

## Температурная зависимость электронной теплоемкости сверхпроводников с квантовыми дефектами

© А.П. Жернов

Российский научный центр "Курчатовский институт",  
123182 Москва, Россия

(Поступила в Редакцию 9 октября 1997 г.)

Рассматривается электронная теплоемкость металлов с квантовыми дефектами в сверхпроводящем состоянии. В адиабатическом подходе анализируется роль электронного поляронного эффекта, а также фактора заселенности уровней двухуровневых состояний. Обсуждаются случаи промежуточной и сильной связи.

Известно, что туннельное движение частиц в электронной жидкости сопровождается сильным электрон-поляронным эффектом (ЭПЭ). Последовательный анализ этой проблемы в адиабатическом подходе недавно выполнен в работах Кагана и Прокофьева [1]. Основываясь на этом подходе, в [2,3] мы рассмотрели ряд параметров сверхпроводников с квантовыми дефектами. В частности, в [2] исследованы специфические особенности поведения критической температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  из-за ЭПЭ. Обратим здесь внимание на то, что влияние двухуровневых состояний (ДУС) на  $T_c$  обсуждалась в целом ряде работ. Для случая туннельных состояний с симметричным потенциалом отметим работу [1]. Более реалистическая ситуация рассмотрена, например, в [5]. Кроме того, в [2,3] было изучено поведение фактора изотопического сдвига, параметра порядка  $\Delta_0$ , а также магнитного поля  $H_{c2}$ . В рамках теории обсуждены эксперименты для аморфных систем и разбавленных гидридов металлов.

Данная работа является продолжением работ [2,3]. Далее в рамках представлений адиабатической теории исследуется влияние квантовых дефектов на электронную теплоемкость металлов в сверхпроводящем состоянии. Предполагается, что подобные дефекты описываются наборами ДУС.

Отметим, что системы с ДУС отличаются от стандартных сверхпроводников. В них помимо фононного механизма может реализоваться и нефононный механизм спаривания электронов через ДУС. При этом из-за пространственной делокализации туннелирующих частиц константа связи  $\lambda_{TS}$  может быть большой и реализуется случай сильной связи. Характерные частоты спектра  $\Omega_{TS}$  взаимодействия электронов с ДУС  $S_{TS}(\omega)$  могут быть меньше или порядка критической температуры  $T_c$ . Оба названных параметра вследствие ЭПЭ, а также за счет факторов заселенности уровней зависят от температуры (см. далее).

Напомним еще, что в условиях сильного ЭПЭ в яме значительно понижается разность энергий между симметричным и антисимметричным ДУС. Масштаб перенормировок зависит от соотношения между значениями затравочной туннельной амплитуды и эффективной фононной частоты, параметра, характеризующего взаимодействие электрон-дырочных пар с туннелирующими

атомами, критической температуры  $T_c$  (или сверхпроводящей щели) (см., например, [1]). При этом появляется собственная ширина, которая может быть сравнимой с расщеплением уровней в яме. Принимая во внимание сказанное, мы намерены в рамках последовательно адиабатического подхода показать, что ЭПЭ при подбарьерном движении дефекта приводит к существенным перенормировкам электронной теплоемкости сверхпроводников.

Анализ поведения электронной теплоемкости в области температур от нуля до  $T_c$  выполнен с использованием для скачка свободной энергии представления Бардина–Стефана [6] и системы интегральных уравнений типа уравнений Элиашберга для параметров порядка и перенормировки электронной массы. Ядро системы выражалось через определенную нами ранее спектральную функцию  $S_{TS}(\omega)$  дельтообразного вида [2,3]. Непосредственно рассмотрена величина  $\delta C(T) = \Delta C(T) / \Delta C(T_c)$ , где  $\Delta C(T)$  — разность теплоемкостей в сверхпроводящем и нормальном состояниях. Обсуждаются случаи промежуточной связи и стандартного спектра притяжения и сильной связи и нестандартного спектра  $S_{ST}(\omega)$ .

В разделе 1 приведены основные уравнения и алгебраические соотношения, которые позволяют определить фактор  $\delta C$  в различных частных случаях. В разделе 2 определяется модельный спектр взаимодействия электронов с ДУС —  $S_{TS}(\omega)$ . В последнем разделе с использованием этого спектра и приведенных в разделе 1 представлений для  $\delta C$  анализируется влияние на теплоемкость сильного ЭПЭ, а также фактора заселенности уровней.

### 1. Общие соотношения для электронной теплоемкости сверхпроводника

В общем виде выражение для скачка свободной энергии

$$\Delta F = F_S(T) - F_N(T)$$

при переходе системы из нормального ( $N$ ) состояния в сверхпроводящее ( $S$ ) состояние получено в [7]. В [6] Бардин и Стефан с использованием теоремного типа соотношения между гриновскими функциями квазичастиц

существенно упростили выражение для  $\Delta F$ . Они нашли, что в мацубаровском представлении

$$\frac{\Delta F}{N(\varepsilon_F)} = -\pi T \sum_n \left[ \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2(i\omega_n)} - |\omega_n| \right] \times \left[ Z_S(i\omega_n) - Z_N(i\omega_n) \frac{\omega_n}{[\omega_n^2 + \Delta^2(i\omega_n)]^{1/2}} \right],$$

$$\omega_n = \pi T(2n + 1), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Здесь  $\Delta(i\omega_n)$  и  $Z(i\omega_n)$  — соответственно функция щели и фактор перенормировки электронной массы. Через  $N(\varepsilon_F)$  обозначена зонная плотность электронных состояний на уровне Ферми.

Величины  $\Delta(i\omega_n)$  и  $Z(i\omega_n)$  удовлетворяют системе стандартных нелинейных интегральных уравнений Элиашберга вида

$$\Delta(i\omega_n)Z(i\omega_n) = \pi\lambda T \sum_{m=-\infty}^{\infty} I(i\omega_n - i\omega_m) \times \frac{\Delta(i\omega_m)}{[\omega_m^2 + \Delta^2(i\omega_m)]^{1/2}}, \quad (2a)$$

$$Z(i\omega_n) = 1 + \frac{\pi\lambda T}{\omega_n} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I(i\omega_n - i\omega_m) \times \frac{\Delta(i\omega_m)}{[\omega_m^2 + \Delta^2(i\omega_m)]^{1/2}}. \quad (2b)$$

Ядро уравнений  $I(i\omega_n - i\omega_m)$  выражается через спектральную функцию притягивающего межэлектронного взаимодействия  $S(\omega)$ , а именно

$$I(i\omega_n - i\omega_m) = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} d\omega^2 \frac{S(\omega)}{\omega^2} \frac{\omega^2}{\omega^2 - (i\omega_n - i\omega_m)^2}. \quad (3)$$

В (2) для простоты константа связи  $\lambda$  предполагается много большей по величине, чем кулоновский псевдопотенциал.

По определению,

$$\Delta C = C_S(T) - C_N(T) = -T \frac{\partial \Delta C}{\partial T^2}.$$

Отметим, что вопрос о температурном поведении фактора  $\Delta C$  неоднократно анализировался в рамках электрон-фононного механизма. Рассматривались случаи промежуточной и сильной связи, причем для стандартных и нестандартных  $S$ -спектров общего вида (в первом случае  $\pi T_c < \omega_{ln}$ , где  $\omega_{ln}$  — характерная частота спектра, во втором  $\pi T_c \leq \omega_{ln}$ ). Пионерские работы выполнены были Гейликманом и Кресиным. Они суммированы в монографии [8]. Результаты работ, выполненных позднее, обобщены в обзоре [9].

В случае промежуточной связи и  $S$ -спектра стандартного вида для области температур вблизи  $T_c$  в [10] подгонкой под экспериментальные данные было получено

аналитическое представление в форме

$$\delta C = \Delta C(T \leq T_c) = \frac{\Delta C(T \leq T_c)}{\frac{2}{3}\pi^2(1+\lambda)N(\varepsilon_F)T_c}$$

$$= 1.43 \left[ 1 + c_1 \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 \ln \frac{\omega_{ln}}{d_1 T_c} \right]$$

$$- 3.77 \left[ 1 + c_2 \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 \ln \frac{\omega_{ln}}{d_2 T_c} \right] t, \quad t = 1 - \frac{T}{T_c},$$

$$c_1 = 53, \quad c_2 = 117, \quad d_1 = 3, \quad d_2 = 2.9. \quad (4)$$

В [11] аналитическим путем найдено выражение для  $\delta C$ , которое имеет более широкую область применимости, чем (4), а именно

$$\delta C = \frac{3}{2} \frac{a_c^2}{2\pi^2} Y_c(1-t) \left( 1 + \left( \frac{\pi T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 \right) - 6 \frac{a_c^6}{\pi^2 b_c^4} t Y_c^3 \left( \frac{3}{4} \frac{b_c^4}{a_c^4} \left[ 1 + 6a_c^2 \left( \tilde{L} \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right) - \frac{2}{3} \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 - \frac{\pi^2}{3a_c^2} \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 \right) \right] - \frac{1}{2} \right). \quad (5)$$

Здесь с целью сокращения записи введены обозначения

$$a_c = \pi \sqrt{\frac{8}{7\xi(3)}}, \quad b_c = \pi \left[ \frac{128}{93\xi(5)} \right]^{1/4},$$

$$Y_c^{-1} = 1 - 3a_c^2 \left( \tilde{L} \left( \frac{T}{\omega_{ln}} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{T}{\omega_{ln}} \right)^2 \right),$$

$$\tilde{L} = \left( \frac{T_c}{\omega_{ln}} \right)^2 \ln \frac{1.13\omega_{ln}}{eT}.$$

В пределе  $T \rightarrow T_c$  (5) имеет тот же вид, что и (4), однако

$$c_1 = 3a_c^2, \quad c_2 = 122, \quad d_1 = 1, \quad d_2 = e.$$

При использовании формул (4) и (5) результаты получаются близкими.

Приближенное аналитическое представление для  $\delta C$  можно получить также в пределе сильной связи, которое справедливо при произвольном соотношении между характерной частотой туннельной моды и  $T_c$ . С использованием приведенного в [9] выражения для скачка свободной энергии имеем

$$\delta C = \frac{12}{\lambda} (1 - 4t). \quad (6)$$

Перейдем к пределу низких температур. Пусть связь промежуточная. Тогда фактор  $\delta C$  приближенно описывается формулой (см., например, [11])

$$\delta C = t - \sqrt{8\pi \frac{\Delta_0^5}{T^3 T_c^2}} e^{-\Delta_0/T} \times \left( 1 + \frac{\Delta_0}{T} L \left( \frac{\Delta_0}{\omega_{ln}} \right) - 2 \frac{2\Delta_0^2}{\omega_{ln}^2} \right), \quad (7)$$

где

$$L\left(\frac{\Delta_0}{\omega_{ln}}\right) = \frac{\Delta_0^2}{\omega_{ln}^2} \ln \frac{2\omega_{ln}}{eT}.$$

Отметим, что, как хорошо известно, параметры  $T_c$  и  $\Delta_0$  удовлетворяют соотношению

$$\frac{2\Delta_0}{T_c} = 3.53g\left(\frac{T_c}{\omega_{ln}}\right),$$

где фактор  $g$  описывает отклонение от теории БКШ. Его можно представить в форме

$$g = 1 + \alpha\left(\frac{T_c}{\omega_{ln}}\right)^2 \ln \frac{1.13\omega_{ln}}{\beta T_c}.$$

Подгонкой под большое число экспериментов в [12] было найдено, что  $\alpha = 12.3$ ,  $\beta = 2$  (в [13] аналитическим путем получено  $\alpha = \pi^2$ ,  $\beta = e$ ).

Вследствие связи между параметром порядка и  $T_c$  величина  $\delta C$  ( $T \rightarrow T_c$ ) (7) фактически зависит от двух параметров:  $\omega_{ln}/T_c$ ,  $T/T_c$ .

Для случая сильной связи мы в настоящей работе анализируем поведение  $\delta C$  ( $T \rightarrow T_c$ ), сопоставляя результаты, полученные решением методом итераций системы уравнений (2) для различных значений параметров, определяющих спектр взаимодействия и ядро (3).

В заключение раздела отметим следующее существенное обстоятельство. Пусть спектр взаимодействия имеет эйнштейновский вид, т. е.

$$S(\omega) = A\delta(\omega - \omega_{ln}), \quad A = \frac{\lambda\omega_{ln}}{2}. \quad (8)$$

Тогда подстановкой (8) в (1), (2) можно убедиться в том, что  $\delta C$  во всем интервале температур от нуля до  $T_c$  является функцией двух параметров (см. детали в обзоре [9] и в оригинальной работе [14]), а именно

$$\delta C = f(\omega_{ln}/T_c, T/T_c). \quad (9)$$

При этом фигурирующий в (9) эффективный фактор Зоммерфельда  $\varkappa$  (посредством его описывается нетривиальная температурная зависимость теплоемкости  $C_N$ ) определяется следующим выражением:

$$\varkappa = \frac{m_0 k_F}{3} [1 + 2\lambda Z(T/\omega_{ln})],$$

где  $m_0$  — масса свободного электрона,  $k_F$  — фермиевский импульс. Фактор  $Z(x)$  является некоторой универсальной функцией, для которой существует аппроксимационная формула алгебраического типа (см. детали в [15]).

## 2. Спектральная функция взаимодействия электронов с ДУС

Спектральная функция  $S_{TS}(\omega)$  взаимодействия электронов с ДУС, которые находятся в двойной потенциальной яме с эквивалентными минимумами, в пренебрежении ЭПЭ была определена в [4,16]. С учетом ЭПЭ

она переопределена в [17] (см. также [2]). Имеем

$$S_{TS}(\omega) = N(\varepsilon_F) \sum_l \langle\langle (\gamma_{TS}^{(l)}(q) V_l(q))^2 \rangle\rangle \times \text{th} \frac{\Omega_{TS}^{(l)}}{2T} \frac{\Gamma_l}{(\omega - \Omega_{TS}^{(l)})^2 + \Gamma_l^2}. \quad (10)$$

Здесь  $\gamma_{TS}^{(l)}(q)$  и  $V_l(q)$  — соответственно псевдоспиновый форм-фактор и псевдопотенциал  $l$ -го дефекта, причем

$$\gamma_{TS}^{(l)}(\mathbf{q}) \approx i \sin \frac{\mathbf{qR}_d}{2} \quad (11)$$

( $R_d$  — расстояние между минимумами потенциальной ямы),  $\Omega_{TS}^{(l)}$  и  $\Gamma_l$  — характерные энергия и уширение  $l$ -го уровня (из-за взаимодействия с электронами). Символ  $\langle\langle \dots \rangle\rangle$  расширяется следующим образом:

$$\langle\langle f(\mathbf{q}) \rangle\rangle = \int_{S_F} \int_{S_F} \frac{dS_k}{v_F(k)} \frac{dS_{k'}}{v_F(k')} f(\mathbf{k} - \mathbf{k}') / \left( \int_{S_F} \frac{dS_k}{v_F(k)} \right)^2.$$

Выше интегрирование выполняется по поверхности Ферми, элемент которой обозначен как  $dS_k$ ,  $v_F$  — групповая скорость электрона,  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ .

Как уже отмечалось, в металлах существенную роль играют процессы электронной экранировки туннелирующей частицы. При этом, согласно [1], "быстрые" виртуальные электрон-дырочные пары с энергией  $\omega_0 < E < \varepsilon_b$  ( $\omega_0$  — характерная энергия движения частицы порядка дебаевской частоты,  $\varepsilon_b$  — порядка энергии Ферми или ширины зоны) адиабатически следуют за частицей как при движении ее в яме, так и в подбарьерных переходах. ЭПЭ возникает только за счет взаимодействия частицы с "медленными" виртуальными возбуждениями с энергией меньшей, чем  $\omega_0$ . Существенно, что энергия подобных медленных электрон-дырочных пар ограничена и снизу. В качестве соответствующей величины для нормальных металлов фигурирует обратное время жизни частицы в яме  $\tau^{-1}$ . Для сверхпроводника вместо  $\tau^{-1}$  обрезание происходит на частоте масштаба параметра энергетической щели  $\Delta_0(T)$ .

Согласно теории [1], сужение уровня, "затравочная" величина которого  $\Delta_{TS}^{(l)}$  равна разности энергий между симметричным и антисимметричным состояниями в яме, описывается фактором  $P_l$ , а именно

$$\Omega_{TS}^{(l)} = P_l \Delta_{TS}^{(l)}, \quad (12)$$

$$P_l = \begin{cases} (\Delta_{TS}^{(l)}/\omega_0)^{b_l/(1-b_l)}, & \Delta_{TS}^{(l)} > \pi T(2\Delta_0(T)), \\ (\pi T 2\Delta_0(T)/\omega_0)^{b_l}, & \pi T(2\Delta_0(T)) > \Delta_{TS}^{(l)}. \end{cases} \quad (13)$$

Что касается собственной ширины уровня  $\Gamma_l$ , то

$$\Gamma_l \approx \pi b_l T / [1 + \exp(\Delta_0(T)/T)]^{-1} \quad (14)$$

(предполагается  $T \approx \Omega_{TS}$ ). Такого вида соотношение для  $\Gamma$  справедливо как выше, так и ниже температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$ .

Прокомментируем соотношения (12) и (14). Во-первых, если в нормальном металле перенормированная частота  $\Omega_{TS}$  удовлетворяет условию вида  $\Omega_{TS} > 2\Delta_0(0)$ , то ниже точки  $T_c$  ее величина фактически не меняется. Если же  $\Omega_{TS} < 2\Delta_0(0)$ , то при  $T \leq T_c$  такая частота оказывается больше своего значения в нормальном металле в  $(e\Delta_0/2\Delta_{TS})^b$  раз (из-за изменения скорости релаксации туннельного состояния). Во-вторых, в обоих случаях при  $T \leq T_c$  из-за ослабления взаимодействия частицы с электронной средой ширина уровня  $\Gamma$  экспоненциально падает с понижением температуры.

В выражении для  $S(\omega)$  (10) неявно фигурирует функция распределения возможных значений эффективных туннельных амплитуд. Имея в виду качественную сторону явления, далее предполагаем, что функция распределения имеет лоренцевский вид в окрестности некоторого типичного значения  $\Omega_{TS}$ , при этом индекс  $l$  опускается.

С использованием выражения для спектра взаимодействия (10) определим константу связи. Имеем

$$\lambda_{TS} = 2 \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} S_{TS}(\omega) \approx c_{TS} \frac{\eta}{\Omega_{TS}} \text{th} \frac{\Omega_{TS}}{2T_c},$$

$$\eta = N^2(\varepsilon_F) \langle \langle \gamma_{TS}^2(q) V^2(q) \rangle \rangle, \quad (15)$$

где  $c_{TS}$  — эффективная концентрация легких туннельных атомов, величину  $\eta$  принято называть фактором Хопфильда.

Прокомментируем соотношение (15). Для квантовых дефектов типа водорода (локализирующихся в междоузельных позициях), как правило,  $\Omega_{TS} \leq 1$  К и фактор  $\eta/\Omega_{TS} \approx 10^4$  (см. детали в [2,3]). Принято считать, что число туннельных состояний в интервале энергий от 0 до 1 К порядка  $10^{-5}$ , а в интервале 1–10 К  $c_{TS} \approx 10^{-4}$ . В сильно неравновесных системах, например в свежеприготовленных аморфных материалах, концентрация ДУС может существенно превышать стандартные значения. Таким образом, параметр  $\lambda_{TS}$  в принципе может быть значительно больше единицы.

Заметим, что, согласно определению (15), константа связи электронов с ДУС пропорциональна фактору заселенности, причем

$$\lambda_{TS} \sim \text{th} \frac{\Omega_{TS}}{2T} / \Omega_{TS}.$$

Возможна ситуация, когда характерная частота  $\Omega_{TS}$  меньше (и порядка) критической температуры  $T_c$ . Тогда за счет фактора заселенности константа  $\lambda_{TS}$  может существенно возрасти при  $T \rightarrow 0$ .

Суммируем вышесказанное. Если выполняется условие

$$\Delta_{TS} > \Delta_0, T_c,$$

то во всем интервале температур (0– $T_c$ ) справедливы соотношения

$$\Omega_{TS} = \Delta_{TS} (\Delta_{TS}/\omega_0)^b, \quad \lambda_{TS} = \bar{\eta}/\Omega_{TS}. \quad (16)$$

Здесь с целью сокращения записи положено  $\bar{\eta} = c_{TS}\eta$ .

В случае сильной связи, когда

$$\Omega_{TS} < \Delta_0, T_c,$$

эффективная амплитуда оказывается соответственно равной

$$\Omega_{TS} = \begin{cases} \Delta_{TS} \left(\frac{T_c}{\omega_0}\right)^b, & T = T_c, \\ \Delta_{TS} \left(\frac{\Delta_0}{\omega_0}\right)^b, & T = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Приближенное значение температуры  $T_*^{(1)}$ , при которой изменяется величина  $\Omega_{TS}$ , находится из уравнения

$$\Delta_0(T_*^{(1)}) \approx T_c.$$

Одновременно при учете явного вида фактора заселенности константа связи  $\lambda_{TS}$  задается равенствами

$$\lambda_{TS} = \begin{cases} \bar{\eta}/2T_c, & T = T_c, \\ \bar{\eta}/2\Omega_{TS}, & T = 0 \end{cases} \quad (18)$$

(соответствующая температура кроссовера  $T_*^{(2)} \approx \Omega_{TS}$ ).

В заключение раздела остановимся на вопросе, связанном с оценками параметров ЭПЭ. Детально этот вопрос был рассмотрен нами в [2]. Здесь лишь отметим, что в принципе развиваемая теория приложима к метастабильным системам типа гидридов простых металлов, а также тройных соединений палладий–благородный металл–водород. В таких системах некоторая часть атомов водорода, по-видимому, локализуется в  $T$ -позициях и движется в двухъямных потенциалах с эквивалентными минимумами в соседних  $T$ -позициях. В таком случае характерная частота  $\omega_0 \geq \Theta_D$ , где  $\Theta_D$  — дебаевская частота, а  $\Delta_{TS} \approx 1$  К.

Что касается параметра ЭПЭ  $b$  [11], то потенциал взаимодействия протона с электронами относительно сильный. Кроме того, не мала и величина  $k_F R_d$ . В результате

$$b \approx \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \zeta^2, \quad \zeta = N(\varepsilon_F)/N_0(\varepsilon_F),$$

где  $\zeta$  — отношение зонной электронной плотности на уровне Ферми к плотности в модели свободных электронов. Напомним, что в таких металлах, как, например, Al, Zn и Sn, значение  $\zeta \approx 1$ , а для Be и Cd —  $\zeta \leq 1/2$ . В первом случае роль ЭПЭ существенна, а во втором им можно пренебречь. При этом поляронный фактор  $P \approx 0.5$ . Так что сужение уровней существенное, но оно не катастрофическое.

Заметим, что, согласно оценкам, в названных соединениях MeH<sub>x</sub> значения  $\Omega_{TS}$  меньше, чем  $T_c$  (см., например, работы [18–20]). Вместе с тем константа связи  $\lambda > 1$ . Таким образом, мы имеем дело с нестандартными сверхпроводниками.

### 3. Влияние ЭПЭ на электронную теплоемкость

Как отмечалось выше, особенности температурного поведения фактора  $\delta C$  определяются значениями двух параметров  $T/T_c$  и  $T_c/\Omega_{TS}$ . Определим их, основываясь на материале разделов 1 и 2.

Рассмотрим случай промежуточной связи (стандартного спектра  $S_{TS}(\omega)$ ). Примем во внимание, что  $T_c$  может быть выражена через нулевой момент  $S_{TS}(\omega)$  (см. [21]), а именно

$$T_c = z_1 \Omega_{TS} \lambda_{TS}, \quad z_1 = 0.072. \quad (19)$$

С использованием соотношений (16), (19) непосредственно получаем

$$\frac{T_c}{\Omega_{TS}} = z_1 \bar{\lambda}_{TS} \left( \frac{\omega_0}{\Delta_{TS}} \right)^b, \quad \frac{T}{T_c} = \frac{T}{\bar{\eta} z_1}, \quad (20)$$

где с целью сокращения записи положено

$$\bar{\lambda}_{TS} = \lambda_{TS}(b=0) = \frac{\bar{\eta}}{\Delta_{TS}}.$$

Оказывается, значение  $T/T_c$  не зависит от параметров ЭПЭ. Что касается значения  $T_c/\Omega_{TS}$ , то оно увеличивается по мере усиления ЭПЭ.

Подставим (20) в формулы для приведенных значений теплоемкости (4), (5) и (7) (по определению,  $\omega_m = \omega_{TS}$ ). Нетрудно убедиться в том, что при усилении ЭПЭ (и росте  $T_c/\Omega_{TS}$ ) при  $T \rightarrow T_c$  угловой коэффициент  $k$  в выражении для фактора  $R$  вида

$$R = \frac{\Delta C(T)}{\Delta C(T_c)} = (1 - kt)$$

возрастает. Например, при  $T_c/\Omega_{TS} = 0.1, 0.2$  соответственно  $k = 3.876, 4.291$ .

Перейдем к случаю сильной связи. Воспользуемся для  $T_c$  представлением через первый момент спектра взаимодействия

$$T_c = z_2 \Omega_{TS} \lambda_{TS}^{1/2}, \quad z_2 = 0.183 \quad (21)$$

(см. детали в [20]). При  $T \rightarrow T_c$  с использованием (17), (18) и (21) имеем

$$\frac{T_c}{\Omega_{TS}} = \frac{z_2}{\sqrt{2}} \bar{\lambda}^{1/3} \left( \frac{\omega_0}{T_c} \right)^{b/3}, \quad (22)$$

$$\frac{T}{T_c} = \frac{1}{z_2} \frac{1}{\bar{\lambda}^{1/3}} \left( \frac{\omega_0}{\pi T_c} \right)^{2b/3} \frac{T}{\Delta_{TS}}. \quad (22a)$$

В пределе сильной связи фактор  $R$  зависит только от  $t$ , причем  $R = 1 - kt$ ,  $k = 4$ . Вследствие (22) отклонение  $R$  от единицы, вообще говоря, должно уменьшаться при росте ЭПЭ. Заметим, что коэффициент  $k$  меньше, чем в случае промежуточной связи при  $T_c/\Omega_{TS} = 0.2$ ,

но остается заметно больше, чем в теории БКШ, где  $k = 2.636$ .

Из (19), (22) непосредственно видно, что параметр  $T_c/\Omega_{TS}$  сильно зависит от ЭПЭ. Из сказанного выше следует, что при усилении ЭПЭ для фактора  $R$  угловой коэффициент сначала возрастает, а затем начинает уменьшаться.

Рассмотрим ситуацию при  $T \rightarrow 0$ . Будем считать, что выполняется условие  $\Omega_{TS} < 2T_c$ . С использованием (17), (18) имеем

$$T_c(0)/\Omega_{TS}(0) = K_1 \frac{T_c}{\Omega_{TS}(T_c)},$$

$$K_1 = \lambda^{1/6} \left( \frac{\pi T_c \omega_0^{1/2}}{\Delta_0^{3/2}} \right)^{b/3}, \quad (23)$$

$$\frac{T}{T_c(0)} = K_2 \frac{T}{T_c},$$

$$K_2 = \frac{2}{\lambda^{1/6}} \left( \frac{\pi T_c}{\Delta_0} \right)^{2b/3} \left( \frac{\Delta_0}{\omega_0} \right)^{b/6}. \quad (23a)$$

Здесь через  $T_c(0)$  и  $\Omega_{TS}(0)$  обозначены значения параметров, определяемых формулами (20) и (17) при  $T \rightarrow 0$ . Посредством величин  $K_1$  и  $K_2$  явно учитывается изменение рассматриваемых параметров, обусловленных температурной зависимостью фактора заселенности уровня и поляронного фактора  $P$ .

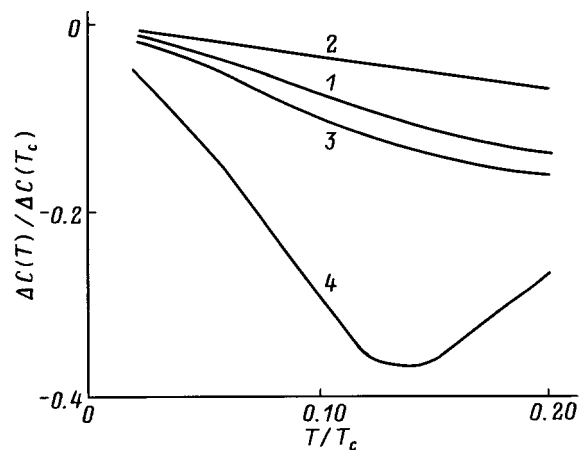
Примем во внимание полученное в [2] приближенное соотношение между  $\Delta_0$  и  $T_c$  вида

$$2\Delta_0/T_c \approx 9^{1+\frac{2}{3}b} \bar{\lambda}^{\frac{1+4b}{6}} \left( \omega_0/\Delta_0 \right)^{\frac{b(1+4b)}{6}}.$$

Тогда с учетом того, что  $B < 1/2$ , для фигурирующих в (23) и (23a) величин  $K_1$  и  $K_2$  имеем

$$K_1 \approx \lambda^{1/6} \left( \frac{\omega_0}{\Delta_0} \right)^{b/6}, \quad K_2 \approx \frac{2}{\lambda^{(1+b)/6}} \left( \frac{\Delta_0}{\omega_0} \right)^{b/6}. \quad (24)$$

Согласно (24),  $K_1 > 1$  и  $K_2 \leq 1$ . Например, при  $\lambda \approx 20$   $K_1 \approx 2$  и  $K_2 \approx 1$ .



Зависимость фактора  $\Delta C(T)/\Delta C(T_c)$  от  $T/T_c$ . 1 — кривая теории БКШ, 2–4 — кривые, полученные в теории сильной связи и отвечающие значениям параметра  $T/\omega_m$ , соответственно равным 0.2, 0.6 и 1.2.

С целью иллюстрации возможной роли перенормировки фактора  $K_1$  с использованием общего вида соотношений (1)–(3) и при задании ядра уравнений Элиашберга в форме (8) были выполнены численные расчеты. Результаты их представлены на рисунке, где приведены кривые зависимости фактора  $\Delta C(T)/\Delta C(T_c)$  от  $T/T_c$  в случае, когда  $T/T_c \ll 1$ . Предполагалось, что  $\omega_{ln}/T_c = 0.2, 0.6$  и 1.2. Для сравнения на рисунке помещена кривая, которая фигурирует в теории БКШ.

Из рисунка непосредственно видно, что в случае сильной связи при  $\lambda \geq 20$ , когда  $\omega_{ln}/T_c \approx 1$ , за счет температурной зависимости (в интервале  $0-T_c$ ) фактора заселенности уровня и поляронного фактора  $P$  величина  $\Delta C(T)/\Delta C(T_c)$  может существенно возрасти (ср. кривые 3 и 4). При этом следует еще учитывать перенормировку параметра Зоммерфельда. Поскольку  $\kappa \sim \sqrt{\lambda}T_c$ , соответствующая величина равна  $(\Delta_0/T_c)^{b/2}$ . Заметим также, что в случае промежуточной связи, как отмечалось, зависимость фактора  $R(T \rightarrow 0)$  от  $t$  ослабляется (ср. кривые 1 и 2).

Таким образом, в настоящей работе рассмотрено влияние квантовых дефектов на электронную теплоемкость металлов в сверхпроводящем состоянии. Учитывался ЭПЭ в рамках представлений, развитых в адиабатической теории [1]. Показано, что для легких дефектов типа водорода параметры туннелирования имеют заметные значения. Проведено обсуждение случаев промежуточной и сильной связи. Известно было, что для дельта-образного спектра межэлектронного притяжения температурное поведение фактора  $\delta C$  определяется значениями двух величин:  $\Omega_{TS}/T_c$  и  $T/T_c$ . В работе исследована зависимость названных параметров и  $\Delta C(T)$  от ЭПЭ, при этом учитывалось изменение заселенности уровней с температурой. Отметим, что если параметр спектра притяжения электронов  $\Omega_{TS}/T_c$  при  $T = T_c$  в отсутствие ЭПЭ составляет несколько десятых, то в условиях сильного ЭПЭ может измениться тип связи. В результате существенным образом трансформируется характер температурной зависимости фактора  $R = \Delta C(T)/\Delta C(T_c)$  по сравнению со случаем промежуточной связи, а именно при  $\lambda_{TS} \gg 1$  в интервале температур вблизи  $T_c$  зависимость  $R$  от  $T$  ослабляется (а не усиливается), а при  $T \rightarrow 0$ , наоборот, усиливается (а не ослабляется).

Изложенная выше теория применима в принципе к системам типа гидридов *sp*-металлов, а также палладия, включая случай тройных систем. Применительно к системам с острым пиком в плотности электронных состояний (например, слабым гидридам типа ниобий-газообразная примесь-водород) теория требует дальнейшего развития.

Отметим, что в работе рассмотрены ДУС, отвечающие симметричному потенциалу. При этом расщепление уровней связывалось с туннелированием. В действительности из-за полей упругих напряжений и мезоскопических флуктуаций электронной плотности вырождение для симметричных конфигураций также должно сниматься (см. [22,23]). Более реалистичный случай будет исследован в другой работе.

Другой интересный вопрос, который заслуживает особого рассмотрения, связан с изучением ситуации, когда дефекты имеют внутреннюю степень свободы [24].

Автор признателен рецензенту за ценные замечания.

## Список литературы

- [1] Ю.М. Каган, Н.В. Прокофьев. ЖЭТФ **90**, 2176 (1986); **97**, 1698 (1990).
- [2] А.П. Жернов. СФХТ **8**, 1 (1995).
- [3] А.П. Жернов. ФНТ **22**, 556 (1996).
- [4] G.M. Vijić, V.L. Aksenov, N.M. Plakida, S.J. Stamenkovic. Phys. **C14**, 2344 (1981).
- [5] V.I. Kozub. Phys. Rev. **B49**, 6895 (1994).
- [6] J. Bardeen, M. Stephen. Phys. Rev. **136**, A1485 (1964).
- [7] Y. Wada. Phys. Rev. **135**, A1481 (1964).
- [8] Б.Т. Гейликман. Исследования по физике низких температур. Атомиздат, М. (1979).
- [9] J.P. Carbotte. Rev. Mod. Phys. **62**, 1027 (1990).
- [10] F. Marsiglio, J.P. Carbotte. Phys. Rev. **B33**, 6114 (1986).
- [11] А.П. Жернов, Е.П. Чулкин. СФХТ **6**, 1 (1993).
- [12] D. Mitrović, H.G. Zarate, J.P. Carbotte. Phys. Rev. **B29**, 184 (1984).
- [13] А.П. Жернов, Е.П. Чулкин. СФХТ **5**, 236 (1992).
- [14] F. Blesius, J.P. Carbotte. J. Low Temp. Phys. **73**, 255 (1988).
- [15] Е.О. Зайцев, В.З. Кресин. ЖЭТФ **74**, 1886 (1978).
- [16] Г.М. Вуйчич, Н.М. Плакида. ФНТ **9**, 278 (1982).
- [17] J. Kondo. Phys. **B123**, 175 (1984).
- [18] B. Stritzker, F. Ochmann. Nucl. Inst. Meth. **209/210**, 831 (1983).
- [19] Б.И. Белевцев, В.И. Однокозов. ФНТ **11**, 459 (1985).
- [20] Л.Р. Жерихина, В.Б. Гиноман. ФНТ **13**, 452 (1987).
- [21] C.R. Leavens. J. Phys. **C7**, 1911 (1977).
- [22] Б.Л. Альтшулер, Б.З. Спивак. Письма в ЖЭТФ **49**, 671 (1989).
- [23] V.I. Kozub. Solid State Commun. **95**, 415 (1995).
- [24] В.Г. Карпов, Д.И. Паршин. Письма в ЖЭТФ **51**, 525 (1990).