Физика твердого тела, 1998, том 40, № 7

# Кинетика хрупкого разрушения упругих тел

© А.А. Вакуленко, С.А. Кукушкин

Институт проблем машиноведения Российской академии наук,
199178 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в Редакцию 24 октября 1997 г.
В окончательной редакции 4 декабря 1997 г.)

Предложена феноменологическая модель эволюции микрополостей при нагружении материалов, на основании которой исследуется кинетика хрупкого разрушения линейно-упругой деформируемой среды с микрополостью. Суть данной модели заключается в следующем. В процессе деформирования тела, в котором находится микропора, возникают флуктуации ее формы. Поверхностное натяжение на границе микропора–среда стабилизирует эти флуктуации, однако, если нагрузка превышает критическое значение, флуктуации могут начать развиваться. Развиваясь, флуктуации искажают форму микрополости. Эти флуктуации — не что иное, как трещины. Данное представление о росте трещин и их природе имеет глубокую аналогию с эволюцией дендритов, образующихся в переохлажденных расплавах, вследствие потери устойчивой формы кристаллов. Рассмотрены закономерности развития микрополости и локальной потери устойчивости формы под действием стационарного давления на примере задачи о шаре с квазисферической полостью.

Исследование процессов разрушения материалов является одной из важнейших задач физики твердого тела и материаловедения. Хорошо известно, что процесс разрушения твердых деформируемых тел, как правило [1], начинается с образования и роста трещин. Именно поэтому образованию и росту трещин уделяется столь пристальное внимание [1–3]. К проблеме образования и роста трещин подходят либо с феноменологической, макроскопической, точки зрения [3], либо с микроскопической точки зрения [2]. В первой из них развитие уже готовых трещин исследуется методами механики сплошной среды [3]. Во второй рост трещин представляется как следствие диффузии к ним вакансий, либо возникающих под воздействием различных нагрузок, либо уже имеющихся в теле при данной температуре. Однако процесс реального возникновения и развития трещин до настоящего времени не описан.

Целью настоящей работы является описание нового подхода к проблеме образования и роста хрупких трещин в упругих телах.

## 1. Физическая сущность проблемы и основная система уравнений

Рассмотрим твердое деформируемое тело с локализованным дефектом. Этим дефектом в случае хрупкого материала может быть микропора или включение, а в случае пластического материала — дислокация. В данной работе рассматривается упругая среда с микрополостью.

Основная идея работы заключается в следующем.

В процессе деформирования твердого тела возникают флуктуации формы микрополости. Если при этом флуктуации формы попадут в зону градиентов нагрузок, то они могут начать развиваться. С другой стороны, поверхностное натяжение на границе микрополость — среда будет стабилизировать форму микрополости и возвращать ее в исходное состояние. Если все-таки предельная нагрузка превышает некоторое критическое значение, флуктуации начнут развиваться, поверхность микрополости потеряет свою устойчивость. От поверхности микрополости при этом в глубь материала будут распространяться флутуации, являющиеся не чем иным, как микротрещинами.

Эта картина имеет глубокую аналогию с возникновением дендритов в переохлажденных расплавах, растворах и при росте тонких пленок [4,5]. Если флуктуация формы полости начинает расти, то возможно образование множественной флуктуации формы, т. е. дендритной формы микрополости. В случае множественного процесса зарождения микрополостей (например, при деформировании порошковых металлов) флуктуации их формы приводят к микрорастрескиванию материала и к началу макроразрушения деформируемого тела.

Рассмотрим теперь этот процесс количественно на примере деформирования хрупкого упругого материала с микропорой. Пусть имеется квазисферическая микропора в деформируемой среде. Возмущение сферической формы полости может быть вызвано внутренним давлением, напряжениями в материале в процессе нагружения до достижения ими стационарного режима.

Будем для простоты считать, что момент возмущения сферической формы полости совпадает с моментом нагружения тела. Пусть также ее поверхность слабо отклоняется от сферической, сохраняя зональную симметрию. В общем осесимметричном случае возмущение радиуса-вектора поверхности представляется в виде следующего разложения по ортам сферической системы координат $\mathbf{e}_R$, $\mathbf{e}_\theta$:

$$\mathbf{R}_0 = (a + u_R)\mathbf{e}_R + u_\theta \mathbf{e}_\theta, \tag{1}$$

где $a$ — радиус начальной сферы, $u_R$, $u_\theta$ — проекции малого вектора возмущения на орты $\mathbf{e}_R$, $\mathbf{e}_\theta$.

Выделим в деформируемом материале сферу радиуса $R_1$, содержащую микрополость и возможно другие значительно меньшие полости. Если удалить деформируемую упругую среду вне радиуса $R_1$, то на поверхности внешней сферы возникнут напряжения $\sigma_{RR}(R_1)$, $\tau_{R\theta}(R_1)$ (нормальные и касательные напряжения в сферической системе координат) — проекции поверхностных усилий, эквивалентных действию удаленного материала $(R > R_1)$.

Следуя классическому подходу Буссинеска к решению задачи о равновесии сферы с полостью [6], будем искать поля упругих малых перемещений, удовлетворяющих уравнениям эластостатики, а также поля напряжений, соответствующие этим перемещениям в виде разложений по полиномам Лежандра вида $P_i(p)$, $p = \cos(\theta)$ и вида $-P_i'\hat{p}$, $\hat{p} = \sin(\theta)$.

Аппроксимация $\sigma_{RR}(R_1)$ полиномами Лежандра и $\tau_{R\theta}(R_1)$ сферическими полиномами $P_i'\hat{p}$ приводит к смешанным граничным условиям для уравнений эластостатики

$$u_R(a) = \sum_{l=0}^{N} u_R^l P_l(p), \quad u_\theta(a) = \sum_{l=1}^{N} u_\theta^l P_l'(p)\hat{p},$$

$$\sigma_{RR}(R_1) = \sum_{l=0}^{M} S_l(t) P_l(p),$$

$$\tau_{R\theta}(R_1) = -\sum_{l=0}^{M} Q_l(t) P_l'(p)\hat{p}. \tag{2}$$

Как известно [6], поля упругих перемещений, являющиеся решением уравнения Ляме с граничными условиями (2), и соответствующих им напряжений линейным образом зависят от спектра амплитуд перемещений на сфере с радиусом $a$ $u_R^i$ $(i = 0, \dots, N)$, $u_\theta^j$ $(j = 1, \dots, N)$ и от спектра амплитуд нагрузок на сфере $R_1$ $S_l(t)$, $Q_l(t)$ $(l = 0, \dots, M)$ (*). Поля напряжений представляются в области $a \leqslant R \leqslant R_1$ в виде [6]

$$\sigma_{RR}(R) = \sum_{l=0}^{N} \sigma_{RR}^l(R, u_R^l, u_\theta^l, S_l, Q_l) P_l(p),$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = \sum_{l=0}^{N} \sigma_{\theta\theta}^l(R, u_R^l, u_\theta^l, S_l, Q_l)\big(\alpha_l P(p) + \beta_l p P_l'(p)\big),$$

$$\sigma_{\phi\phi}(R) = \sum_{l=0}^{N} \sigma_{\phi\phi}^l(R, u_R^l, u_\theta^l, S_l, Q_l)\big(\gamma_1 P_l(p) + \delta_l p P_l'(p)\big),$$

$$\tau_{R\theta}(R) = \sum_{l=0}^{N} \tau_{RR}^l(R, u_R^l, u_\theta^l, S_l, Q_l)\hat{p} P_l'(p), \tag{3}$$

где $\alpha_l$, $\beta_l$, $\gamma_l$, $\delta_l$ — числа, зависящие от $l$ и от коэффициента Пуассона $\nu$, $\sigma_{qr}^l$ $(q,\, r = R,\, \theta,\, \psi)$ — линейные функции от своих параметров $u_R^i$, $u_\theta^i$ $(i = 1, \dots, N)$, $S_l$, $Q_l$ $(l = 1, \dots, M)$.

В случае малых возмущений $u_R$, $u_\theta$ в изотропном упругом теле градиенты напряжений (3) при подходящих значениях начального спектра амплитуд нагрузок (*) приводят к росту микрополости (1), характеризуемому потерей устойчивости ее формы в процессе деформирования материала. Эти подходящие значения могут быть найдены из кинематического условия, заданного на поверхности (1).

Необходимое кинематическое условие вытекает из весьма общего представления полости с поверхностью (1) в виде отдельной фазы в двухфазной среде [7]. Для сред с изменяющейся пористой фазой вводится плотность вектора потока этой фазы в виде

$$\mathbf{V}_n - \mathbf{V} = \mathbf{I}/\rho_0, \tag{4}$$

где $\mathbf{V}_n$ — материальная скорость точек пространства, ограниченных поверхностью поры (1), $\mathbf{V}$ — материальная скорость центра масс среды, $\mathbf{I}$ — плотность вектора потока пористой фазы, $\rho_0$ — плотность материала матрицы (сплошной материал вне поры). Левая часть соотношения (4) при постоянной плотности материала вне поры на поверхности (1) определяет материальную скорость изменения полости и равна $\frac{d\mathbf{R}_0}{dt}$. Постоянство плотности $\rho_0$ в области $R_0 \leqslant R \leqslant R_1$ может быть принято в силу бездиффузионного механизма деформирования материала и в силу малости других дефектов типа микрополость в этой области.

Правая часть формулы (4) является функционалом от спектра амплитуд перемещений. Действительно, в рамках линейной термодинамики [8] вектор $\mathbf{I}$ выражается через линейную комбинацию инвариантов напряжений в виде

$$\mathbf{I} = -k\nabla\mu, \tag{5}$$

где $k > 0$ — кинетический коэффициент пропорциональности, $\mu$ — упругий потенциал, отнесенный к одной поре в упругой среде, т.е. $\mu = \frac{\partial F}{\partial p}$, $F$ — дополнительный упругий потенциал (или упругий потенциал в напряжениях), $p$ — доля площади, занимаемая порой в области с радиусом $R_1$. В случае изолированной поры в теле (область $R_1$) без микротрещин $\mu$ имеет вид [9]

$$\mu = \frac{1}{2E_0}\left[4\,\mathrm{tr}\,(\sigma \cdot \sigma) - (\mathrm{tr}\,\sigma)^2\right], \tag{6}$$

где tr — след тензора $\sigma$, $E_0$ — модуль упругости матрицы материала. Подставляя последовательно выражение (6) в соотношение (5), а затем в (4) на поверхности (1), получим кинематическое соотношение вида

$$\frac{d\mathbf{R}_0}{dt} = -\frac{k}{\rho_0}\nabla\mu(R_0). \tag{7}$$

Соотношение (7) показывает, что механизм эволюции микрополости определяется градиентами напряжений. Под воздействием этих градиентов возможны изменения начальных перемещений $u_R$, $u_\theta$ в процессе деформирования тела. Поскольку, согласно (1) и (3), обе части уравнения (7) выражаются через перемещения $u_R, u_\theta$, то в рамках линейной теории упругости можно преобразовать (7) в линейную систему уравнений относительно амплитуд этих перемещений $u_R^l$, $u_\theta^l$ $(l = 0, \dots, N)$, $u_\theta^0 = 0$. Параметрами этой системы являются начальные условия $u_R^l(0)$, $u_\theta^l(0)$ $(l = 1, \dots, N)$ и спектр нагрузок $S_i$, $Q_i$ $(i = 1, \dots, M)$.

Эволюция микрополости (1) наблюдается при $\frac{d\mathbf{R}_0}{dt} \neq 0$. Введем вектор нормали к поверхности (1) $\mathbf{e}$. Поскольку скорость роста зависит от меридионального угла, имеем условие морфологической неустойчивости формы полости (1) в виде ее трещиноподобного выпучивания

$$\frac{d\mathbf{R}_0(\theta)}{dt} \cdot \mathbf{e}(\theta) > 0. \tag{8}$$

Реализации критерия (8) приводят к потере квазисферической формы (1) в процессе нагружения и зависят от постоянных материала, начальной геометрии и характеристик нагружения.

## 2. Морфологическая устойчивость поры и эволюция микротрещин в условиях стационарного нагружения

В данном разделе рассматривается самый простой вариант воздействия деформируемой среды на сферу с полостью (1) и предполагается постоянство кинетического коэффициента $k$. Такое воздействие задается при помощи граничных условий (2), в которых $S_l(t) = s_l$, $Q_l(t) = q_l$, где $s_l$, $q_l$ $(l = 1, \dots, M)$ — постоянные. Материальная производная радиуса-вектора поверхности в уравнении (7) вычисляется с использованием деривационных формул, и, как можно показать, с точностью до малых второго порядка имеем следующее выражение для материальной производной радиуса-вектора:

$$\dot{\mathbf{R}} \approx \left( \sum_{i=0}^{N} \dot{u}_R^i P_i - \frac{1}{a} \sum_{i,j=1}^{N} u_\theta^i \dot{u}_\theta^j \sum_{l=0}^{i+j} \beta_{ij}^l P_l \right) \mathbf{e}_R + 2 \sum_{i=1}^{N} \dot{u}_\theta^i P_i' \hat{p} \mathbf{e}_\theta. \tag{9}$$

Подставим это выражение для скорости радиуса-вектора в условие (8) и получим неравенство, задающее условие на спектр нагрузок (*), начальную геометрию, параметр нагружения, при которых возможна морфологическая неустойчивость возмущенной формы полости:

$$\sum_{i=0}^{N} \dot{u}_R^i P_i - \frac{1}{a} \sum_{i,j=1}^{N} u_\theta^i \dot{u}_\theta^j \sum_{l=0}^{i+j} \beta_{ij}^l P_l + \chi(\theta) \frac{2}{a} \sum_{i,j=1}^{N} u_\theta^i \dot{u}_\theta^j \sum_{l=0}^{i+j} \beta_{ij}^l P_l \geqslant 0, \tag{10}$$

где $\chi(\theta) = 1$ при $\theta \leqslant \pi/2$ и $\chi(\theta) = -1$ при $\theta > \pi/2$.

Из неравенства (10) следует, что процесс развития поры, определяемый только компонентой спектра $u_R^0$, приводит к увеличению исходной сферы без потери ею устойчивости формы (образования локализованных отростков) и начальная форма поры сохраняется в процессе нагружения. Ускорение поворота радиуса точек поверхности (1) увеличивает скорость роста радиальных амплитуд в верхней половине области и, наоборот, препятствует радиальной кинетике в нижней половине области задачи. Эта эволюция неоднородна по $\theta$ и представляет собой переход от квазисферы к эллипсоиду. Более сложное сочетание кинетики радиальных и поворотных амплитуд приводит к нерегулярному дендритному росту поверхности (1).

Как можно показать, при линеаризации выражения (6) на основе соотношений (3) уравнение (7) с правой частью (9) разбивается на систему $4M+2N+1$ линейных уравнений, имеющих вид

$$\begin{aligned} A^l \dot{u}_R^l = {} & \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{M} F_R^{ij} \gamma_{ij}^l + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{N} G_R^{ij} \gamma_{ij}^l u_R^j \\ & + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{N} H_R^{ij} \gamma_{ij}^l u_\theta^j + 2A^l \sum_{i=1}^{N} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{M} \beta_{ij}^l u_\theta^i \\ & \times \sum_{k=0}^{M} \sum_{m:k+m \geqslant j}^{M} F_\theta^{km} \delta_{km}^j + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j}^{M} \sum_{n:i+j+n \geqslant l}^{N} E_R^{ijn} \gamma_{ijn}^l u_R^n, \\ & l = 0, \dots, 2M + N, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} 2A^l \dot{u}_\theta^l = {} & \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{M} F_\theta^{ij} \delta_{ij}^l + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{N} G_\theta^{ij} \delta_{ij}^l u_R^j \\ & + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j:i+j \geqslant l}^{N} H_\theta^{ij} \delta_{ij}^l u_\theta^j + \sum_{i=0}^{M} \sum_{j=0}^{M} \sum_{n:i+j+n \geqslant l}^{N} E_\theta^{ijn} \delta_{ijn}^l u_R^n, \\ & l = 1, \dots, 2M + N. \end{aligned} \tag{12}$$

Первым среди уравнений (11) является уравнение при $l = 0$. В системах (11), (12) $A^l = 0$, $l > N$ и $A^l = 1$, $l \leqslant N$. Коэффициенты $F_{ij}$, $E_{ij}$ линейны по $s_i s_j$, $s_i q_j$, $s_j q_i$, $q_j q_i$, а $G_{ij}$, $H_{ij}$ линейны по $s_i$, $q_i$, $s_j$, $q_j$.

Анализ системы (11), (12) начнем со случая $M > 0$, причем начальные возмущения допустимы только в радиальном направлении. Система (12) превращается в систему $2M + N$ линейных алгебраических уравнений и допускает только тривиальное решение для своих неизвестных $u_R^j$ $(i = 1, \dots, N)$ и $u_R^0 = \text{const}$ из уравнения при $l = 0$ системы (11). Эта постоянная существует, если удовлетворяются $2M$ первых уравнений из системы (12) и $2M+1$ уравнение из системы (11), т. е. выполнены следующие условия для амплитуд нагрузок:

$$\sum_{i=0}^{M}\sum_{j:i+j\geqslant l}^{M} F_\theta^{ij}\delta_{ij}^l+\sum_{i:j\geqslant l}^{M} G_\theta^{i,0}\delta_{i,0}^l u_R^0+\sum_{i=0}^{M}\sum_{j:i+j\geqslant l}^{M} E_\theta^{i,j,0}\delta_{i,j,0}^l u_R^0=0,$$

$$l=1,\ldots,2M,$$

$$\sum_{i=0}^{M}\sum_{j:i+j\geqslant l}^{M} F_R^{ij}\gamma_{ij}^l+\sum_{i\geqslant l}^{N} G_R^{i,0}\gamma_{i,0}^l u_R^0+\sum_{i=0}^{M}\sum_{j\geqslant l}^{N} E_R^{i,j,0}\gamma_{i,j,0}^l u_R^0=0,$$

$$l=0,1,\ldots,2M.$$

Следовательно, условие существования ненулевого малого поворота в точках исходной полости (1) в процессе деформирования материала необходимо для эволюции полости. Анализ малого поворота при отсутствии радиальных начальных смещений приводит к аналогичному выводу. Достаточным условием этого кинетического процесса роста полости является условие (10). Тем самым вектор начального смещения, введенный в выражении (1), с необходимостью должен иметь как радиальную, так и поворотную компоненты.

Пусть теперь есть ограничение только на внешнюю нагрузку, сводящуюся к всестороннему однородному давлению $M=0$. Системы (11) и (12) независимы в рамках принятого первого приближения по амплитудам $u_R^i$, $u_\theta^i$. Неоднородным в системах (11) и (12) в этом случае является первое уравнение $l=0$ системы (11). Матрицы коэффициентов полной однородной системы уравнений (11), (12) представляют собой две правые треугольные матрицы, верхняя из которых на один элемент шире нижней за счет коэффициентов уравнения при $l=0$ в системе (11). Характеристическое уравнение такой системы имеет хотя бы один действительный корень.

Малые перемещения $\dot u_R$ и $\dot u_\theta$ являются линейными комбинациями различных функций от времени $t$, среди которых существует хотя бы одно экспоненциальное решение, порождающее необходимую эволюцию формы полости (1). Неравенство (10) превращается в следующее неравенство:

$$\sum_{l=0}^{N} D_l(a,E_0,\nu,t,s_0,\ldots,s_N,q_1,\ldots,q_N,u_R^0(0),\ldots,u_\theta^N(0))$$
$$\times P_l(\cos\theta)>0,$$

где $u_R^0(0),\ldots,u_R^N(0)$, $u_\theta^1(0),\ldots,u_\theta^N(0)$ — начальные значения $u_R^i(t)$ $(i=0,\ldots,N)$, $u_\theta^j(t)$ $(j=1,\ldots,N)$. При этом слагаемые $D_l$ $(l=0,\ldots,N)$ представляют собой нелинейные функции от параметров $a$, $E_0$, $\nu$, $t$, $s_0,\ldots,s_N,q_1,\ldots,q_N$ и определяют критерий изменения поверхности полости (1) в виде ее локализованного выпучивания в окрестности точки $\theta$ в момент $t$.

Рассмотрим радиально-симметричный случай $M=N=0$. Спектр амплитуд перемещений и нагрузок (*) сводится к $u_R^0$, $s_0$, соотношения (3) имеют вид

$$\sigma_{RR}=4G(A_0R^{-3}-(1+\nu)D_0),\quad \tau_{R\theta}=0,$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\phi\phi}=-2G(A_0R^{-3}-2(1+\nu)D_0),\qquad(13)$$

где $A_0/a^3=-2(1-2\nu)D_0-u_R^0/a$, $D_0=-(\rho^3s_0/(4G)+u_R^0/a)/D_{00}$, $D_{00}=\rho^3(1+\nu)+2(1-2\nu)$, $\rho=R_1/a$, $G$ — модуль сдвига и $\nu$-коэффициент Пуассона. На основе полей напряжений (13) легко вычисляется градиент химического потенциала (6), и единственное в системе (11) уравнение при $l=0$ имеет коэффициенты $F_R^{00}=4Z$, $G_R^{00}=-16G(1+\nu)/(1-2\nu)s_0Z$, $E_R^{00}=-28Z$, где $Z=(\rho_0E_0aD_{00})^{-1}k\rho^6((1-2\nu)s_0/4)^2$. Эволюция однородного смещения при однородном равномерном растяжении возможна при выполнении неравенства (10)

$$\left(\frac{u_R^0(0)}{a}(G_R^{00}+E_R^{00})+F_R^{00}\right)\exp\left[(G_R^{00}+E_R^{00})t\right]>0,$$

где $P_0=1$. Следовательно, величина критического растяжения на $R_1$ зависит от соотношения начального возмущения и исходного радиуса полости и от упругих модулей

$$s_0^*/(4G)=\frac{(1+\nu)u_R^0(0)/a}{(1-2\nu)\left(1-7u_R^0(0)/a\right)},$$

где $u_R^0(0)$ — начальное значение $u_R^0$. При $s_0>s_0^*$ происходит однородный рост полости.

## 3. Обсуждение результатов

В работе предложена модель эволюции изолированной полости в упругой среде с микрополостью. Суть этой модели заключается в том, что случайное изменение формы в поле градиентов напряжений может привести к неустойчивости формы микрополости и росту микротрещины. В этом представлении трещина аналогична кристаллу дендрита, возникающему в переохлажденном расплаве, т.е. трещину аналогично поре — "кристаллу–пустоте" — можно назвать отрицательным дендритом. В этом случае уравнение Лапласа и кинетическое условие для концентрации вещества в методе Маллинза и Секерки [10] заменяются на уравнения эластостатики и кинетическое условие (7) на поверхности (1), а условие морфологической неустойчивости имеет в общем случае вид (8).

В конкретном примере исследования формы квазисферической полости в шаре системы уравнений (11), (12) определяют кинетику роста полости и микротрещин, и изменение формы такого типа происходит при выполнении условия (10). Системы типа (11), (12) демонстрируют конечную и экспоненциальную скорость распространения дефектов типа микрополость и микротрещина в упругом материале, которая зависит от исходной геометрии, характеристик материала и параметров нагружения.

Данная работа развивает кинетические методы исследования разрушения твердых тел, начатые в монографии [11] и продолженные в работах [12,13].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (96-1-00610; 96-03-32396) и фонда ISSEP грант N 552*p*.

## Список литературы

[1] Г.П. Черепанов. Механика хрупкого разрушения. Наука, М. (1974). 640 с.
[2] П.Г. Черемской, В.П. Бетехтин, В.В. Слезов. Поры в твердом теле. Энергоатомиздат, М. (1990). 376 с.
[3] Н.Ф. Морозов. Математические вопросы теории трещин. Наука, М. (1984). 289 с.
[4] S.A. Kukushkin, A.V. Osipov. Phys. Rev. **E53**, *5*, 4964 (1996).
[5] С.А. Кукушкин, А.В. Осипов. ФТТ **39**, *8*, 1464 (1997).
[6] В. Новацкий. Теория упругости. Мир, М. (1975). 872 с.
[7] Р.И. Нигматулин. Основы механики гетерогенных сред. Наука, М. (1978). 334 с.
[8] С.Р. де Гроот. Термодинамика необратимых процессов. Гостехиздат, М. (1956). 601 с.
[9] M. Kachanov. Adv. Appl. Mech. **30**, 259 (1993).
[10] В. Маллинз, З. Секерка. Проблемы роста кристаллов / Под ред. Н.Н. Шефталя и Е.И. Гиваргизова. Мир, М. (1968). 89 с.
[11] В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.И. Томашевский. Кинетическая природа прочности твердых тел. Наука, Л. (1974). 560 с.
[12] О.В. Клявин. ФТТ **35**, *3*, 513 (1993).
[13] Б.И. Смирнов. ФТТ **36**, *7*, 2037 (1994).