01;08

Возбуждение квазиплоской сдвиговой волны поверхностным акустическим излучателем, создающим нормальные напряжения

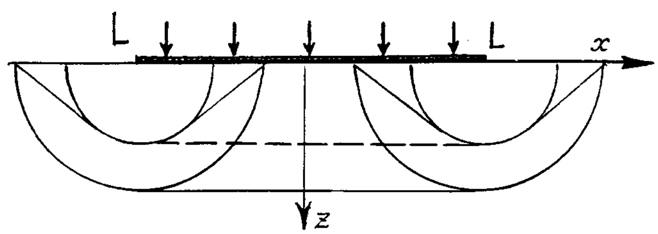
© *А.П. Киселев, Е. Крылова, Л.Ю. Фрадкин*

Институт проблем машиноведения РАН, С.-Петербург, Россия
Университет Саут Банк, Лондон, Великобритания

Поступило в Редакцию 24 марта 1997 г.

Рассматривается генерация объемных упругих волн широко используемым в акустической дефектоскопии излучателем, создающим на границе упругого тела нормальные напряжения. Излучатель велик сравнительно с длинами возникающих волн. Установлена возможность возбуждения в его ближней зоне сдвиговой волны с плоским фронтом и оценена ее интенсивность.

Фронты объемных волн, возбуждаемых акустическим излучателем, создающим на границе изотропного однородного упругого тела синфазные колебания нормального напряжения, изображены на рисунке. Это известные [1–3] продольные и сдвиговые краевые волны, головные волны, квазиплоская продольная, а также квазиплоская сдвиговая волна, фронт которой показан пунктиром. Мы отмечаем возможность существования этой волны, поясняем механизм ее возникновения и оцениваем ее интенсивность.



1. Существо дела можно понять при анализе двумерной линейной модели в случае гармонического по времени процесса. Перемещение $\mathbf{u}(x,z)e^{-i\omega t}$ упругого полупространства в плоскости (x,z) описывается уравнением

$$\frac{1}{k^2}\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u} - \frac{1}{\varkappa^2}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{u} + \mathbf{u} = 0, \quad z > 0, \tag{1}$$

где k и $\varkappa$ — волновые числа продольной и сдвиговой волн. Излучатель моделируется заданием при $z = 0$ касательного и нормального напряжений в виде $\sigma_{xz} = 0$ и

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} p(x)e^{-i\omega t}, & |x| \leqslant L; \\ 0, & |x| > L, \end{cases} \tag{2}$$

где $p(x)$ — распределение амплитуды нагрузки по излучателю. Процесс не зависит от координаты y. Особенное внимание исследователей привлекал случай $p = \text{const}$.

2. Выразим решение нашей задачи через решение $\mathbf{G}(x-\xi,z)$ классической задачи Лэмба, где в точке $x = \xi$ границы задана точечная вертикальная нагрузка $p(x) = \delta(x-\xi)$. Очевидно,

$$\mathbf{u}(x,z) = \int_{-L}^{L} \mathbf{G}(x-\xi,z)p(\xi)d\xi. \tag{3}$$

Сдвиговая часть $\mathbf{G}$ (продольная нас не интересует) имеет вид [4]

$$\mathbf{G}^S(x-\xi,z) = \operatorname{rot}(\mathbf{e}_y\psi), \tag{4}$$

где $\mathbf{e}_y$ — орт оси y, а $\psi = \psi(x-\xi,z)$ — соответствующий поперечный потенциал. Для сдвигового поля излучателя $\mathbf{u}^S$ имеем

$$\mathbf{u}^S = \operatorname{rot}(\mathbf{e}_y I), \quad I = \int_{-L}^{L} \psi(x-\xi,z)p(\xi)d\xi. \tag{5}$$

3. На глубине в несколько длин волн, $\varkappa z \gg 1$, при не слишком больших (именно, докритических) углах наблюдения θ, как известно [4],

$$\psi(x-\xi,z) = \frac{\exp(i\varkappa r)}{\sqrt{r}}g(\theta)\left(1 + O\left(\frac{1}{\varkappa r}\right)\right). \tag{6}$$

Здесь $r = \sqrt{(x-\xi)^2+z^2}$, $\sin\theta = \frac{x\cdot\xi}{r}$, а $g(\theta)$ — диаграмма направленности волны сдвига. Сначала нам потребуется лишь вытекающее из симметрии задачи Лэмба свойство диаграммы обращаться в нуль под источником

$$g(0) = 0. \tag{7}$$

4. Будем считать излучатель большим сравнительно с длиною сдвиговой волны $\varkappa L \gg 1$. Рассмотрим наиболее интересное для дефектоскопии ближнее поле излучателя

$$(\varkappa L)^2 \gg \varkappa z \gg 1. \tag{8}$$

Вклад в интеграл (5) от быстроосциллирующей функции ψ вносят концы промежутка $\xi = \pm L$ (они описывают краевые волны), а также точка стационарности фазы $\xi = x$, если она лежит внутри промежутка. В соответствии со стандартным методом стационарной фазы разложим подынтегральную функцию в окрестности стационарной точки

$$\psi(x-\xi,z) \approx \frac{\exp(i\varkappa z)}{\sqrt{z}} g\left(\frac{\eta}{z}\right) p(x+\eta)\exp\left(i\varkappa\frac{\eta^2}{2z}\right), \tag{9}$$

$$\eta = \xi - x.$$

Вследствие (7) вклад стационарной точки в главном порядке равен нулю. Более того, для случая постоянного p можно показать, что он исчезает и во всех порядках, поскольку в высших членах разложения, уточняющего (6), амплитуда нечетна по η, тогда как фаза четна.

5. Допустим теперь, что нагрузка не постоянна вдоль излучателя. Вблизи стационарной точки $p(x+\eta) \approx p(x) + \eta p'(x)$, и вклад стационарной точки связан с квадратичным по η членом, равным

$$\frac{\exp(i\varkappa z)}{z\sqrt{z}} g'(0)p'(x)\eta^2\exp\left(i\varkappa\frac{\eta^2}{2z}\right). \tag{10}$$

Из явного выражения для диаграммы [4] следует, что

$$g'(0) = \frac{\exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)}{\sqrt{2\pi}\mu}\frac{2k}{\varkappa\sqrt{\varkappa}}, \tag{11}$$

где μ — модуль сдвига. Используя модификацию метода стационарной фазы для случая амплитудной функции, имеющей двукратный нуль в стационарной точке [5], после некоторых выкладок находим для соответствующего волнового поля

$$\mathbf{u}^{S,\,plane} \approx \frac{2k}{\mu \varkappa^3} p'(x) \exp(i\varkappa z)\mathbf{e}_x, \tag{12}$$

где $\mathbf{e}_x$ — орт оси x. Выражение (12), полученное для точек, лежащих под излучателем, имеет фазу плоской сдвиговой волны, бегущей вниз.

Отметим, что частотная зависимость поля (12) содержит дополнительный множитель $\frac{1}{i\omega}$ по сравнению с таковой для продольной квазиплоской волны. Поэтому в нестационарном случае ее временна́я зависимость — это интеграл от временно́й зависимости в продольной волне.

6. Таким образом, возникновение квазиплоской сдвиговой волны обусловлено пространственной неоднородностью вертикального напряжения, создаваемого излучателем на границе. Рассмотрение непостоянных p важно в связи с тем, что для подавления краевых волн, являющихся для дефектоскопии помехами, целесообразна аподизация — создание напряжений, обращающихся в нуль на краях излучателя. При этом непременно возникает описанная выше волна сдвига с плоским фронтом.

Работа начата во время поддержанного Королевским Обществом визита первого автора в Лондонский Университет Саут Банк, и продолжена при поддержке гранта ИНТАС-РФФИ 95–0012.

Авторы признательны Б. Бриджу за стимулирующее обсуждение.

Список литературы

[1] *Weight J.P.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1987.V. 81. N 4. P. 815–826.
[2] *Tang X.M., Toksöz M.N., Cheng C.H.* // J. Acoust. Soc. Amer.1990. V. 87. N 5. P. 1894–1902.
[3] *Djelouah H., Baboux J.C.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1992. V. 92. N 5. P. 2932–2941.
[4] *Ewing M.E., Jardetsky W.S., Press F.* Elastic waves in layered media. McGraw Hil, N.Y., 1957. 380 p.
[5] *Федорюк М.В.* Метод перевала. М.: Наука, 1977. 367 с.