

Электромагнитное поглощение пакетов акустических волн в металлах

© В.А. Кукушкин, А.Г. Курбатова

Чувашский государственный педагогический институт,
428000 Чебоксары, Россия

(Поступила в Редакцию 28 октября 1997 г.)

Рассмотрено затухание квазимонохроматических пакетов звуковых волн в металлах, обусловленное электромагнитным взаимодействием колебаний решетки с резонансными носителями тока. Предполагается, что длина акустической волны λ много меньше длины свободного пробега электронов l , но существенно превышает характерную глубину затухания электромагнитного поля в металлах в условиях аномального скин-эффекта σ . Считается также, что время пролета λ/\bar{v} резонансной частицей области неоднородности поля ($\sim \lambda$) меньше электронного времени релаксации τ_p ($a = \lambda/\bar{v}\tau_p \ll 1$, \bar{v} — характерная скорость резонансных электронов). С помощью решения кинетического уравнения и уравнения Максвелла найдено распределение потенциала вихревого электромагнитного поля, сопровождающего акустический радиоимпульс заданной формы. Исследована сила, действующая на решетку со стороны резонансных электронов, и решено уравнение теории упругости, описывающее эволюцию звуковой волны. Показано, что для эволюции мощного поперечного радиоимпульса характерно слабое (порядка малого параметра a) затухание в экстремумах деформации на фронтах импульса, а также появление высокочастотных предвестников вблизи его границы. Такие предвестники ранее наблюдались Филем с сотрудниками в качестве компоненты шумового всплеска, возникающего на переднем фронте мощного поперечного радиоимпульса при его распространении в сверхчистом галлии.

1. В экспериментах по нелинейному акустическому затуханию в металлах исследуют поглощение пространственно-ограниченных пакетов волн. В связи с этим представляет интерес решение задачи об эволюции звуковых импульсов в результате их взаимодействия с электронами проводимости. Ранее в работах [1–4] была построена теория акустического затухания импульсов продольной поляризации в проводниках. Нелинейное поглощение поперечных видеоимпульсов типа одиночного "горба" и "горба-ямы" деформации кристалла рассмотрено недавно одним из авторов в [5].

Цель настоящей работы — изучить, следуя работе [5], электромагнитное затухание квазимонохроматических пакетов (радиоимпульсов) поперечного звука в нелинейном режиме. Такой тип затухания, как известно, доминирует в металлах со сферической поверхностью Ферми при условии, что длина акустической волны λ много меньше длины свободного пробега электронов l , но существенно превышает характерную глубину проникновения электромагнитного поля в режиме аномального скин-эффекта $\sigma \simeq (c^2 v_F \lambda / w \omega_p^2)^{1/3}$

$$l \gg \lambda \gg \sigma. \quad (1)$$

Здесь w — скорость звука, ω_p — плазменная частота, v_F — скорость электронов на поверхности Ферми. Качественная картина акустоэлектронного взаимодействия в этом случае представляется следующим образом. Распространение поперечного звука в металле сопровождается генерацией вихревого электромагнитного поля, обеспечивающего компенсацию тока решетки током резонансных электронов на толщине аномального скин-слоя импульса σ [6]. Нетрудно убедиться, что динамика резонансных частиц в вихревом поле определя-

ется его магнитной компонентой; последняя изменяет лишь продольную (относительно волнового вектора звука $\mathbf{q} \parallel 0x$) составляющую v_x скорости этих частиц и поэтому может быть описана некоторым "потенциальным" полем $U(x - wt)$.

Если электрон, пролетающий область характерной неоднородности поля ($\sim \lambda$), не успевает рассеяться за время взаимодействия и при этом существенно меняет свою скорость, т. е.

$$a = \lambda/\bar{v}\tau_p \ll 1, \quad (2)$$

где \bar{v} — характерная продольная скорость резонансных частиц, τ_p — время релаксации, то имеет место нелинейный режим затухания. В этом случае траектории электронов в поле $U(x - wt)$ могут быть описаны интегралом энергии

$$\frac{mv_\xi^2}{2} + U(\xi) = \mathcal{E},$$

где $\xi = \frac{x-wt}{\lambda}$, $v_\xi = v_x - w$. На рис. 1, *b* представлен график приведенного "потенциала" $U_1(\xi) = U(\xi)/U_0$, полученного в данной работе для области, соответствующей фронту акустического радиоимпульса (см. рис. 1, *a*). Здесь $U_0 = \max U(\xi)$, $U_k^{(\pm)}$ — локальные экстремумы в области k -го "периода" функции $U_1(\xi)$. В зависимости от величины \mathcal{E} резонансные электроны разделяются на три группы: отражающиеся от магнитного барьера ($U_{k+1}^{(+)} < \mathcal{E} < U_k^{(+)}$), захваченные ($U_k^{(-)} < \mathcal{E} < U_k^{(+)}$) и пролетные ($\mathcal{E} > U_0$). В бесстолкновительном режиме ($a \rightarrow 0$) электронный ток в металле обуславливается лишь движением отражающихся частиц (вклад в ток захваченных и пролетных электронов равен нулю вследствие антисимметрии неравновесной функции распределения этих частиц по продольной скорости). Работа

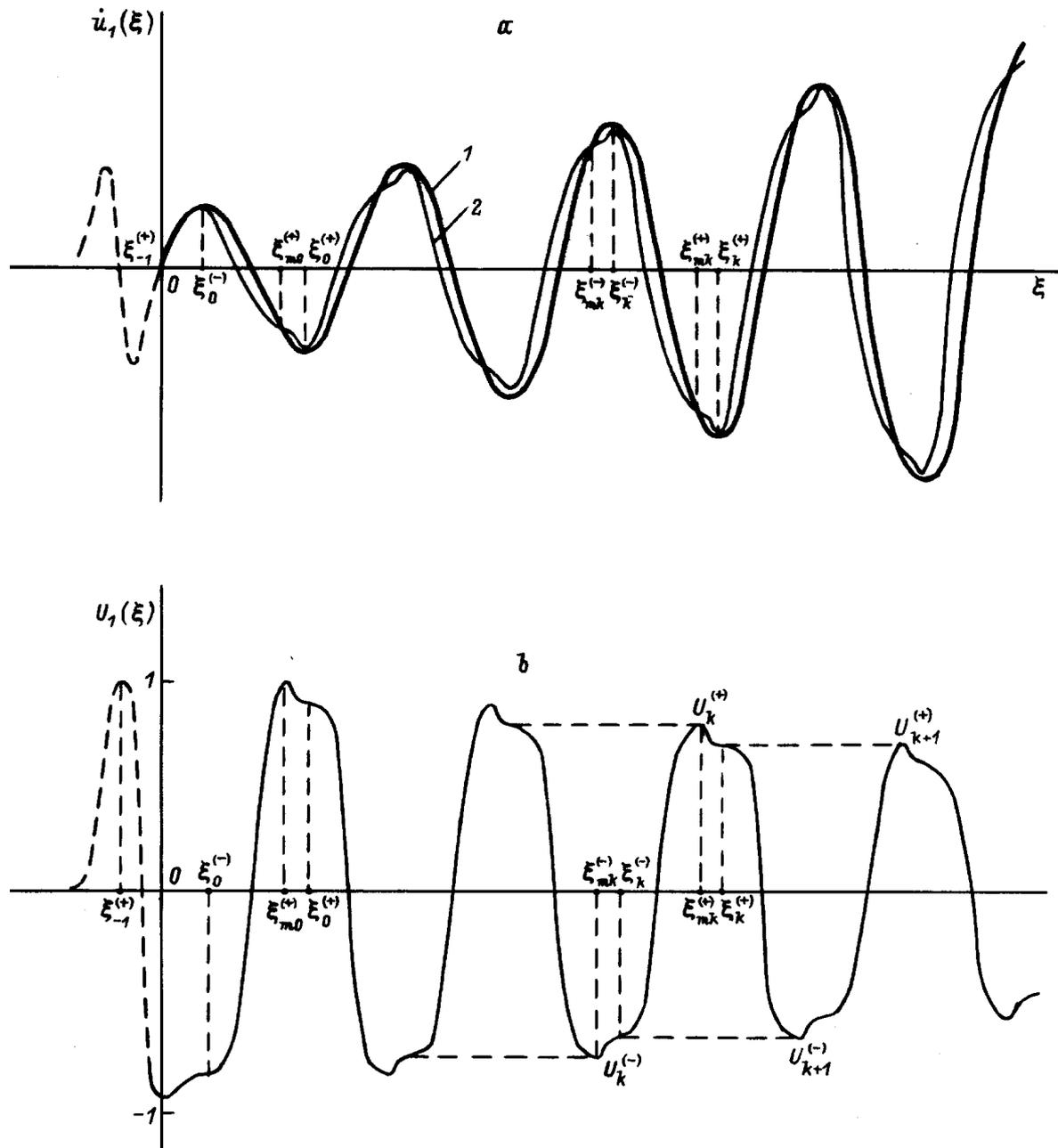


Рис. 1. а) Скорость смещения решетки в акустическом радиоимпульсе: 1 — в начальный момент времени ($\tau = 0$), 2 — при $\tau > 0$. Штриховая кривая иллюстрирует характерный профиль деформации предвестника. б) "Потенциал" вихревого электромагнитного поля, возбуждаемого акустическим радиоимпульсом.

вихревого поля над отражающимися частицами приводит к увеличению их внутренней энергии; последняя, таким образом, оказывается функционалом от смещения решетки и поэтому определяет силу, обуславливающую затухание акустического импульса (нелинейное затухание Ландау).

В работе показано, что экстремумам скорости смещения решетки $\dot{u}(\xi)$ в радиоимпульсе отвечают на профиле "потенциальной" энергии $U(\xi)$ точки $\xi_k^{(\pm)}$, являющиеся граничными для области движения захваченных частиц

(рис. 1). Как следует из условия токовой компенсации, в этих точках сила, действующая на решетку со стороны резонансных электронов, обращается в нуль. Это обстоятельство, по существу, определяет эволюцию мощного радиоимпульса поперечного звука в металле: в бесстолкновительном пределе ($a \rightarrow 0$) огибающая фронта радиоимпульса не должна меняться со временем.

Вихревое электромагнитное поле возбуждается не только в области звукового импульса, но и вне его. В последнем случае электрическая компонента поля

приводит к появлению дополнительной деформации кристаллической решетки — росту акустических предвестников. В работе исследована форма растущего предвестника. Показано, что при временах $t > (\frac{\sigma}{\lambda})^{1/3} \frac{\lambda}{w} \frac{v_F}{w}$ эволюция последнего должна протекать в соответствии с нелинейной теорией, предсказывающей развитие на границе основного импульса серии мощных предвестников достаточно сложной формы.

В заключительной части работы оценена возможность наблюдения описанных эффектов в эксперименте. Отмечено, в частности, что в металлах со сложной поверхностью Ферми акустические предвестники могут быть зарегистрированы в виде высокочастотного всплеска деформации, подобного тому, который наблюдался ранее Филем с сотрудниками в спектре шумового сигнала, возникающего на фронте мощного поперечного импульса при его распространении в сверхчистом галлии [7].

2. Система уравнений задачи состоит из кинетического уравнения для функции распределения резонансных электронов f , уравнения Максвелла и уравнения теории упругости

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial p_x} + \frac{f - f_0}{\tau_p} = 0, \quad (3)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (4)$$

$$\mathbf{j} = \frac{2e}{(2\pi)^3} \int f \mathbf{v} d\mathbf{p}, \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho w^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = G(x, t) - \rho \nu' \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2}. \quad (6)$$

Здесь $G(x, t)$ — сила, действующая на решетку со стороны резонансных электронов, ρ и ν' — плотность и вязкость кристалла, $f_0(\varepsilon)$ — равновесная функция распределения, зависящая от гамильтоновой функции частиц ε в сопутствующей системе координат,

$$\varepsilon(x, t, p) = \varepsilon_0(p) + D_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + U(x - wt, p),$$

$\mathbf{u}(0, u, 0)$ — смещение решетки (предполагается, что акустический импульс распространяется вдоль оси $0x$, а вектор его поляризации направлен вдоль оси $0y$), $D_{\alpha\beta}(p)$ — тензор деформационного потенциала. Спектр частиц в невозмущенном кристалле $\varepsilon_0(p)$ предполагается изотропным и квадратичным. В этом случае $D_{xy} = m_0 \Lambda (|\mathbf{p}|) v_x v_y$, $\Lambda \simeq 1$, $U(\xi, \mathbf{p}) = -\frac{e}{c} \mathbf{A}(\xi) \mathbf{v}$, $\mathbf{A} = (0, A, 0)$ — векторный потенциал электромагнитного поля, сопровождающего звуковую волну, $\xi = \frac{x-wt}{\lambda}$. Для резонансных электронов, поперечная скорость v_y которых порядка v_F , функция $U(\xi, \mathbf{p})$ играет роль "потенциальной" энергии: $U(\xi) = -\frac{e}{c} A(\xi) v_F \text{sgn } v_y$. Отметим, что "потенциал" $U(\xi)$ однозначно описывает вихревое электромагнитное поле акустического импульса вследствие его инвариантности относительно градиентного преобразования потенциала A .

Функцию распределения частиц ищем в виде [6]

$$f(\mathbf{p}, x, t) = f_0(\varepsilon) + m_0 \Lambda v \dot{u} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + g(\mathbf{p}, x, t). \quad (7)$$

Подставляя (7) в (3) и интегрируя уравнение (3) при начальном условии $g \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$, для неравновесной добавки к функции $f_0(\varepsilon)$ получим

$$g = w \text{sign } v_y \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int_{-\infty}^t \frac{\partial U}{\partial x'} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_p}\right) dt'. \quad (8)$$

В нелинейном режиме (2) результат интегрирования по t' в (8) можно представить следующим образом [5]:

$$g = -\frac{w}{\tilde{v}} U_0 \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} [s - s_{-\infty} - a(\xi - s_{-\infty} \tau_1)]. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{v} = (U_0/m)^{1/2}$, $U_0 = \max U(\xi)$; $s = (v_x - w)/\tilde{v}$; $\tau_1 = \tilde{v}t/\lambda$ — безразмерные скорость и время движения частиц вдоль классической траектории; $s_{-\infty} = (s^2 + 2U_1 \text{sgn } v_y)^{1/2} \text{sgn } s_{-\infty}$ — скорость частиц при подлете к импульсу; $U_1(\xi) = U(\xi)/U_0$. Интервал скоростей $|s| \leq (2(1 - U_1 \text{sgn } v_y))^{1/2}$ в (9) соответствует отражающимся электронам, а $|s| \geq (2(1 - U_1 \text{sgn } v_y))^{1/2}$ — пролетным. Для захваченных частиц $s_{-\infty} = 0$; им отвечает интервал скоростей $|s| \leq (|U_1|)^{1/2}$.

Подставляя функцию распределения (7), (9) в выражение для плотности тока (5) и выполняя интегрирование, получаем

$$j_y(\xi) = C e n_0 \dot{u}(\xi) - j_y^e(\xi), \quad j_x = j_z = 0, \quad (10)$$

где

$$j_y^e(\xi) = \frac{3}{4\pi} e n_0 w \frac{U_0}{\varepsilon_F} [\Psi_+(U_1) + \Psi_-(U_1) + aF(\xi)], \quad (11)$$

$$\Psi_{\pm}(U_1) = \pm \int ds (s^2 \pm 2U_1)^{1/2} \text{sgn } s_{-\infty}, \quad (12)$$

$|F|, C \simeq 1$; n_0 — равновесная концентрация электронов; знаки $+$ и $-$ отвечают положительному и отрицательному знакам скорости v_y резонансных частиц в области импульса. Первое слагаемое в (10) соответствует току решетки, тогда как второе есть ток резонансных электронов. Основной вклад в ток (11), имеющий нулевой порядок по малому параметру a , вносит бесстолкновительный ток отражающихся частиц, в то время как ток пролетных и захваченных частиц, обусловленный столкновениями, пропорционален a .

3. Преобразуем уравнение (4) с учетом (10) и (11) к виду

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = \frac{3}{4\pi} \delta^2 \left(-\frac{4\pi}{3} C \frac{\varepsilon_F}{w} \dot{u} - U_0 [\Psi(U_1) + aF(\xi)] \right), \quad (13)$$

где $\delta^2 = (\lambda/\sigma)^3$, $\Psi(U_1) = \Psi_+(U_1) + \Psi_-(U_1)$. В области импульса, где деформация решетки удовлетворяет

неравенству

$$|\dot{u}| \gg aw \frac{U_0}{\varepsilon_F}, \quad (14)$$

при выполнении условий (1) решение уравнения (13) удобно искать в виде ряда по степеням малого параметра δ^{-2}

$$U(\xi) = U^{(0)}(\xi) + \delta^{-2}U^{(1)}(\xi) + \delta^{-4}U^{(2)}(\xi) + \dots$$

В результате в главном приближении по параметру $\max(\delta^{-2}, a) \ll 1$ получим

$$\frac{4\pi}{3} C \frac{\varepsilon_F}{w} \dot{u}(\xi) = U_0 \Psi(U_1). \quad (15)$$

Уравнение (15) представляет собой условие компенсации решеточного тока $Sen_0\dot{u}$ током резонансных электронов $j_y^e(\xi)$ в области импульса. Согласно (15), амплитуда "потенциальной" энергии U_0 и скорость смещения решетки в максимуме \dot{u}_0 связаны между собой соотношением

$$U_0 = \frac{4\pi}{3} \frac{\varepsilon_F}{w} C \dot{u}_0.$$

Предположим далее, что акустический импульс имеет вид квазимонохроматического пакета, описываемого функцией

$$\dot{u}_1(\xi) \equiv \frac{\dot{u}}{\dot{u}_0} = -(\text{th } \alpha\xi + \beta) \sin \xi / (1 + \beta) \quad (16)$$

(рис. 1). В области фронта импульса ($\alpha\xi \ll 1$) постоянные α и β определяют перепад амплитуд $\Delta\dot{u}_{1k} = \dot{u}_1(\xi_{k+1}^{(-)}) - \dot{u}_1(\xi_k^{(-)})$, а также значение $\dot{u}_1(\xi_0^{(-)})$ в первом экстремуме функции $\dot{u}_1(\xi)$; мы будем предполагать, что величины $\dot{u}_1(\xi_0^{(-)})$ и $\Delta\dot{u}_{1k}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, k_{\max}$) удовлетворяют неравенству (14)

$$\min(|\dot{u}_1(\xi_0^{(-)})|, |\Delta\dot{u}_{1k}|) \gg a. \quad (17)$$

Здесь индекс k нумерует "период" волны ($k = [\xi/2\pi]$, где $[x]$ — целая часть числа x).

Соответствующее этому случаю решение $U_1(\xi)$ уравнения (15) будем искать в виде, изображенном на рис. 1, *b*. Характерными точками на кривой $U_1(\xi)$ являются точки $\xi_k^{(\pm)}$ и $\xi_{mk}^{(\pm)}$, определяющие границы области движения захваченных частиц. Вычисляя далее интегралы (12), для выбранного вида "потенциала" $U_1(\xi)$ находим функцию тока отражающихся частиц

$$\Psi(U_1) = \{\Psi_k(U_1)\} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\Psi_k(U_1) =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\varphi(U_1) + \varphi(-U_1) + U_k^{(+)} \varphi(U_1/U_k^{(+)}), \\ \quad -|U_k^{(-)}| \leq U_1 \leq -|U_{k+1}^{(-)}|, \\ -\varphi(U_1) + \varphi(-U_1) - |U_{k+1}^{(-)}| \varphi\left(-\frac{U_1}{U_{k+1}^{(-)}}\right) + U_k^{(+)} \varphi\left(\frac{U_1}{U_k^{(+)}}\right), \\ \quad -|U_{k+1}^{(-)}| \leq U_1 \leq U_k^{(+)}, \\ -\varphi(U_1) + \varphi(-U_1) - |U_{k+1}^{(-)}| \varphi(-U_1/|U_{k+1}^{(-)}|), \\ \quad U_{k+1}^{(+)} \leq U_1 \leq U_k^{(+)}, \\ -\varphi(U_1) + \varphi(-U_1) - |U_{k+1}^{(-)}| \varphi\left(-\frac{U_1}{|U_{k+1}^{(-)}|}\right) + U_{k+1}^{(+)} \varphi\left(\frac{U_1}{U_{k+1}^{(+)}}\right), \\ \quad -|U_{k+1}^{(-)}| \leq U_1 \leq U_{k+1}^{(+)}, \end{array} \right. \quad (18)$$

где $\varphi(\pm U_1) = \sqrt{1 \mp U_1} \pm U_1 \ln \frac{\sqrt{1 \mp U_1} + 1}{\sqrt{|U_1|}}$.

Теперь уже не представляет труда решить уравнение (15) и найти зависимость $U_1(\xi)$. В частности, положения особых точек $\xi_{mk}^{(\pm)}$, а также соответствующие им экстремальные значения "потенциала" $U_k^{(\pm)}$, входящие в функцию тока (18), можно определить, решая систему рекуррентных соотношений

$$\Psi_k(U_{k+1}^{(\mp)}) = \dot{u}_1(\xi_k^{(\mp)}) \rightarrow U_{k+1}^{(\mp)},$$

$$\Psi_k(U_k^{(\mp)}) = \dot{u}_1(\xi) \rightarrow \xi_{mk}^{(\mp)}$$

при "начальных" условиях $U_0^{(\mp)} = \mp 1$, $\xi_{m0}^{(-)} = 0$. На рис. 2 изображен график функции $\Psi(U_1) = \{\Psi_k(U_1)\}$, являющийся результатом численного решения уравнения (15) для первых четырех периодов скорости смещения решетки (16) ($k = 0, 1, 2, 3$). Обратим внимание на то, что в граничных точках $U_k^{(\pm)}$ функция тока $\Psi_k(U_1)$ имеет особенность типа излома. Поведение "потенциала" $U_1(\xi)$ вблизи точек $\xi_{mk}^{(\mp)}$ и $\xi_k^{(\mp)}$, обусловленное особенностями функции тока $\Psi_k(U_1)$, можно представить в аналитическом виде

$$U_1(\xi) = \begin{cases} U_k^{(\mp)} \pm \chi_k^{(\mp)} (\xi - \xi_{mk}^{(\mp)})^2, & \xi \lesssim \xi_{mk}^{(\mp)}, k \neq 0, \\ U_k^{(\mp)} \pm \pi_k^{(\mp)} (\xi - \xi_{mk}^{(\mp)})^2, & \xi \gtrsim \xi_{mk}^{(\mp)}, k \neq 0, \\ U_{k+1}^{(\mp)} \mp \eta_k^{(\mp)} (\xi - \xi_k^{(\mp)})^2, & \xi \lesssim \xi_k^{(\mp)}, \\ U_{k+1}^{(\mp)} \pm \xi_k^{(\mp)} (\xi - \xi_k^{(\mp)})^4, & \xi \gtrsim \xi_k^{(\mp)}, \end{cases} \quad (19)$$

$$U_1(\xi) = \begin{cases} -1 + \beta^2 \xi^2, & \xi \gtrsim 0, \\ +1 - \left(\frac{\partial \dot{u}_1}{\partial \xi}\right)_{\xi_{m0}^{(+)}}^2 (\xi - \xi_{m0}^{(+)})^2, & \xi \gtrsim \xi_{m0}^{(+)}. \end{cases} \quad (20)$$

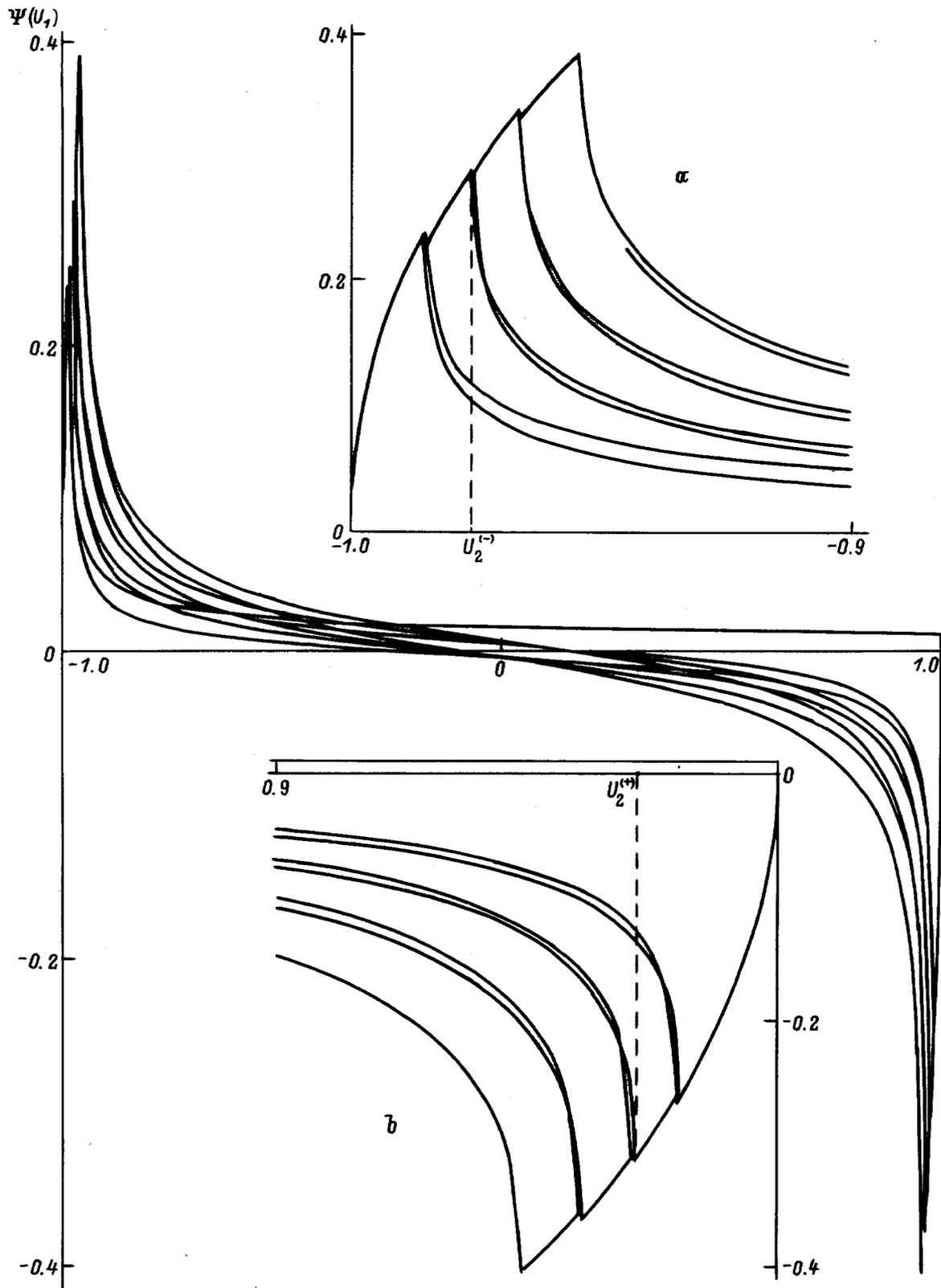


Рис. 2. Функция тока отражающихся электронов. Области максимумов и минимумов, отвечающие первым четырем ветвям Ψ_k функции $\Psi(U_1)$ (см. (17), $k = 0, 1, 2, 3$), в более крупном масштабе показаны на вставках *a* и *b* соответственно.

Здесь

$$\begin{aligned} \varkappa_k^{(\pm)} &= \left| \frac{\partial \dot{u}_1}{\partial \xi} \right|_{\xi_{mk}^{(\pm)}}, \quad \pi_k^{(\pm)} = \left| \frac{\partial \dot{u}_1}{\partial \xi} \right|_{\xi_{mk}^{(\pm)}} \left| \frac{\partial \Psi_k}{\partial U_1} \right|_{U_k^{(\mp)}}^{-1}, \\ \xi_k^{(\pm)} &= \frac{1}{4} \left| \frac{\partial^2 \dot{u}_1}{\partial \xi^2} \right|_{\xi_k^{(\pm)}}, \quad \eta_k^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left| \frac{\partial^2 \dot{u}_1}{\partial \xi^2} \right|_{\xi_k^{(\pm)}} \left| \frac{\partial \Psi_k}{\partial U_1} \right|_{U_{k+1}^{(\mp)}}^{-1}. \end{aligned}$$

Отметим, что в точках $\xi_k^{(\pm)}$, соответствующих экстремумам функции \dot{u}_1 , производная $\partial U_1 / \partial \xi$ обращается в нуль, тогда как в точках $\xi_{mk}^{(\pm)}$ ($k \neq 0$) она терпит разрыв первого рода.

Вихревое электромагнитное поле возбуждается не только в области импульса, но и вне его (при $\xi \leq 0$). В последнем случае оно определяется решением уравнения (13), в котором следует положить $\dot{u}(\xi) = 0$:

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial \xi^2} = \frac{3}{4\pi} \delta^2 [\Psi_e(U_1) + aF(\xi)], \quad \xi \leq 0. \quad (21)$$

Данное уравнение необходимо решать при условии гладкого сшивания "потенциала" U_1 с функцией (20) в точке $\xi = 0$

$$U_1(0) = -1, \quad \left. \frac{\partial U_1}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0.$$

Заметим, что появление вне импульса тока отражающихся частиц (описываемого функцией $\Psi_e(U_1)$ в (21)) существенно связано со столкновительной компонентой полного тока, пропорциональной a ; значение последней состоит в генерации затравочного поля U_1 , выполняющего роль магнитного барьера для отражающихся электронов. Ввиду сложности функции $F(\xi)$ (выражение для нее приведено в работе [5]) процедура решения уравнения (21) в области $\xi \lesssim 0$ представляется весьма трудоемкой, и мы ее не приводим.

Вдали от границы импульса решение (21) следует искать в виде, изображенном на рис. 1, *b* штриховой линией. Соответствующая этому полю функция тока $\Psi_e(U_1)$ определяется выражением

$$\Psi_e(U_1) = \begin{cases} -\varphi(-U_1), & -1 \leq U_1 \leq 1, \\ -\varphi(-U_1) + \varphi(U_1), & 0 \leq U_1 \leq 1. \end{cases} \quad (22)$$

Как показывает анализ, электромагнитное поле вне импульса возбуждается на характерном масштабе $\Delta \xi \simeq \delta^{-1} \ll 1$ (в размерных единицах ему соответствует величина $L\delta^{-1}$ порядка толщины аномального скин-слоя металла σ). Вблизи максимума потенциала (при $\xi \simeq \xi_{-1}^{(+)}$), а также при $\xi \rightarrow -\infty$ решение (21) имеет вид

$$U_1(\xi) = \begin{cases} 1 - \frac{3}{4\pi} \delta^2 \varphi(-1) (\xi - \xi_{-1}^{(+)})^2, & \xi \simeq \xi_{-1}^{(+)}, \\ \exp\left(-\frac{3}{16\pi} \delta^2 \xi^2\right), & \xi \rightarrow -\infty. \end{cases} \quad (23)$$

4. Согласно [15], электромагнитное затухание акустических импульсов определяется силой G , пропорциональной производной $\partial U / \partial x$,

$$G(x, t) = -\frac{Cn_0 w}{v_F} \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (24)$$

Используя метод медленно меняющегося профиля, преобразуем уравнение теории упругости (6) с электронной силой (24) к виду

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial \tau} = -\dot{u}_0 \frac{\partial U_1}{\partial \xi} - \nu \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial \xi^2}, \quad (25)$$

где $\tau = 2\pi C^2 n_0 p_F t' / 3\rho\lambda$, $\nu = 3\rho\nu' / 4\pi C^2 n_0 p_F \lambda$, t' — так называемое "медленное" время. Уравнение (25) совместно с уравнением Максвелла (15) решает задачу об электромагнитном затухании акустических волн в металлах.

Выше отмечалось, что в точках $\xi_{mk}^{(\pm)}$ ($k = 1, 2, \dots$) производная $\partial U_1 / \partial \xi$, а вместе с ней и электронная сила испытывают разрыв. Вне этих точек, где особенности силы отсутствуют, можно пренебречь в (25) вязкой силой, пропорциональной малому параметру ν . В этом случае решение уравнения (25) можно записать в виде [5]

$$\dot{u}(\xi, \tau) = \dot{u}_0(0) \Phi \left\{ \xi - \int_0^\tau \frac{d\tau'}{(\partial \Psi / \partial U_1)|_{\Psi=\dot{u}(\xi, \tau) / \dot{u}_0(\tau')}} \right\}. \quad (26)$$

Здесь функция $\Phi(\xi) = \dot{u}(\xi, 0) / \dot{u}_0(0)$ описывает начальный профиль импульса. Согласно (26), в экстремумах $\xi_k^{(\pm)}$ функции $\dot{u}(\xi)$, где, согласно (18)–(20), производная $\partial U_1 / \partial \xi = 0$, а $|\partial \Psi / \partial U_1| \rightarrow \infty$, изменения деформации импульса не происходит (рис. 1):

$$\dot{u}(\xi_k^{(\pm)}, \tau) = \dot{u}(\xi_k^{(\pm)}, 0). \quad (27)$$

Это равенство определяет характерную особенность эволюции мощного радиоимпульса в бесстолкновительном пределе ($a \rightarrow 0$) — стационарность формы огибающей импульса в области его фронта. Необходимо подчеркнуть, что результат (27) является следствием специфического для пакетов поперечного звука распределения потенциала электромагнитного поля, обуславливающего компенсацию решеточного тока током отражающихся частиц. Действительно, условие такой компенсации требует, чтобы в точках $\xi_k^{(\pm)}$ производная $\partial \Psi / \partial U_1$ меняла знак, испытывая при этом разрыв. Поскольку, с другой стороны,

$$\left. \frac{\partial \dot{u}}{\partial \xi} \right|_{\xi_k^{(\pm)}} = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial U_1} \right|_{U_{k+1}^{(\pm)}} \left. \frac{\partial U_1}{\partial \xi} \right|_{\xi_k^{(\pm)}} = 0,$$

при

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial U_1} \right|_{U_k^{(\pm)}} \neq 0 \quad \left. \frac{\partial U_1}{\partial \xi} \right|_{\xi_k^{(\pm)}} = 0,$$

откуда следует (27).

В окрестности особых точек $\xi_{mk}^{(\pm)}$ ($k \neq 0$) решение уравнения (25) описывает перепад деформации импульса [5] (рис. 1)

$$\dot{u}(\eta) = \dot{u}(\eta_{mk}^{(\pm)}) + \left[\dot{u} - \dot{u}(\eta_{mk}^{(\pm)}) \right] \left[1 - \exp\left((S + \gamma_k^{(\pm)}) \times (\eta_{mk}^{(\pm)} - \eta) / \nu \right) \right], \quad \eta \leq \eta_{mk}^{(\pm)}.$$

Здесь $\eta = \xi - S\tau$, S — скорость развития перепада в системе отсчета, связанной с импульсом, $\gamma_k^{(\pm)} = -1 / \left[\partial \Psi_k / \partial U_1|_{U_k^{(\pm)}} \right]$, функция \dot{u} описывает изменение профиля импульса вдали от особых точек $\xi_{mk}^{(\pm)}$ (при $|\eta_{mk}^{(\pm)} - \eta| \gg \nu$) и удовлетворяет соотношению (26).

5. Выше отмечалось, что на границе мощного звукового импульса потенциал электромагнитного поля испытывает резкий перепад на масштабе $\sim \sigma$. Это в свою очередь приводит к возникновению силы Лоренца

$$\mathbf{G}_{\text{лон}} = e\mathbf{E}n_0 + \frac{e}{c} [\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{H}] n_0, \quad (28)$$

действующей на ионную подсистему металла и вызывающей рост дополнительных сигналов — акустических предвестников. Помимо этого предвестники испытывают затухание на электронах, не взаимодействующих с основным импульсом. Можно показать, что сила электронного затухания в линейном приближении по деформации предвестника имеет вид

$$G_L = -\frac{4}{3\pi} C \frac{\varepsilon_F n_0}{v_F \lambda} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{u}(\xi')}{\xi - \xi'} d\xi'. \quad (29)$$

Второе слагаемое в правой части (28), определяющее силу Лоренца со стороны собственного магнитного поля импульса, мало по сравнению с первым по параметру $|\partial u / \partial x| \ll 1$, и им можно пренебречь. Отбрасывая также вязкий член в силе, уравнение теории упругости для акустических предвестников представим в виде

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial \tau} = E(\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{u}(\xi', \tau)}{\xi - \xi'} d\xi', \quad (30)$$

где

$$E(\xi) = \frac{3\pi}{4} \frac{eE_v v_F \lambda}{\varepsilon_{FC}} = \dot{u}_0 \frac{\partial U_1}{\partial \xi},$$

функция $E(\xi)$ считается не зависящей от ”медленного” времени τ в согласии с (27).

Решение уравнения (30), полученное методом интегральных преобразований, запишем следующим образом:

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial \tau} = \frac{\tau}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(\xi')}{\tau^2 + (\xi - \xi')^2} d\xi' = \text{Re } E_{FL}(\tau + i\xi), \quad (31)$$

где $E_{FL}(p)$ — преобразование Лапласа от Фурье-компоненты функции $E(\xi)$. Для оценки скорости роста

предвестника ”потенциал” $U_1(\xi)$ в окрестности точки $\xi = \xi_{-1}^{(+)}$ аппроксимируем функцией (ср. (20))

$$U_1(\xi) = \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + (\xi - \xi_{-1}^{(+)})^2},$$

имеющей характерную ширину $\varepsilon \simeq \delta^{-1} \ll 1$. Тогда из (31) получим

$$\dot{u}_1(z, \tau) = \frac{\varepsilon \tau z (\tau + 2\varepsilon)}{[(\tau + \varepsilon)^2 + z^2] (z^2 + \varepsilon^2)}, \quad (32)$$

где $z = \xi - \xi_{-1}^{(+)}$. Характерный профиль деформации предвестника, описываемый формулой (32), изображен на рис. 1, a штриховой линией.

Согласно (32), наиболее сильный рост скорости смещения предвестника испытывает при $\tau < \varepsilon$; в течение этого времени максимум функции $\dot{u}(z, \tau)$ (при $z \simeq \varepsilon$ возрастает до таких значений, при которых вступает в силу неравенство (14). Дальнейшая эволюция акустического предвестника (при $\tau > \varepsilon$) должна протекать уже в согласии с нелинейными уравнениями (15) и (25). Решение соответствующей задачи, однако, выходит за рамки данной работы, и мы его не приводим. Отметим лишь, что сделанные ранее выводы об отсутствии затухания в экстремумах деформации основного импульса и генерации высокочастотного электрического поля на его границе справедливы и для нелинейного предвестника. В соответствии с этим последний становится источником серии более поздних предвестников, длина каждого из которых оказывается в $\delta \gg 1$ раз меньше характерной длины предшествующего предвестника.

6. Описанные в данной работе эффекты могут наблюдаться при распространении в щелочных металлах мощных радиоимпульсов поперечного звука с высокой крутизной огибающей на переднем фронте. Подчеркнем, что разница амплитуд $\Delta \dot{u}_{1k}$ соседних максимумов в области фронта должна удовлетворять неравенству (17), обеспечивающему доминирующий вклад отражающихся частиц в электронный ток (11). В области вершины импульса (при $k > k_{\text{max}}$) соседние максимумы $\dot{u}_1(\xi_{k+1}^{(-)})$ и $\dot{u}_1(\xi_k^{(-)})$ отличаются на величину порядка a и меньше, поэтому в соответствующем интервале ”потенциала” $\Delta U_k^{(+)} = U_k^{(+)} - U_{k+1}^{(+)}$ бесстолкновительный ток отражающихся частиц отсутствует. Затухание при этом, как и в случае монохроматической волны [6], определяется степенью экранирования решеточного тока столкновительным током захваченных и пролетных электронов и в режиме сильной нелинейности превышает деформационное затухание (в $\delta^4 \gg 1$ раз) даже для металлов с произвольным спектром носителей. Поэтому на вершине мощного поперечного радиоимпульса следует ожидать значительного (по сравнению с его фронтами) подавления уровня акустического сигнала.¹

¹ Интересно отметить, что подобный эффект подавления уровня сигнала в области вершины мощного акустического радиоимпульса описан в работе [7].

В металлах со сложной поверхностью Ферми электромагнитное поглощение на фронтах звуковых пакетов конкурирует с деформационным; последнее, в частности, обуславливает конечное затухание в локальных экстремумах деформации радиоимпульса [2]. Тем не менее и в этом случае следует ожидать проявления электромагнитных эффектов в виде мощного высокочастотного всплеска деформации на границе основного импульса. Этот сигнал, по-видимому, наблюдался ранее Филем с сотрудниками [7] в качестве компоненты акустического шума, возникающего на переднем фронте мощного радиоимпульса поперечной поляризации при его распространении в сверхчистой галлии. Электромагнитная природа такого шума была установлена в [7] по подавлению его уровня при переходе образца в сверхпроводящее состояние.

При частоте радиоимпульса ~ 100 МГц и мощности накачки $\sim 10^2$ Вт/см² основные параметры задачи a и δ по порядку величины равны соответственно 10^{-1} и 10. При этом время роста деформации предвестника составляет $\sim 10^{-7}$ с, а его протяженность $\sim 10^{-2}$ см. Напряженность H магнитной компоненты вихревого поля импульса порядка 1 Ое, что соответствует оценкам, полученным в [8].

В заключение авторы выражают благодарность С.Л. Лебедеву за полезное обсуждение, а также В.И. Михайлову за помощь при проведении численных расчетов.

Список литературы

- [1] В.Я. Демиховский, Г.М. Максимова, В.Е. Сауткин. ЖЭТФ **86**, 3, 1037 (1984).
- [2] В.Я. Демиховский, В.Е. Сауткин, О.В. Потапов. ФГТ **27**, 4, 1182 (1985).
- [3] В.Я. Демиховский, В.А. Кукушкин. ФНТ **14**, 2, 141 (1988).
- [4] В.Я. Демиховский, В.А. Кукушкин. ФГТ **31**, 2, 63 (1989).
- [5] В.А. Кукушкин. ФГТ **35**, 4, 899 (1993).
- [6] Ю.М. Гальперин. ЖЭТФ **74**, 3, 1126 (1978).
- [7] В.Д. Филь, А.Л. Гайдук, В.И. Денисенко. ФНТ **7**, 4, 517 (1981).
- [8] А.А. Крохин, Н.М. Макаров, В.А. Ямпольский. ФНТ **15**, 1, 76 (1989).