Физика твердого тела, 1998, том 40, № 4

Об усилении флуктуационных эффектов в сверхпроводниках с особенностями вблизи поверхности Ферми. Парапроводимость

© Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин

Волжская государственная академия водного транспорта,
603600 Нижний Новгород, Россия

(Поступила в Редакцию 11 апреля 1997 г.)

Показано, что существование определенных топологических особенностей эквипотенциальных поверхностей затравочных носителей заряда вблизи уровня Ферми в сверхпроводнике может сказываться на характере температурных аномалий флуктуационных поправок. Получено выражение для флуктуационной поправки к проводимости в модели сверхпроводника, в которой высокие значения температуры перехода обусловлены увеличением плотности состояний затравочных носителей заряда в области вблизи поверхности Ферми, где константа взаимодействия отлична от нуля. Аномалия в плотности состояний приводит к неаналитичности частотной зависимости пропагатора куперовских пар и к изменению времени релаксации флуктуаций по отношению к классическому в теории БКШ. Это обстоятельство оказывается ответственным за усиление роли флуктуаций и повышение степени сингулярности температурных поправок. С этой точки зрения обсуждаются возможные интерпретации имеющихся в литературе экспериментальных данных.

1. На существенную роль флуктуационных явлений для понимания процессов, происходящих в сверхпроводниках (СП) нового класса, ВТСП, указывалось уже давно [1]. Основные вклады длинноволновых флуктуаций вблизи температуры перехода T_c определяются поведением вершинной части Γ, описывающей пары с малыми частотами Ω и волновыми векторами $\mathbf{k}$. В этой области пространственными и временны́ми параметрами, характеризующими флуктуации, являются длина корреляции ξ и время релаксации τ. Их температурная зависимость определяется величиной $\alpha(T) = \Gamma^{-1}(T, \Omega = 0, \mathbf{k} = 0)$, а T_c — условием $\alpha(T_c) = 0$. Возможные ситуации пространственно-временно́й эволюции флуктуаций зависят от вида энергетического спектра квазичастиц, даваемого полюсами $\Gamma(\Omega, \mathbf{k})$, и, в частности, от того, является ли эта зависимость от Ω и $\mathbf{k}$ аналитической в области, где они малы. Типичная ситуация в теории БКШ — аналитичность как по Ω , так и по $\mathbf{k}$, $\Gamma^{-1} \sim \alpha + \delta k^2 + i\gamma_0\Omega$, $\xi = (\delta/\alpha)^{1/2}$, $\tau = \gamma_0/\alpha$, $\tau = (\gamma_0/\delta)\xi^2$. В общем случае коэффициенты в такой асимптотике выражаются через гриновскую функцию (ГФ) затравочных частиц $G^{-1} = i\omega + \mu - \varepsilon_k$ и взаимодействие g (ω — дискретные частоты) [2–4]. В теории БКШ Γ удается вычислить точно и $\gamma_0 = \pi/8T$ [4], а асимптотика Γ фактически представляет собой разложение Ландау–Гинзбурга. Что касается классического результата для парапроводимости σ, то он зависит от сингулярностей ξ и τ, а также от размерностей $d = 3, 2, 1$ неодинаковым образом: все результаты $\sim \tau$, а степень ξ зависит от d, $\sigma \sim \tau\xi^{2-d}$. Для температурной аномалии характерно проявление целых степеней "наименьшей" сингулярности $\alpha^{-1/2}$. В этих же рамках другие флуктуационные поправки также содержат этот параметр, хотя по τ и ξ ведут себя по-разному. Так, в низкотемпературной асимптотике $\sigma_{\mathrm{LT}} \sim \tau^2\xi^{2-d}$ [5], примесные поправки к парапроводимости $\sigma_{\mathrm{imp}} \sim \tau\xi^{4-d}$ [6]. Поправки к чисто термодинамическим величинам, таким как статическая восприимчивость и теплоемкость, в нижнем порядке не содержат τ и пропорциональны ξ^{4-d} [1]. Неаналитичность Γ может быть следствием определенного вида как ε_k, так и $g(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$, причем на $\mathrm{Re}\,\Gamma$ и $\mathrm{Im}\,\Gamma$ это сказывается не одинаковым образом. Мы рассмотрим ситуацию, когда топологическая особенность ε_k приводит к сингулярности плотности состояний, что в первую очередь затрагивает динамическую часть Γ, а статическая остается аналитической.

2. Энергетический спектр куперовских пар в нормальной фазе вблизи T_c определяется полюсом вершинной части (релаксатора) $\Gamma = -g/(1 + g\Pi)$, $g > 0$ [2], где

$$\Pi(\omega_n, \mathbf{q}) = -T \sum \int d\mathbf{k} G(\omega, \mathbf{k}) G(\omega_n - \omega, \mathbf{q} - \mathbf{k})$$
$$= \int d\mathbf{k}\, \mathrm{th}\,(\varepsilon_k - \mu)/2T \left[i\omega_n - (\varepsilon_{q-k} - \mu)\right.$$
$$\left. - (\varepsilon_k - \mu)\right]^{-1}, \quad \omega_n = 2\pi n T. \qquad (1)$$

Затухание дается мнимой частью запаздывающей функции $\Pi(\Omega, \mathbf{q})$. Если не интересоваться дисперсией затухания по $\mathbf{q}$, то основной вклад в длинноволновой асимптотике запишется просто

$$\mathrm{Im}\,\Pi(\Omega) = -(i\pi/2)\,\mathrm{th}\,(\Omega/4T) N(\Omega/2), \qquad (2)$$

где $N(\xi)$ — плотность состояний, $\xi = \varepsilon_k - \mu$. В этом предельном случае затухание оказывается пропорциональным N, и источником его неаналитичности является неаналитичность N. Вещественная же часть (1) связана с N более сложным образом через интегрирование, что сохраняет аналитичность по $\mathbf{q}$. При $N = \mathrm{const}$ имеем результат БКШ $\Pi = (-i\pi/2) N\,\mathrm{th}\,(\Omega/4T) \approx -iN(\pi/8T)\Omega$.

Известно, что при определенной топологии изоэнергетической поверхности $\varepsilon_k = \mathrm{const}$ в плотности состояний могут появляться особенности. Некоторые из них подробно изучались, и этому вопросу посвящено достаточно много работ [7–9]. Так, наличие плоских или цилиндрических участков указывает на возможность части носителей заряда иметь одномерное или двумерное движение с соответственно корневой и логарифмической особенностями. В общем случае источником особенности может быть отклонение от квадратичной зависимости ε_k ("непараболичность") в области энергии Ферми μ (или отклонение от линейной зависимости по k относительно K_{F}). Отметим, что седловые точки при $d = 2$, содержащиеся в косинусной дисперсии, также можно отнести к нарушению параболичности, поскольку энергетическая поверхность имеет разные знаки радиусов кривизны. В соответствии со скейлинговскими идеями принимается обобщение вида этих особенностей выражениями типа $N(\xi) = N_s(W/|\xi|)^s$ или $N(\xi) = N_e \ln|W/\xi|$ [10,11], где $0 < s < 1$, N_s и N_e — нормировочные множители, а W имеет смысл эффективной ширины зоны проводимости. При нормировке на полное число состояний в зоне $N_s = (1-s)2^{-s}N_0$, $N_e = \ln^{-1}(2e)N_0$, $N_0 = 1/Wv_0$, v_0 — объем элементарной ячейки кристалла. Степень сингулярности плотности состояний s связана с показателем отклонения от параболичности m, если вблизи μ энергетическая поверхность испытывает, например, перегиб типа $\varepsilon_k \sim \operatorname{sign}\xi|\mathbf{k}|^m$. При этом величина s зависит как от m, так и от размерности d. Поскольку s также оказывается связанной с температурной сингулярностью флуктуационной поправки, это могло бы дать определенную экспериментальную информацию не только о характере плотности состояний, но и о структуре энергетической поверхности вблизи энергии Ферми.

Из (2) для коэффициента при линейной степени Ω в $\operatorname{Im}\Pi$ имеем

$$\gamma_s(\omega) = \gamma_0|2W/\Omega|^s \quad \text{или} \quad \gamma_e(\Omega) = \gamma_0 \ln|2W/\Omega|. \qquad (3)$$

Наличие частотной зависимости γ изменяет время релаксации длинноволновых флуктуаций, для которых Γ теперь аппроксимируется выражением $\Gamma^{-1} = \alpha_q - i\gamma(\Omega)\Omega$, $\alpha_q = \alpha + \delta q^2$, $\alpha = \Pi(T) - \Pi(T_c)$. Квадратичная зависимость α_q является следствием разложимости Π в ряд по $\mathbf{q}$, и δ из (1) непосредственно записывается через G

$$\delta = (T/2)\sum\int d\xi\big[2N^{(1)}(\xi)G^3(\omega,\xi) + N^{(2)}(\xi)G^2(\omega,\xi)\big]G(-\omega,\xi), \qquad (4)$$

где

$$N_{ij}^{(1)} = \int d\mathbf{k}(d\varepsilon_k/dk_i)(d\varepsilon_k/dk_j)\delta(\xi-\xi_k),$$

$$N_{ij}^{(2)} = \int d\mathbf{k}(d^2\varepsilon_k/dk_i dk_j),$$

$\delta(\xi-\xi_k)$ — взвешенные плотности состояний. С указанным выше ξ_k они выражаются через параметры N. Поскольку δ является неособенной, ее явное выражение здесь не выписывается.

Величина γ зависит только от модуля Ω, и Γ имеет в комплексной плоскости Ω полюс в нижней полуплоскости

$$\Omega = -i\alpha_q/\gamma(\Omega_0), \quad \alpha_q = \Omega_0\gamma(\Omega_0), \quad |\Omega| = \Omega_0. \qquad (5)$$

Уравнение для ω_0 в неявной форме дает время релаксации флуктуации $\tau_q = \Omega_0(\alpha_q)^{-1}$. Временно́е развитие процесса дается Фурье-компонентой $\Gamma(t) = \int d\Omega/2\pi\Gamma(\Omega)\exp(-i\Omega t) = -iR(\alpha_q)\exp(-t/\tau_q)$, где R — вычет $\Gamma(\Omega)$ в ее полюсе. Поэтому основной вклад в эволюцию флуктуации содержится в выражении $\Gamma = R/(\Omega + i\Omega_0)$, что является отражением того факта, что возбуждения определяются полюсами ГФ. Заметим, что в принципе уравнение для Ω_0 может иметь не одно решение, тогда временно́й процесс характеризуется несколькими параметрами. Отметим также, что такой подход используется и в отношении ГФ другой природы, например при описании возбуждений во взаимодействующем Ферми-газе [2]. Для логарифмической сингулярности уравнение для Ω_0 трансцендентно, $\alpha_q = \Omega_0\gamma_0\ln|2W/\Omega_0|$, и аналитическое решение можно оценить приближенно, если аппроксимировать логарифмическую зависимость степенной с подходящим малым показателем. Для степенной сингулярности из (5) следует

$$\Omega_0 = (\alpha_q/\gamma_0)^{r+1}(2W)^{-r}, \quad R = (i/\gamma_0)(\alpha_q/2W\gamma_0)^r,$$
$$r = s/(1-s). \qquad (6)$$

3. Поправка к электропроводности σ в нормальной фазе СП за счет флуктуационного тока куперовских пар может быть найдена, как и в [5,6], через токовую ГФ D. Для статической электропроводности $\sigma = -\operatorname{Im}D(\Omega)/\Omega$ при $\Omega \to 0$. В нижнем порядке, без учета взаимодействия флуктуаций, имеем

$$D(\omega_n) = -(4\delta e)^2 T\sum\int d\mathbf{q}\, q_z^2\Gamma(\omega_n,\mathbf{q})\Gamma(\omega_n+\omega,\mathbf{q}). \qquad (7)$$

Следуя [6], получаем для σ общую формулу

$$\sigma = 2T(2\delta e/\gamma_0)^2(2W\gamma_0)^{-2r}\int d\mathbf{q}\, q_z^2\alpha_q^{2r}\Omega_0(\mathbf{q})^{-3}. \qquad (8)$$

При получении (8) использовалась асимптотика высоких температур $\tau T \ll 1$, где

$$\tau = \tau(\mathbf{q}=0) = (\gamma_0/\alpha)^{r+1}(2W)^r. \qquad (9)$$

Вопрос об асимптотике высоких температур обсуждался в [5]; кроме того, здесь вместо массы затравочных носителей фигурирует параметр δ, связь которого со спектром дается (4). Для $d = 3.2$ приведем результаты, следующие из (8),

$$\sigma_3 = (2A_3/3\pi^3)(e^2/h)T\tau\xi^{-1},$$
$$\sigma_2 = (2A_2/\pi)(e^2/h)T\tau, \qquad (10)$$

где A_d — числовые множители, $A_d = \int du\, u^{1+d} \times (1+u^2)^{-(3+r)}$, пределы интегрирования от нуля до бесконечности. Таким образом, общий вид поправки, выраженной через фундаментальные параметры τ и ξ, с точностью до числовых множителей остается классическим, как в теории БКШ, т.е. проявляется скейлинговая закономерность, когда существенные изменения обусловлены только характером поведения самих фундаментальных параметров. В данном случае это относится только к τ, температурная зависимость которого (9) отличается от результата БКШ и переходит в нее при $s = 0$. Степень температурной сингулярности при понижении размерности повышается на одну и ту же величину, r: $\sigma_3 \sim \alpha^{-(1/2+r)}$, $\sigma_2 \sim \alpha^{-(1+r)}$, $\sigma_1 \sim \alpha^{-(3/2+r)}$. Это, очевидно, связано с тем обстоятельством, что температурная зависимость $\xi(T)$ осталась прежней, $\xi \sim \alpha^{-1/2}$, но связь τ и ξ здесь более сложная $\xi^2 = (\delta/\gamma_0)\tau^{1-s}(2W)^s$.

4. При интерпретации экспериментальных данных из температурной зависимости вклада парапроводимости находится величина критического индекса n: $\sigma \sim t^{-n}$, $t = \Delta T/T_c$, $\Delta T = T - T_c$. Определенная трудность связана с шириной области перехода (даже без магнитного поля) δT_c, дающей "размазку" в оценке величины T_c. Область флуктуационных эффектов ΔT должна быть малой по сравнению с T_c, но δT_c и ΔT часто оказываются одного порядка. Воспользуемся, например, результатами работы [12], где на рис. 3 в логарифмическом масштабе представлена температурная зависимость парапроводимости для двух образцов: Tl–Ba–Ca–Cu–O и Er–Ba–Ca–O. Классический показатель $1/2$ оказывается справедливым в интервале $0.8 < \Delta T < 9\,\mathrm{K}$ для первого и в интервале $0.5 < \Delta T < 7\,\mathrm{K}$ для второго. Величина δT_c оценивается в $10\,\mathrm{K}$. Имея в виду выход за рамки этой размазки, а также принимая во внимание усиление флуктуационных эффектов в рассмотренной модели, расширим интервал ΔT до $30-40\,\mathrm{K}$. Тогда на указанных графиках оказывается возможным спрямление при других $n = 0.75$ и 0.65. Это отвечает значениям показателей $s = 0.2$ и 0.13. В такой интерпретации это свидетельствует о трехмерном характере критических флуктуаций при наличии слабой сингулярности в плотности состояний затравочных носителей заряда.

Список литературы

[1] Л.Н. Булаевский, В.Л. Гинзбург, А.А. Собянин. ЖЭТФ **94**, *7*, 355 (1988).

[2] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М. (1962). 443 с.

[3] П. де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. (1968). 280 с.

[4] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. М. (1987). 520 с.

[5] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. СФХТ **6**, *1*, 51 (1993).

[6] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. СФХТ **5**, *9*, 1614 (1992).

[7] L.F. Mattheiss. Phys. Rev. Lett. **58**, *10*, 1028 (1987).

[8] В.Н. Антонов, Вл.Н. Антонов, В.Е. Барьяхтар, А.И. Баглюк, Е.Г. Максимов, В.В. Немошкаленко, А.Я. Перлов, С.Ю. Саврасов, Ю.А. Успенский. ЖЭТФ **95**, *2*, 732 (1989).

[9] В.А. Москаленко, М.Е. Полистрант, В.М. Вакалюк. УФН **159**, *4*, 621 (1989).

[10] C.C. Tsuei, C.C. Chi, D.M. Newns, P.C. Pattnaik, M. Däumling. Phys. Rev. Lett. **69**, *14*, 2134 (1992).

[11] Н.В. Щедрина, М.И. Щедрин. ФТТ **36**, *8*, 2201 (1994); **36**, *10*, 3079 (1994); **37**, *8*, 2238 (1995).

[12] Н.Е. Алексеевский, А.В. Митин, Е.П. Хлыбов, Г.П. Кузьмичева, В.И. Нижанковский, И. Вархульска, А. Гилевский. ЖЭТФ **97**, *1*, 263 (1990).