

# Подавление доменной структуры в одноосных ферромагнитных пленках со сверхпроводящим покрытием

© Ю.И. Беспятых, В. Василевский\*, Э.Г. Локк, В.Д. Харитонов

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

\* Политехнический институт,  
26-600 Радом, Польша

(Поступила в Редакцию 23 декабря 1997 г.)

На основе конкретных моделей доменных границ исследуются условия однодоменности и квазиоднодоменные состояния в структурах с магнитными материалами, фактор качества которых больше единицы. Показано, что критическая толщина магнитной пленки в касательно намагниченной системе с ростом поля подмагничивания в интервале от нуля до поля перехода из коллинеарной в однородную угловую фазу монотонно убывает и далее монотонно растет с увеличением внешнего поля. В тонкой изолированной магнитной пленке размер доменов экспоненциально растет при уменьшении ее толщины. Эта зависимость в окрестности перехода в однодоменное состояние для пленки с двухсторонним покрытием является логарифмической, а для пленки с односторонним покрытием имеет степенной характер. Появление однодоменности и особенности в асимптотическом поведении доменной структуры в магнитных пленках с покрытием и без него объясняются различиями асимптотики поля одиночной доменной границы.

1. Известно, что ферриты в слабых постоянных магнитных полях находятся в неоднородном магнитном состоянии [1]. Исключение составляют мелкие частицы и квазиодномерные образцы (так называемые "усы"), которые являются однодоменными при любой величине однородного внешнего магнитного поля [2]. Наличие доменной структуры в магнетике часто оказывается вредным фактором. К примеру, существование доменов приводит к шумам при перемагничивании, росту затухания спиновых волн из-за рассеяния их на доменных границах. Подавление доменов в достаточно больших магнитных образцах дает возможность усовершенствования ряда устройств, использующих ферриты.

Настоящая работа посвящена анализу условий однодоменности одноосных ферромагнитных пленок с односторонним и двухсторонним покрытием из сверхпроводника второго рода в предположении, что связь между магнитной подсистемой и электронами проводимости сверхпроводника носит электромагнитный характер.

2. Рассмотрим условия подавления магнитных доменов в слоистых системах двух типов: а) симметричная система, б) несимметричная система. Симметричная система представляет собой тонкую одноосную ферромагнитную пленку с двухсторонним толстым сверхпроводящим покрытием, а несимметричная система — тонкую ферромагнитную пленку на толстой сверхпроводящей подложке. Будем рассматривать далее системы со сверхпроводниками, которые характеризуются большим значением параметра Гинзбурга–Ландау  $\kappa = \lambda/\xi \gg 1$  ( $\lambda$  — лондоновская глубина проникновения магнитного поля,  $\xi$  — радиус корреляции). Кроме того предположим, что абрикосовские вихри в сверхпроводнике сильно закреплены на центрах пиннинга и смещения их дают малый вклад в магнитную восприимчивость. Магнитная пленка обладает магнитной анизотропией типа "легкая ось" с константой  $\beta = 4\pi Q > 0$  ( $Q$  — фактор качества мате-

риала). Ось анизотропии  $\mathbf{n}_a$  перпендикулярна развитой поверхности пленки. Система находится в касательном внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}_e$ , причем  $H_e \ll H_{c2}$  ( $H_{c2}$  — верхнее критическое поле сверхпроводника). Геометрия симметричной и несимметричной систем представлена на рис. 1, а и б соответственно.

Основное состояние системы в заданном внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}_e$  соответствует минимуму потенциала Гиббса  $G$

$$G = \int_{V_f} dv \left\{ -\mathbf{H}_e \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mathbf{H}_D \mathbf{M} - 2\pi Q M_y^2 + \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{M})^2 \right\}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — намагниченность,  $\mathbf{H}_D$  — дипольное магнитное поле,  $\alpha$  — константа неоднородного обмена ферромагнетика; интегрирование ведется по объему магнитной пленки  $V_f$ . Выражение (1) совпадает по форме с потенциалом Гиббса изолированной одноосной ферромагнитной пленки, однако дипольное поле в (1) включает в себя как поле, создаваемое магнитными моментами ферромагнетика, так и поле экранирующих мейсснеровских токов в сверхпроводнике.

Магнитное поле  $\mathbf{H}$  в сверхпроводнике описывается уравнением Лондонов

$$\mathbf{H} + \lambda^2 \text{rot rot } \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

а скалярный потенциал  $\Psi$  дипольного поля  $\mathbf{H}_D = \mathbf{H} - \mathbf{H}_e = \text{grad } \Psi$  — уравнением Лапласа в вакууме

$$\nabla^2 \Psi = 0, \quad (3)$$

и уравнением Пуассона в ферромагнитной пленке

$$\nabla^2 \Psi = -4\pi \text{div } \mathbf{M}. \quad (4)$$

Уравнения (2)–(4) совместно с условиями непрерывности тангенциальных составляющих магнитного поля

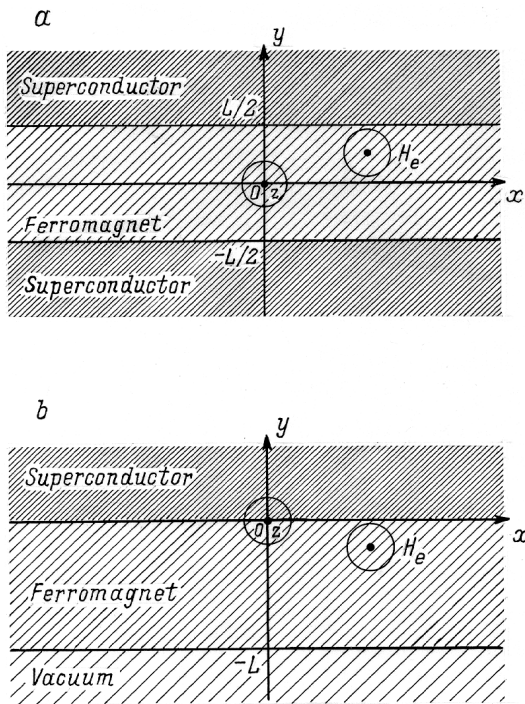


Рис. 1. Ферромагнитная пленка с двухсторонним (а) и односторонним (б) сверхпроводящим покрытием.

$\mathbf{H}$  и нормальной составляющей магнитной индукции  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}$  на границах раздела сред позволяют рассчитать магнитное поле и индукцию в системе, если известно распределение намагниченности в ферромагнитной пленке.

В силу однородности системы по координатам  $x, z$  удобно перейти к фурье-образам намагниченности  $\mathbf{M}$  и поля  $\mathbf{H}$  по формулам

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \mathbf{M}_{\mathbf{k}}(y) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad \mathbf{M}_{\mathbf{k}}(y) = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (5)$$

Введем также безразмерные величины  $g = [4\pi M_0^2 (\alpha/4\pi)^{3/2}]^{-1} G$ ,  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0$ ,  $m_x = \sin\theta \cos\phi$ ,  $m_y = \cos\theta$ ,  $m_z = \sin\theta \sin\phi$ ,  $\mathbf{h} = \mathbf{H}_e/(4\pi M_0)$ ,  $\mathbf{h} = \mathbf{h}_\perp \mathbf{n}_y + \mathbf{h}_\parallel$ ,  $(\mathbf{h}_\perp \mathbf{n}_y) = 0$ ,  $\mathbf{h}_D = \mathbf{H}_D/(4\pi M_0)$ ,  $\psi = (4\pi/\alpha)^{1/2} (4\pi M_0)^{-1} \Psi$ , и нормируем все пространственные масштабы на  $(\alpha/4\pi)^{1/2}$  (обозначения их оставлены прежними, поскольку это не должно привести к недоразумениям).

Фурье-образ нормированного потенциала  $\psi_{\mathbf{k}}$  в магнетике для симметричной (а) и несимметричной (б) систем равен

$$\psi_{\mathbf{k}} = A \operatorname{sh} ky + B \operatorname{ch} ky + \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} dy' \left[ i \frac{\mathbf{k}}{k} \mathbf{m}'_{\mathbf{k}} - m_{\mathbf{k}}^{y'} \operatorname{sgn}(y - y') \right] e^{-k|y-y'|}, \quad (6a)$$

$$A = \frac{(\tau - k)}{2(\tau \operatorname{ch} kL/2 + k \operatorname{sh} kL/2)} e^{-kL/2} \times \int_{-L/2}^{+L/2} dy' \left( i \frac{\mathbf{k}}{k} \mathbf{m}'_{\mathbf{k}} \operatorname{sh} ky' - m_{\mathbf{k}}^{y'} \operatorname{ch} ky' \right),$$

$$B = \frac{(\tau - k)}{2(\tau \operatorname{sh} kL/2 + k \operatorname{ch} kL/2)} e^{-kL/2} \times \int_{-L/2}^{+L/2} dy' \left( i \frac{\mathbf{k}}{k} \mathbf{m}'_{\mathbf{k}} \operatorname{ch} ky' - m_{\mathbf{k}}^{y'} \operatorname{sh} ky' \right),$$

$$\psi_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} dy' \left\{ \left[ i \frac{\mathbf{k}}{k} \mathbf{m}'_{\mathbf{k}} - m_{\mathbf{k}}^{y'} \operatorname{sgn}(y - y') \right] e^{-k|y-y'|} + \frac{(\tau - k)}{\tau + k} \left( i \frac{\mathbf{k}}{k} \mathbf{m}'_{\mathbf{k}} - m_{\mathbf{k}}^{y'} \right) e^{-k(y+y')} \right\}, \quad (6b)$$

где  $\mathbf{m}_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(y)$ ,  $\mathbf{m}'_{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{m}_{\mathbf{k}}(y')$ ,  $\tau^2 = k^2 + \lambda^{-2}$ . Если в (ба) нормальная составляющая намагниченности  $m^y(y)$  является симметричной, а касательные составляющие  $m^{x,z}(y)$  — антисимметричными функциями  $y$ , то  $B = 0$ ; в противоположном случае  $A = 0$ . Используя выражения для потенциала дипольного поля (б), находим потенциал Гиббса системы (1). Мы не выписываем здесь это выражение, поскольку для несимметричной системы оно приводилось ранее в работе [3], а для симметричной системы у него громоздкий вид.

3. Основное состояние изолированных тонких одноосных ферромагнитных пленок сильно зависит от величины фактора качества  $Q$ . Для магнитных материалов с фактором качества  $Q > 1$  в слабых внешних полях однодоменность не имеет места. Равновесный период доменной структуры, начиная с некоторой толщины, монотонно растет с уменьшением толщины магнитной пленки [4]. Анализ однодоменности в системах с такими материалами достаточно сложен, так как для области полей подмагничивания, в которой сформированы доменные границы, приходится решать существенно нелинейную проблему. Напротив, для изолированных магнетиков с фактором качества  $Q < 1$  существует критическая толщина, начиная с которой доменная структура становится энергетически невыгодной и основное состояние пленки будет однородным [5]. При этом исследование условий однодоменности как изолированных пленок, так и пленок со сверхпроводящим покрытием сравнительно просто, поскольку оно сводится к анализу спектра малых возмущений в системе [6,7]. В настоящей работе анализируются магнетики с фактором качества  $Q > 1$ .

При уменьшении толщины ферромагнетика с фактором качества  $Q > 1$  вплоть до критической период доменной структуры растет до бесконечности, а толщина и структура доменных границ меняются мало. В связи с

этим условие однодоменности совпадает с условием равенства нулю полной энергии доменной границы. Точное решение подобных задач требует громоздких численных расчетов, поэтому, как правило, используются модели доменных границ и доменных структур совместно с вариационными методами.

Рассмотрим вначале некоторые особенности доменной структуры одноосных ферромагнитных пленок в окрестности толщины перехода  $L_c$  в однодоменное состояние. Поскольку период доменов в этом случае велик, то будем называть состояние пленки квазиоднодоменным. Мы приведем здесь результаты лишь для полосовой структуры: основные качественные закономерности сохраняются и для решеток цилиндрических магнитных доменов.

Пусть намагниченность в каждом из доменов и по толщине магнитной пленки однородна. Предположим также, что доменные границы параллельны оси  $y$ , распределение намагниченности симметрично относительно начала координат, азимутальный угол для направления намагниченности  $\phi \equiv \pi/2$ , а зависимость полярного угла  $\theta = \theta(x)$  в пределах полупериода доменной структуры  $0 \leq x \leq D/2$  описывается кусочно-линейной функцией

$$\theta(x) = \begin{cases} \theta^+ & \text{при } x \leq D^+/2, \\ (\theta^- - \theta^+)x/\Delta + \theta^+ & \text{при } D^+/2 \leq x \leq D^+/2 + \Delta, \\ \theta^- & \text{при } x \geq D^+/2 + \Delta. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $D^\pm$  и  $\theta^\pm$  — размеры доменов и значения полярного угла для них соответственно,  $\Delta$  — ширина доменной границы. Ниже мы будем считать, что  $\theta^\pm$  совпадают со значениями полярных углов для направлений намагниченности в однородных угловых фазах, и определять их из уравнения

$$h_\perp \sin \theta^\pm - h_\parallel \cos \theta^\pm + \frac{\tilde{Q}}{2} \sin 2\theta^\pm = 0, \quad \tilde{Q} = Q - 1. \quad (8)$$

Величины  $D$ ,  $D^+$  и  $\Delta$  являются независимыми параметрами модели, и значения их находятся из условия минимума потенциала Гиббса системы. Тогда средние по объему локальные вклады в гиббсовскую энергию за вычетом энергии однородной угловой фазы с  $\theta = \tilde{\theta}^-$  имеют вид

$$g_Z = [h_\parallel (\sin \theta^- - \sin \theta^+) + h_\perp (\cos \theta^- - \cos \theta^+)] Y + \left[ h_\parallel \left( \sin \theta^- + \frac{\cos \theta^- - \cos \theta^+}{\theta^- - \theta^+} \right) + h_\perp \left( \cos \theta^- - \frac{\sin \theta^- - \sin \theta^+}{\theta^- - \theta^+} \right) \right] Z,$$

$$g_a = \frac{\tilde{Q}}{4} \left[ (\cos 2\theta^- - \cos 2\theta^+) Y + \left( \cos 2\theta^- - \frac{\sin 2\theta^- - \sin 2\theta^+}{2(\theta^- - \theta^+)} \right) Z \right], \quad (9)$$

$$g_{ex} = \frac{(\theta^- - \theta^+)^2 k^2}{2\pi^2} \frac{k^2}{Z},$$

где  $k = 2\pi/D$ ,  $Y = D^+/D$ ,  $Z = 2\Delta/D$ ,  $g_Z$  — зеemannовская энергия,  $g_{ex}$  — обменная энергия и  $g_a$  — энергия анизотропии. Локальная часть дипольной энергии включена в энергию анизотропии (9) заменой фактора качества  $Q$  на  $\tilde{Q}$ . Нелокальная часть дипольной энергии для симметричной (а) и несимметричной (б) систем равна

$$g_D = -\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 - \frac{2\tau_n \operatorname{sh} k_n L/2}{k_n L (k_n \operatorname{sh} k_n L/2 + \tau_n \operatorname{ch} k_n L/2)} \right] A_n^2, \quad (10a)$$

$$g_D = -\frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 - \frac{1}{k_n L} \left[ 1 - e^{-k_n L} + \frac{(\tau_n - k_n)}{2(\tau_n + k_n)} (1 - e^{-k_n L})^2 \right] \right\} A_n^2, \quad (10b)$$

где  $k_n = kn$ ,  $\tau_n^2 = k_n^2 + \lambda^{-2}$ ,  $A_n$  — коэффициенты в разложении в ряд Фурье функции  $\cos \theta(x)$

$$\cos \theta(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos k_n x,$$

$$A_0 = \left\{ \cos \theta^- - (\cos \theta^- - \cos \theta^+) Y - \left( \cos \theta^- - \frac{\sin \theta^- - \sin \theta^+}{\theta^- - \theta^+} \right) Z \right\},$$

$$A_n = \frac{2}{\pi n [1 - \pi^2 n^2 Z^2 / (\theta^- - \theta^+)^2]} \times \left\{ \left[ -\cos \theta^- \sin \pi n Z + \frac{\pi n Z}{(\theta^- - \theta^+)} \right] \cos \pi n Y \times (\sin \theta^- \cos \pi n Z - \sin \theta^+) \right. \\ \left. + \left[ \cos \theta^+ - \cos \theta^- \cos \pi n Z - \frac{\pi n Z}{(\theta^- - \theta^+)} \sin \theta^- \sin \pi n Z \right] \sin \pi n Y \right\}. \quad (11)$$

Сравним квазиоднодоменные состояния одноосных ферромагнитных пленок со сверхпроводящим покрытием и без него в случае касательного внешнего магнитного поля, не превышающего поле перехода из коллинеарной фазы в однородную угловую фазу. Для изолированной магнитной пленки с большой магнитной анизотропией ( $\Delta \ll L$ ) (далее под большой или малой

анизотропией мы подразумеваем эффективную анизотропию, включающую влияние поля подмагничивания) при  $kL \ll 1$

$$g_D \cong \frac{\cos^2 \theta^+}{\pi^2} kL \left[ \ln(kL) - \frac{3}{2} - \ln 2 - \frac{(kL)^2}{72} \right] + o(k^4 L^4),$$

$$\Delta^2 \cong \frac{(\pi - 2\theta^+)}{2} \left\{ \frac{\tilde{Q}}{4} \cos 2\theta^+ + h_{\parallel} \left[ \sin \theta^+ - \frac{\cos \theta^+}{(\pi - 2\theta^+)} \right] \right\}^{-1},$$

$$k \cong \frac{1}{L} \exp \left[ -\frac{\pi(\pi - 2\theta^+)^2}{\Delta L \cos^2 \theta^+} \right]. \quad (12)$$

Отсюда видно, что с уменьшением толщины магнитной пленки размер доменов экспоненциально растет, а ширина доменных границ почти не меняется.

При тех же условиях для пленки с двухсторонним идеальным сверхпроводящим покрытием ( $\lambda = 0$ ) дипольная энергия преобразуется к виду

$$g_D = -\frac{8kL \cos^2 \theta^+}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^3} \operatorname{th} \frac{\pi^2(2n-1)}{2kL}. \quad (13)$$

Используя (13), определяем критическую толщину  $L_c$  и связь между  $k$  и  $L$  для пленок с толщиной, близкой к критической

$$L_c \cong \frac{\pi(\pi - 2\theta^+)^2}{I \Delta \cos^2 \theta^+},$$

$$\frac{L - L_c}{L_c} \cong \frac{16\pi^2}{7\zeta(3)} \frac{1}{(kL)} \exp \left( -\frac{\pi^2}{kL_c} \right), \quad (14)$$

где

$$I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2} \left( 1 - \frac{\operatorname{th} x}{x} \right) \cong 0.82.$$

Как видно из (14), зависимость обратного периода доменной структуры  $k$  от толщины пленки  $L$  в окрестности перехода в однодоменное состояние является логарифмической. Если лондоновская глубина для сверхпроводящего материала велика ( $\lambda \gg L$ ), то

$$g_D \cong \frac{kL}{\pi^2} \cos^2 \theta^+ (\ln l + C - 3/2), \quad l = L/2\lambda, \quad (15)$$

и зависимость  $L_c(\lambda)$  представляется в параметрической форме

$$\begin{cases} L_c \cong -\frac{\pi(\pi - 2\theta^+)^2}{\Delta \cos^2 \theta^+ (\ln t + C - 3/2)}, \\ \lambda = L_c/2t, \end{cases} \quad (16)$$

где  $C$  — постоянная Эйлера. Величина  $k$  и в этом случае зависит от  $L - L_c$  логарифмически. Такая зависимость есть следствие экспоненциального убывания магнитной индукции и касательной составляющей магнитного поля доменной границы с увеличением расстояния от нее из-за экранирования поля магнитных зарядов токами у поверхности сверхпроводящего покрытия. Радиус экранирования монотонно растет от значения порядка  $L$  для

идеального сверхпроводника до значения порядка  $\lambda$  для сверхпроводника с  $\lambda \gg L$ .

Для магнитной пленки с односторонним идеальным сверхпроводящим покрытием ( $\lambda = 0$ )

$$g_D \cong -2 \frac{\cos^2 \theta^+}{\pi^2} kL \left[ \ln 2 - \frac{(kL)^2}{12} \right] + o(k^4 L^4), \quad (17)$$

так что

$$L_c \cong \frac{\pi(\pi - 2\theta^+)^2}{2 \ln 2} \frac{1}{\Delta \cos^2 \theta^+},$$

$$(kL_c)^2 \cong 4 \ln 2 \frac{(L - L_c)}{L_c}. \quad (18)$$

При  $\lambda \gg L$  справедливы выражения (15)–(16), если в них заменить  $3/2$  на 2. Ширина доменной стенки в (14), (16), (18) описывается формулой (12).

Для магнитных пленок со сверхпроводящим покрытием основной член в разложении дипольной энергии по степеням малого параметра  $kL$  пропорционален  $kL$ , и расходимость производной дипольной энергии по  $k$  при  $kL \rightarrow 0$  отсутствует. Различия в выражениях для дипольной энергии и в зависимостях  $k(L)$  обусловлены различиями в асимптотике индукции и поля доменной границы на больших расстояниях от нее. В случае изолированной магнитной пленки поле доменной стенки с центром в точке  $x = 0$  при  $x \rightarrow \infty$

$$h_D^x \cong -\frac{2}{\pi} \cos \theta^+ \frac{y}{x^2}, \quad b_D^y = h_D^y + m^y \cong \frac{2}{\pi} \cos \theta^+ \frac{1}{x}. \quad (19)$$

Компонента индукции  $b_D^y$  медленно убывает с ростом  $x$ , что ведет к появлению  $\ln kL$  в выражении для дипольной энергии (12).

Для пленки с односторонним покрытием

$$h_D^x \cong -\frac{8}{\pi l} \cos \theta^+ \frac{1}{x^2},$$

$$b_D^y \cong \frac{8}{\pi l} \cos \theta^+ \frac{(1+l)(1-ly)}{x^3}, \quad (20)$$

так что  $b_D^y$  быстро убывает с увеличением  $x$ , и расходимость производной дипольной энергии по  $k$  при  $kL \rightarrow 0$  отсутствует. Для пленки же с двухсторонним покрытием, как отмечалось выше, эти величины убывают с ростом расстояния от доменной границы экспоненциально.

Используя выражения для гиббсовской энергии (9), (10), мы проанализировали также квазиоднодоменные состояния и критическую толщину одноосных ферромагнитных пленок со сверхпроводящим покрытием во внешнем магнитном поле, направленном под углом к плоскости пленки. Не приводя всех результатов расчета, отметим, что с ростом нормальная компонента внешнего поля  $H_e^y \mathbf{n}_y$  область абсолютной устойчивости угловой фазы с составляющей намагниченности  $M^y H_e^y > 0$  расширяется.

4. Очевидно, для определения критической толщины не важен конкретный тип доменной структуры, и эта толщина может быть получена из условия равенства полных энергий изолированной доменной границы и однородной угловой фазы.

Вычислим критическую толщину одноосного ферромагнетика с фактором качества  $Q > 1$  в касательном внешнем магнитном поле  $\mathbf{H}_e$  при следующем распределении намагниченности в доменной границе:

$$m^y = \cos \theta_0 \operatorname{th}(x/\Delta),$$

$$m^z = [1 - \cos^2 \theta_0 \operatorname{th}^2(x/\Delta)]^{1/2}, \quad (21)$$

где  $\Delta$  — ширина доменной границы,  $\theta_0 = \arcsin h/\tilde{Q}$ . Как и выше, будем использовать нормированные переменные и, кроме того, обозначим  $\nu = kL/2$ ,  $\rho = \pi\Delta/L$ ,  $\varepsilon = \tau L/2$ ,  $\tilde{g} = G/(4M_0^2 L^2)$ . Тогда на единицу длины доменной границы имеем зеемановскую энергию

$$\tilde{g}_z = \tilde{Q}\rho \sin \theta_0 [(2\theta_0 - \pi) \cos \theta_0 - 2 \sin \theta_0 \ln \sin \theta_0], \quad (22)$$

энергию анизотропии с включенной в нее локальной частью дипольной энергии

$$\tilde{g}_a = \tilde{Q}\rho \cos^2 \theta_0, \quad (23)$$

обменную энергию

$$\tilde{g}_{ex} = \frac{\pi^2}{\rho L^2} \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0} \operatorname{arctg} \cos \theta_0 \right) \quad (24)$$

и энергию дипольного поля в симметричной

$$\begin{aligned} \tilde{g}_D &= -\rho^2 \cos^2 \theta_0 \\ &\times \int_0^\infty \frac{d\nu}{\operatorname{sh}^2(\rho\nu)} \left[ 1 - \frac{\varepsilon \operatorname{sh} \nu}{\nu(\varepsilon \operatorname{ch} \nu + \nu \operatorname{sh} \nu)} \right] \end{aligned} \quad (25a)$$

и несимметричной системе

$$\begin{aligned} \tilde{g}_D &= -\rho^2 \cos^2 \theta_0 \int_0^\infty \frac{d\nu}{\operatorname{sh}^2(\rho\nu)} \left\{ 1 - \frac{1}{2\nu} (1 - e^{-2\nu}) \right. \\ &\times \left. \left( 1 + \frac{(\varepsilon - \nu)}{2(\varepsilon + \nu)} (1 - e^{-2\nu}) \right) \right\}. \end{aligned} \quad (25b)$$

Аналитические выражения для критической толщины  $L_c$  удается получить только для систем с идеальным сверхпроводником ( $\lambda = 0$ ) и большой  $\rho \ll 1$  или малой  $\rho \gg 1$  анизотропией пленки, а также для систем, у которых глубина проникновения поля в сверхпроводник велика  $\lambda \gg L$ ,  $\Delta$ .

Для симметричной системы с идеальным сверхпроводящим покрытием в случае большой анизотропии  $\rho \ll 1$

$$\tilde{g}_D \cong -\frac{7\zeta(3)}{\pi^2} \cos^2 \theta_0 \cong -0.853 \cos^2 \theta_0, \quad (26)$$

$$L_c \cong \frac{2\pi^2}{7\zeta(3) \cos^2 \theta_0} \sqrt{RS\tilde{Q}}, \quad (27)$$

$$\rho_c \cong \sqrt{S/(R\tilde{Q}L_c^2)}, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} R &= \sin \theta_0 [(2\theta_0 - \pi) \cos \theta_0 \\ &- 2 \sin \theta_0 \ln \sin \theta_0] + \cos^2 \theta_0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$S = \pi^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta_0}{\cos \theta_0} \operatorname{arctg} \cos \theta_0 \right). \quad (30)$$

Отметим, что формулы (26)–(28) работают в области малых внешних полей, однако при увеличении внешнего поля и приближении к точке перехода из коллинеарной в однородную угловую фазу доменная граница становится шире и приближение  $\rho \ll 1$  становится несправедливым.

При малой анизотропии  $\rho \gg 1$  получаем

$$\tilde{g}_D \cong -\frac{a}{\rho} + \frac{b}{3\rho^3}, \quad a \cong \frac{\pi^2}{18} \cos^2 \theta_0,$$

$$b \cong \frac{\pi^4}{75} \cos^2 \theta_0, \quad (31)$$

$$L_c^2 \cong S/a, \quad \rho_c^4 \cong b/(3R\tilde{Q}). \quad (32)$$

Как следует из формул (29)–(32), критическая толщина монотонно убывает с ростом внешнего поля от значения  $L_c^2 \cong 18$  при  $h = 0$  до  $L_c^2 \cong 15/\pi^2$  при  $h = \tilde{Q}$ . Из выражений (27), (32) видно также, что критическая толщина убывает с ростом поля подмагничивания (в области применимости этих выражений) и максимальное ее значение соответствует нулевому полю. Это связано с уменьшением эффективной магнитной анизотропии в плоскости уз и поля рассеивания доменов при приближении к полю перехода из однородной угловой в коллинеарную фазу.

Для несимметричной системы с идеальной сверхпроводящей подложкой ( $\lambda = 0$ ) при большой магнитной анизотропии  $\rho \ll 1$

$$\tilde{g}_D \cong -2 \ln 2 \cos^2 \theta_0, \quad (33)$$

$$L_c \cong \frac{1}{\ln 2 \cos^2 \theta_0} \sqrt{RS\tilde{Q}}, \quad (34)$$

$$\rho_c \cong \sqrt{S/(R\tilde{Q}L_c^2)}, \quad (35)$$

а при малой анизотропии  $\rho \gg 1$

$$\tilde{g}_D \cong -\frac{a}{\rho} + \frac{b}{2\rho^2}, \quad a \cong \frac{\pi^2}{9} \cos^2 \theta_0,$$

$$b \cong \frac{3\zeta(3)}{2} \cos^2 \theta_0, \quad (36)$$

$$L_c^2 \cong S/a, \quad \rho_c^3 \cong b/(4R\tilde{Q}). \quad (37)$$

В противоположном случае большой глубины проникновения поля в сверхпроводник  $\lambda \gg L$ ,  $\Delta$  для симметричной системы с большой анизотропией  $\rho \ll 1$

$$\tilde{g}_D \cong \cos^2 \theta_0 [\ln(L/\lambda) + C - 3/2], \quad (38)$$

а  $L_c(\lambda)$  и  $\rho_c(\lambda)$  представляются функциями параметра  $t$ , меняющегося в области  $0 < t \ll 1$

$$\begin{cases} L_c \cong \rho_c^{-1}(S/R\tilde{Q})^{1/2}, \\ \rho_c \cong \cos^2 \theta_0(-\ln t + 3/2 - C)(2R\tilde{Q})^{-1}, \\ \lambda = L_c/(2t). \end{cases} \quad (39)$$

Если же анизотропия мала  $\rho \gg 1$ , то

$$\tilde{g}_D \cong -[\ln(\lambda/\rho L) + 1] \cos^2 \theta_0 \quad (40)$$

и критические параметры равны

$$\begin{aligned} \rho_c &\cong [\cos^2 \theta_0 / (4R\tilde{Q})] \ln(4\lambda^2 R\tilde{Q}/S), \\ L &\cong (\rho_c^2 R\tilde{Q}/S)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (41)$$

Для несимметричной системы при большой  $\rho \ll 1$  и малой анизотропии  $\rho \gg 1$ ,  $\rho L/\lambda \ll 1$  дипольная энергия и критические величины  $L_c$  и  $\rho_c$  описываются формулами (38), (39) и (40), (41) соответственно, если в них сделать замену  $\lambda$  на  $\lambda\sqrt{e}$ .

Модель доменной границы (21) позволяет довольно точно рассчитать критическую толщину для случая магнитной пленки с большой анизотропией в слабых полях. Однако при полях, близких к полю перехода из угловой в коллинеарную фазу  $h = \tilde{Q}$ , эта модель неприменима, так как распределение намагниченности по толщине магнетика становится существенно неоднородным. Расчеты же критической толщины для случая малой анизотропии  $0 < \tilde{Q} \ll 1$  носят качественный характер.

Если касательное внешнее поле больше поля перехода из коллинеарной в угловую фазу  $h > \tilde{Q}$ , то изолированная доменная граница не существует, и критическая толщина, как и в случае пленок с  $\tilde{Q} < 0$ , может быть вычислена из линеаризованной системы уравнений [7]. Анализируя спектр малых возмущений в системе (дискриминанты систем линейных уравнений (5) и (15) работы [7]), нетрудно найти критическую толщину пленок в случае  $\lambda \gg 1$ ,  $L \ll 1$ . Для типичных сверхпроводников второго рода и ферритов  $\lambda \sim 10^{-4}$  см,  $\alpha/4\pi \sim 10^{-10} \div 10^{-11}$  см<sup>2</sup>, так что этот случай представляет наибольший интерес. Зависимость  $L_c(h)$  для симметричной системы такова

$$\begin{cases} L_c(k) \cong 4(k^2 + \lambda^{-2})^{3/2}/(k^2 + 2\lambda^{-2}), \\ h(k) \cong \tilde{Q} + k^4/(k^2 + 2\lambda^{-2}), \end{cases} \quad (42)$$

где  $k$  — параметр, равный волновому числу критической моды. Аналогичная зависимость для несимметричной системы записывается в следующем виде:

$$\begin{cases} L_c(k) \cong 2\tau(k + \tau)/(2\tau - k), \\ h(k) \cong \tilde{Q} + k^3(2\tau - k). \end{cases} \quad (43)$$

Из (42), (43) следует, что критическая толщина и волновое число критической моды монотонно увеличиваются с ростом внешнего поля. Минимальная критическая

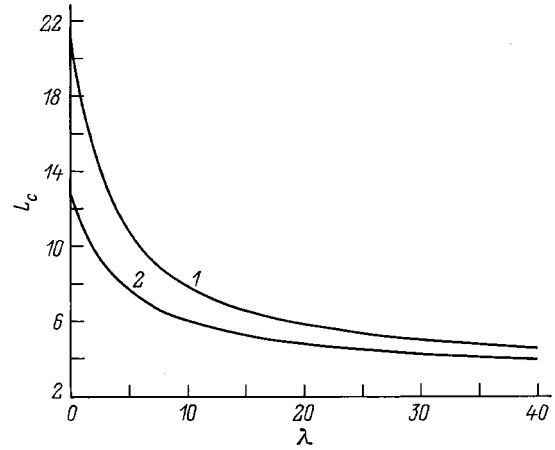


Рис. 2. Зависимость критической толщины  $L_c$  от лондоновской глубины  $\lambda$  при  $h = 0$  и величине фактора качества  $\tilde{Q} = 7$ . 1 — двухстороннее, 2 — одностороннее покрытие.

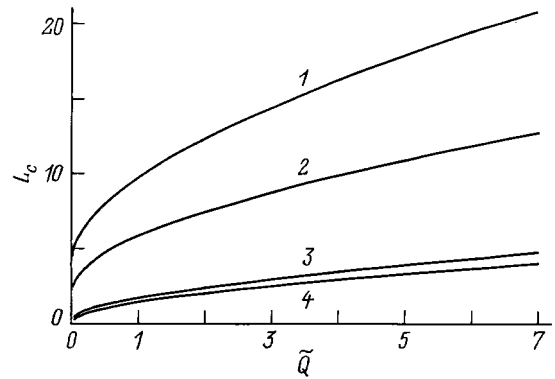
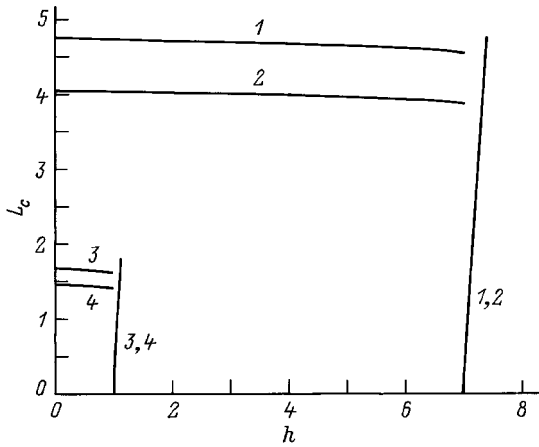


Рис. 3. Зависимость критической толщины  $L_c$  от фактора качества  $\tilde{Q}$  при  $h = 0$  и значениях  $\lambda = 0$  (1, 2) и 35.5 (3, 4). 1, 3 — двухстороннее, 2, 4 — одностороннее покрытие.

толщина  $L_c^*$ , соответствующая значению внешнего поля  $h = \tilde{Q}$ , совпадает с найденной в работе [7].

С помощью (22)–(25) был выполнен численный анализ критических параметров. На рис. 2, 3 представлены зависимости критической толщины магнитной пленки  $L_c$  с односторонним и двухсторонним покрытием от лондоновской глубины  $\lambda$  и величины  $\tilde{Q}$ . Из рис. 2 видно, что при малых  $\lambda$  критическая толщина  $L_c$  быстро меняется с изменением  $\lambda$ , а при больших  $\lambda$ , в соответствии с (39), меняется по логарифмическому закону. Рост  $L_c$  при увеличении  $\tilde{Q}$  (рис. 3) обусловлен увеличением поля рассеяния и энергии доменной границы. Зависимость критической толщины  $L_c$  от поля подмагничивания  $h$  изображена на рис. 4. В широкой области полей критическая толщина  $L_c$  почти постоянна, но она быстро убывает при стремлении поля к полю перехода из угловой в коллинеарную фазу. Последнее есть следствие увеличения ширины доменной границы и связанного с ней уменьшения поля рассеяния. Минимальная критическая толщина  $L_c^*$  при расчетных параметрах с высокой



**Рис. 4.** Зависимость критической толщины  $L_c$  от касательного поля подмагничивания  $h$  при  $\lambda = 35.5$  и значениях фактора качества  $\bar{Q} = 7$  (1,2) и 1 (3,4). 1,3 — двухстороннее, 2,4 — одностороннее покрытие.

точностью описывается формулами (42), (43). Разрыв кривых при  $h = \bar{Q}$  возник вследствие того, что для интервала полей  $h > \bar{Q}$  результаты являются точными, а для интервала полей  $h < \bar{Q}$  используется весьма несовершенная модель.

Анализ результатов этого раздела позволяет сделать вывод, что в указанных приближениях переход по толщине из однородного в доменное состояние в одноосных ферромагнетиках с фактором качества  $Q > 1$  является фазовым переходом второго рода в интервале полей  $H_e > \bar{Q}$  и фазовым переходом первого рода в области полей  $H_e < \bar{Q}$ . Линия потери устойчивости неоднородного состояния при  $H_e < \bar{Q}$  оказывается совпадающей с линией фазовых переходов первого рода (возможно, эти линии не будут совпадать, если использовать более сложные модели доменной структуры). Линия потери устойчивости угловой фазы на рис. 4 не показана.

5. Оценим применимость полученных результатов в случае, когда внешнее поле равно нулю и пиннинг в сверхпроводящем материале отсутствует. Ясно, что вихри в сверхпроводнике возникнут, когда тангенциальное дипольное поле  $H_D^*$  на поверхности сверхпроводника превысит нижнее критическое поле  $H_{c1}$ . Однако структура магнитного потока существенно изменится лишь в случае, если характерный размер области  $\Lambda$ , в которой имеются вихри, будет значительно больше лондонской глубины проникновения поля в сверхпроводник  $\Lambda \gg \lambda$  и толщины магнитной пленки  $\Lambda \gg L$  (при  $L \gg \Delta$ ) или ширины доменной границы  $\Lambda \gg \Delta$  (при  $\Delta \gg L$ ). Для симметричной системы эти условия эквивалентны неравенству

$$h_{c1} = H_{c1}/(4\pi M_0) \ll h_D^* \\ = |h_D^*[y = L_c/2, x = \max(\lambda, L_c, \Delta_c)]|. \quad (44)$$

При  $\lambda \ll L_c \ll \Delta_c$  поле быстро убывает с увеличением ширины стенки  $h_D^* \cong h_D^*(y = L_c/2, x = 0) \cong (\pi/2\rho_c)$ ,

поэтому вихри в сверхпроводнике могут не появляться. Если же  $\lambda \ll \Delta_c \ll L_c$ , то  $h_D^* \cong -(2/\pi) \ln \rho_c$ . Тогда вихри в сверхпроводнике, как правило, возникают, и критическая толщина может быть существенно меньше полукритической в настоящей работе. При  $\lambda \gg \Delta_c \gg L_c$  поле экспоненциально мало  $h_D^* \cong (8/\pi)\rho_c \exp(-\pi/\rho_c L_c)$ , поэтому вихревая структура отсутствует. Случай  $\lambda \gg L_c \gg \Delta_c$  малоинтересен, так как при больших  $\lambda$  критическая толщина  $L_c$  мала, и неравенство  $L_c \gg \Delta_c$  реализуется редко. В условиях выполнения неравенства (44) необходим более строгий подход, описывающий смешанное состояние сверхпроводника, что должно явиться темой специального рассмотрения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-17283а).

## Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [2] С.В. Вонсовский. Магнетизм. Наука, М. (1971). 1032 с.
- [3] Ю.И. Беспятых, В. Василевский, М. Гайдек, А.Д. Симонов, В.Д. Харитонов. ФТТ **35**, 11, 2983 (1993).
- [4] Н.М. Саланский, М.Ш. Ерухимов. Физические свойства и применение магнитных пленок. Наука, Новосибирск (1975). 224 с.
- [5] A. Holz, H. Kronmuller. Phys. Stat. Sol. **31**, 2, 787 (1969).
- [6] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ЖЭТФ **72**, 4, 1504 (1977).
- [7] Ю.И. Беспятых, В. Василевский, М. Гайдек, А.Д. Симонов, В.Д. Харитонов. ФТТ **36**, 6, 586 (1994).