне с параболическим профилем показателя преломления. В таком волокне поляризационные поправки к постоянным распространения  $TE_{01}$  и  $TM_{01}$  мод равны друг другу ( $\delta\beta_2 = \delta\beta_4$ ). Выражения для напряженностей электрических и магнит-

ных полей, например четной  $CP_{11}^{\pm,e}$  моды, можно записать в виде [14,15]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r(CP_{11}^{\pm,e}) &= \hat{\mathbf{e}}^{\pm} \cos(\varphi - \sigma \delta\beta_{21}z) F_1 \exp(i\beta'z), \\ e_z &= i \frac{\sqrt{2\Delta}}{V} \left( G_1^- \exp\{i(\beta_1z + \sigma 2\varphi)\} + G_1^+ \exp\{i\beta_2z\} \right), \\ \mathbf{h} &= -in_{co} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{e}, \end{aligned} \quad (1)$$

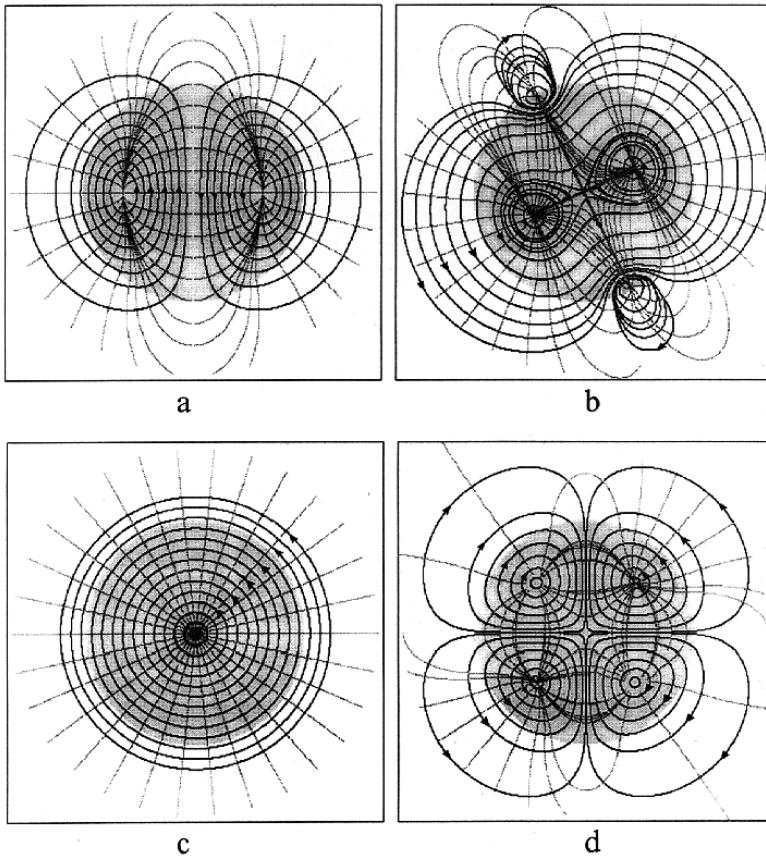
где  $\delta\beta_{21} = (\delta\beta_2 - \delta\beta_1)/2$  — разность поляризационных поправок  $TE_{01}$  и  $HE_{21}$  мод,  $\beta' = \tilde{\beta} + \frac{\delta\beta_1 + \delta\beta_2}{2}$ ,  $\tilde{\beta}$  — постоянная распространения мод с  $|l| = 1$  в скалярном приближении, индекс "е" указывает на четность моды, знак "±" — направление циркуляции поляризации (спиральность  $\sigma = \pm 1$ ).

Используя результаты первой части данной работы, запишем выражение для поперечных компонент вектора Пойнтинга и  $\mathbf{M}_z$  компоненты углового момента четной  $CP_{11}^{\pm,e}$  моды как

$$\begin{aligned} P_\varphi &= -2\sigma K F_1 (G_1^+ + G_1^-) \cos^2(\varphi - \sigma \delta\beta_{21}z), \\ P_r &= -\sigma K F_1 (G_1^+ - G_1^-) \sin 2(\varphi - \sigma \delta\beta_{21}z), \\ \mathbf{M}_z &= \rho P_\varphi / c^2, \quad K = a_1^2 / 2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} n_{co} \frac{\sqrt{2\Delta}}{V}. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 1,а приведена картина распределения силовых линий и линий равного псевдопотенциала для поперечных компонент вектора Пойнтинга  $\mathbf{P}_r$ . Эффект Магнуса в этих полях проявляется как вращение оси краевой дислокации согласно уравнению  $\varphi - \sigma \delta\beta_{21}z = \pi/2$  для четной моды и  $\varphi - \sigma \delta\beta_{21}z = 0$  для нечетной моды. Ось дислокации правоциркулярно поляризованной моды вращается против часовой стрелки, а левоциркулярно поляризованной — по часовой стрелке.

Из выражений (1) и (2) и из работ [16,17] видно, что за физическое проявление углового момента отвечает спиральность волны  $\sigma$ . В этом случае с угловым поворотом  $\varphi$  оси дислокации ассоциируется плотность потока поляризационного углового момента  $\mathbf{M}_s$  (который не следует путать с вектором спина  $\mathbf{S}$  ансамбля фотонов [21]), связанная с движением максимумов интенсивности  $CP$  моды по спиральной траектории. В каждом поперечном сечении волокна плотность углового момента,



**Рис. 1.** Картина линий поперечного вектора Пойнтинга  $\mathbf{P}_t$  для  $CP_{11}^{+,e}$  моды ступенчатого волокна:  $a - \Delta\beta z = 0$ ,  $b - \Delta\beta z = \pi/4$ ,  $c - \Delta\beta z = \pi/2$ ;  $d$  — картина линий для  $LP_{11}$  моды (черным цветом обозначены силовые линии  $\mathbf{P}_t$ , серым — линии псевдопотенциала).

вызванная эффектом Магнуса, будет равна нулю, однако во всем объеме волокна в нуль будет обращаться только поток тензора плотности углового момента  $g_{\nu\mu}$  [18]:

$$\operatorname{div} g_{\nu\mu} = 0. \quad (3)$$

2. Изучим преобразование плотности углового момента в процессе формирования из СР мод линейно поляризованных LV вихрей. Составим CV и IV вихри из двух СР мод:  $CV_{\pm 1}^{\pm} \Rightarrow CP_{11}^{\pm e} \pm iCP_{11}^{\pm, 0}$ ,  $IV_{\mp 1}^{\pm} \Rightarrow CP_{11}^{\pm, e} \mp iCP_{11}^{\pm, 0}$ , для напряженности электрического поля получим [19]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r(CV_{\pm 1}^{\pm}) &= \hat{\mathbf{e}}^{\pm} \exp\{\pm i\varphi\} F_1(R) \exp\{i(\tilde{\beta}' - \delta\beta_{21})z\}, \\ \mathbf{e}_r(IV_{\mp 1}^{\pm}) &= \hat{\mathbf{e}}^{\pm} \exp\{\mp i\varphi\} F_1(R) \exp\{i(\tilde{\beta}' + \delta\beta_{21})z\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Эффект Магнуса для этого поля в явном виде не проявляется. В самом деле, при сложении полей, смещенных по фазе относительно друг друга на  $\pi/2$ , оси краевых дислокаций которых ортогональны между собой и вращаются с постоянной скоростью, рождается чисто винтовая дислокация. Однако у этого поля возникает дополнительная фаза, равная  $\psi_b = -\delta\beta_{21}z$  для CV вихря и  $\psi_b = \delta\beta_{21}z$  для IV вихря. По своей структуре эта фаза соответствует топологической фазе Берри [4], вызванной циклическим изменением направления ортогональных осей краевых дислокаций СР<sup>e</sup> и СР<sup>o</sup> мод. Различие топологической фазы Берри вихрей эквивалентно различию фазовых скоростей волн. Явление расщепления фазовых скоростей ортогональных циркулярно поляризованных волн в многомодовых волокнах за счет совместного действия оптического эффекта Магнуса и топологической фазы Берри нами было определено как топологическое двулучепреломление [12,13]. Величина разности постоянных распространения  $IV_{+1}^{-}$  и  $CV_{+1}^{+}$  вихрей в волокне с параметрами  $\rho_0 = 3.5 \mu\text{m}$ ,  $V = 3.6$ ,  $n_{co} = 1.475$  равна  $2\delta\beta_{21} = 3.50$ . Тогда величина топологического двулучепреломления равна  $\Delta n = n^{+} - n^{-} \approx 3.6 \cdot 10^{-7}$ , что на порядок величины больше результатов работы [12].

В параболическом волокне топологическое двулучепреломление характеризует эволюцию линейно поляризованного LV вихря. Этот вихрь рождается в результате взаимодействия всех четырех типов СР мод, например:

$$LV_{+1}^{x,y} \rightarrow (CP_{11}^{+,e} + iCP_{11}^{+,o}) \pm (CP_{11}^{-,e} + iCP_{11}^{-,o}) \rightarrow CV_{+1}^{+} \pm IV_{+1}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r(LV_1^x) &= (\hat{\mathbf{x}} \cos \delta\beta_{21}z + l\hat{\mathbf{y}} \sin \delta\beta_{21}z) \\ &\times F_1 \exp\{il\varphi\} \exp\{i\beta'z\}, \quad (l = \pm 1). \end{aligned} \quad (6)$$

Из выражения (6) следует, что однородно линейно поляризованное поперечное электрическое поле LV вихря испытывает изменение азимута линейной поляризации  $\psi_{\mp 1} = \pm \delta\beta_{21}z$ , зависящее от знака топологического заряда  $l$ . Такое вращение линейной поляризации поля LV вихря является волноводным аналогом эффекта Рытова [5].

Угловой момент и компоненты поперечного вектора Пойнтинга для LV вихря в параболическом волокне можно представить в виде:

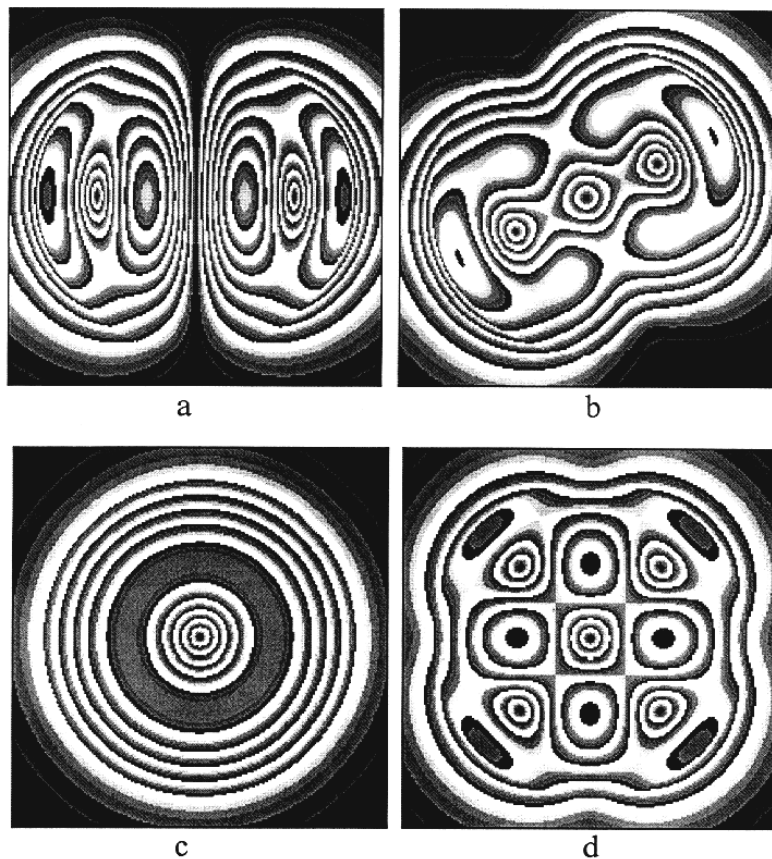
$$P_\varphi = lKF_1(G_1^+ - G_1^-), \quad P_r = 0, \quad M_z = \rho P\varphi/c^2. \quad (7)$$

Поскольку поле LV вихря линейно поляризовано, в формировании углового момента участвует только механизм орбитальной части углового момента импульса, связанный с топологическим зарядом  $l$ .

Вращение линейной поляризации (6) LV вихря вызывает поток тензора плотности углового момента, так что во всем объеме волокна выполняется условие (3). К сожалению, в ступенчатом волокне LV вихрь неустойчив, и его формирование представляет часть процесса распространения CP моды.

3. Явление вращения оси краевой дислокации (оптический эффект Магнуса) и вращение плоскости поляризации поля (топологическая фаза Берри) объединяются в одном волновом процессе эволюции CP моды в волокне со ступенчатым профилем показателя преломления. В таком волокне поле IV вихря является неустойчивым [19]. Как было показано в [19] и второй части данной работы, процесс распространения IV вихря в ступенчатом волокне можно представить как перекачку энергии между парциальными  $\hat{\mathbf{e}}^+ F_1(R) \exp\{-i\varphi\}$  и  $\hat{\mathbf{e}}^- F_1(R) \exp\{+i\varphi\}$  вихрями. Когда энергия из первого парциального вихря полностью перекачается во второй ( $\Delta\beta z = \pi/2 + m\pi$ ), поля CV и IV вихрей, складываясь с одинаковыми топологическими зарядами, но ортогональными поляризациями, формируют LV вихрь. Вследствие различия постоянных распространения парциальных вихрей азимут линейной поляризации вихря будет повернут на угол  $\psi = l\delta\beta_{21}z$  ( $l = \sigma$ ) [14]. Если  $\Delta\beta z = m\pi$ , то при сложении вихрей с одинаковыми поляризациями, но разными топологическими зарядами рождается чисто краевая циркулярно поляризованная дислокация, ось которой повернута на угол  $\varphi = \sigma\delta\beta_{21}z$ .

Рассчитывалась картина силовых линий вектора Пойнтинга  $\mathbf{P}_t$  и линий равного псевдопотенциала для  $CP_{11}^{+,e}$  моды ступенчатого волокна. (В работе опущены аналитические выражения для компонент вектора



**Рис. 2.** Линии равного уровня  $|\mathbf{P}_t| = \text{const}$  для  $\text{CP}_{11}^{+,e}$  моды:  $a - \Delta\beta z = 0$ ,  $b - \Delta\beta z = \pi/4$ ,  $c - \Delta\beta z = \pi/2$ ;  $d -$  линии уровня для  $\text{LP}_{11}$  моды.

Пойнтинга в связи с их громоздкостью). На рис. 1 и 2 приведено распределение силовых линий и модуля поперечного вектора  $\mathbf{P}_t$  в различных сечениях волокна. Переход от поля с циркулярно поляризованной краевой дислокацией к полю с линейно поляризованной винтовой дислокацией характеризуется сменой поляризационной части плотности углового момента на орбитальную часть [20]. Поскольку

смена  $\mathbf{M}_s$  на  $\mathbf{M}_l$  происходит за счет фазового набегу  $\Delta\beta z = \pi/4$ , этот процесс можно назвать конверсией углового момента. Следует заметить, что разность  $\mathbf{M}_s - \mathbf{M}_l \neq 0$  и дефект момента  $\Delta\mathbf{M}$  должен превращаться в механический момент закручивания волокна. На рис. 1,  $d$  и 2,  $d$  для сравнения представлены аналогичные картины для линейно поляризованной  $LP_{11}$  моды при  $\delta\beta_{21}z \neq m\pi/2$ . Из рисунков видно, что вектор  $\mathbf{P}_l$  содержит четыре вихря.

Топологическое двулучепреломление и конверсия углового момента указывают на динамическое единство оптического эффекта Магнуса и топологической фазы Берри в полях маломодового волокна, истоком которых является модовая дисперсия полей оптических волноводов.

## Список литературы

- [1] Зельдович Б.Я., Либерман В.С. // Квантовая электроника. 1990. Т. 17. В. 4. С. 580–588.
- [2] Воляр А.В., Лапаева С.Н., Мягков В.И. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. В. 8. С. 53–57.
- [3] Дугин А.В., Зельдович Б.Я., Кундикова Н.Д., Либерман В.С. // Письма в ЖЭТФ. 1991. Т. 53. В. 4. С. 493–494.
- [4] Berry M. // Proc. R. Soc. Lond. A. 1984. V. 392. P. 40–57.
- [5] Рытов С.М. // ДАН СССР. 1938. Т. 28. С. 263.
- [6] Зельдович Б.Я., Есаян А.А. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. В. 1. С. 235–236.
- [7] Воляр А.В., Лапаева С.Н., Кухтарев Н.В., Лейфер Н.Н. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. В. 13. С. 1–5.
- [8] Федоров Ф.И. // ДАН СССР. 1955. Т. 105. № 3. С. 465–468.
- [9] Федоров Ф.И. // ЖПС. 1977. Т. 27. В. 4. С. 580–588.
- [10] Imbert Ch. // Phys. Rev. D. 1972. V. 5. N 4. P. 787–797.
- [11] Liberman V.S., Zel'dovich B.Ya. // Phys. Rev. A. 1992. V. 46. N 8. P. 5199–5207.
- [12] Воляр А.В., Мицай Ю.Н., Мягков В.И., Фадеева Т.А. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. В. 3. С. 48–52.
- [13] Воляр А.В., Гнатовский А.В., Лапаева С.Н. // УФЖ. 1992. Т. 37. В. 10. С. 1468–1471.
- [14] Воляр А.В., Фадеева Т.А., Решитова Х.М. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 5. С. 14–20.
- [15] Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
- [16] Bet R.A. // Phys. Rev. 1936. V. 50. P. 115–125.



- [17] *Allen L., Beijersbergen M.W., Spreeuw R.J., Woerdman J.P.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. N 11. P. 8185–8189.
- [18] *Соколов А.А.* Введение в квантовую электродинамику. М.: ГИФМЛ, 1958. 536 с.
- [19] *Воляр А.В., Фадеева Т.А., Решитова Х.М.* // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. В. 5. С. 69–71.
- [20] *Beijersbergen M.W., Allen L., van der Veen H.E.L.O., J.P. Woerdman* // Opt. Comm. 1993. V. 96. P. 123–132.
- [21] *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. 479 с.