

Квантовая кристаллизация двумерных дипольных систем

© Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман

Институт спектроскопии Российской академии наук,
142092 Троицк, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 8 декабря 1997 г.)

Рассмотрена область существования кристаллического порядка в системе пространственно разделенных электронов (e) и дырок (h) в двух связанных квантовых ямах при различных концентрациях n , температурах T и расстояниях D между слоями. Исследована также кристаллизация в системе электронов в полупроводниковых структурах вблизи металлического электрода при различных расстояниях d от полупроводника до металла. Для расчета кристаллической фазы использован вариационный расчет энергии основного состояния системы с учетом спаривания квазичастиц с ненулевым импульсом. Для системы двух связанных квантовых ям определены области в пространстве (T, n, D) , где в каждом слое существуют электронные (либо дырочные) волны зарядовой плотности (ВЗП), и области, где указанные ВЗП сфазированы, иными словами, кристаллизуются не прямые экситоны (или пары с пространственно разделенными электронами и дырками), взаимодействующие как электрические диполи. В электронной системе в полупроводниковых структурах вблизи металлического электрода получены также и области существования электронного кристалла в пространстве (T, n, d) , в котором на больших расстояниях электроны за счет сил изображения взаимодействуют как электрические диполи.

Двухслойные системы с пространственно разделенными электронами (e) и дырками (h) в двойных квантовых ямах привлекают сейчас большое внимание [1–5], в частности, в связи с предсказанной ранее сверхтекучестью в этой системе [6], квазиджозефсоновскими явлениями [6,7], необычными свойствами в сильных магнитных полях [8–10]. Возможно несколько физических реализаций систем с пространственно разделенными электронами и дырками. Электроны и дырки могут быть созданы лазерным излучением, приходят в состояние частичного термодинамического равновесия в системе связанных квантовых ям, к которым приложено поперечное электрическое поле, могут образовать экситоны с пространственно разделенными электронами и дырками (непрямые экситоны) и находятся в равновесном состоянии на временах, существенно больших времени их энергетической релаксации, но меньших времени их взаимной рекомбинации. Времена рекомбинации могут быть достаточно большими за счет пространственной разделенности волновых функций электронов и дырок [6,7] в рассматриваемых полупроводниковых структурах, чему способствует также приложение нормального слоям электрического поля [2] (а также за счет локализации e и h в разных областях импульсного пространства), что делает достижимым квазиравновесное состояние $e-h$ -системы. В этом случае электроны и дырки характеризуются несовпадающими квазиравновесными химическими потенциалами. Возможна также ситуация, когда пространственно разделенные электроны и дырки находятся в состоянии термодинамического равновесия, так что их химические потенциалы совпадают. Это может осуществиться в связанных квантовых ямах второго рода.

Представляют большой интерес фазовая диаграмма вышеуказанных двухслойных систем и, в частности, образование в этой системе конденсированных фаз.

Система пространственно разделенных электронов и дырок имеет, как оказалось, достаточно богатую фазовую

диаграмму. В этой системе возможен при определенных условиях переход экситонов с пространственно разделенными e и h в жидкую фазу [11]. Кроме того, как кратко отмечалось еще в работе [6] (см. также [11–15]), в некоторой промежуточной области более низких концентраций электронов и дырок могла бы осуществляться кристаллизация $e-h$ -пар.

Детальный анализ фазовой диаграммы для области кристаллизации $e-h$ -пар является основной целью настоящей работы. Мы рассмотрим фазовую диаграмму системы пространственно разделенных $e-h$ -пар в пространстве параметров $T-n-D$ (температура–концентрация–расстояние между слоями). Для двухслойной $e-h$ -системы, как показано далее при $T \neq 0$ и расстоянии между слоями $D \neq 0$ существует конечная область концентраций, при которых в каждом слое возникают волны зарядовой плотности (ВЗП) соответственно из электронов и дырок. Найдена также область $T-n-D$, лежащая внутри области существования электронной и дырочной ВЗП, в которой существует волна плотности для непрямых экситонов или $e-h$ -пар (иными словами, в этой области ВЗП для электронов и дырок являются сфазированными.)

В полупроводниках малых размеров в металлической матрице либо вблизи металлического электрода должны играть большую роль силы электростатического изображения [16,17]. Интересный физический эффект в таких системах состоит во влиянии изображения на кристаллизацию в электронной системе [18–20]. При учете сил изображения на границе полупроводник–металл кулоновский закон взаимодействия заменяется на больших расстояниях дипольным, и это отражается на фазовой диаграмме системы, в частности, должно приводить к квантовому плавлению при малых концентрациях (в отличие от кулоновских систем) [18–20]. В настоящей работе из микроскопического подхода также определены области существования электронного кристалла при раз-

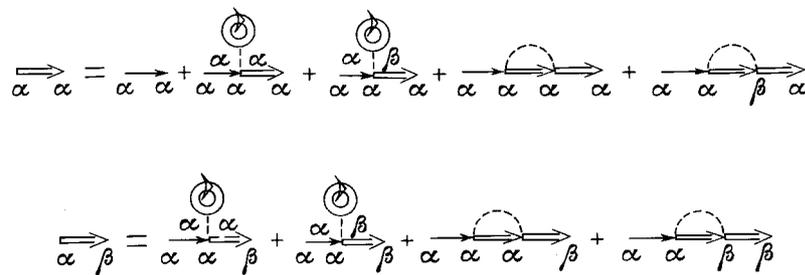


Рис. 1. Диаграммы для гриновских функций Горькова–Намбу в приближении Хартри–Фока для электронно-дырочной системы. Индекс α соответствует слою электронов, β — слою дырок.

личных концентрациях n , температурах T , расстояниях от полупроводника до металлического электрода d .

Далее все величины сделаны безразмерными с использованием в качестве единиц длины и энергии соответственно радиуса и энергии двумерного экситона: $a_x = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{2me^2}$, $E_x = \frac{2me^4}{\epsilon \hbar^2}$.

1. ВЗП в двухслойной системе. Приближение Хартри–Фока

Условия образования ВЗП в двухслойной $e-h$ -системе могут быть проанализированы с использованием выражения для свободной энергии системы с учетом двух типов спаривания: электронов с дырками своей зоны в том же слое и с дырками в другом слое. Импульсы спаривающихся квазичастиц отличаются на минимальный вектор обратной решетки возникающей ВЗП. В результате возникают периодическая плотность вдоль слоев, пропорциональная щели Δ_1 (характеризующей спаривание вдоль слоя), и периодическая плотность пар, пропорциональная щели Δ_2 (характеризующей спаривание между слоями). Зависящие от температуры и концентрации величины Δ_1 и Δ_2 находятся из минимизации полной свободной энергии в самосогласованном приближении с учетом всех кулоновских взаимодействий неоднородных распределений электронов и дырок.

Сначала рассчитаем нормальную и аномальную температурные функции Грина системы пространственно разделенных e и h в приближении Хартри–Фока (рис. 1).

В аналитической форме эти уравнения (в пренебрежении возможностью туннелирования квазичастиц между слоями) имеют вид [21] (см. также [6,22,23])

$$G_{\beta\beta}^h(r, r', t) = G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r', t) - \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r'', t) \Sigma_1(r'', r''', t) F_{\beta\beta}(r''', r', t) d^2 r'' d^2 r''' - \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r'', t) \Sigma_2(r'', r''', t) F_{\alpha\beta}(r''', r', t) d^2 r'' d^2 r''' + \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r'', t) \tilde{\Sigma} G_{\beta\beta}^h(r'', r', t) d^2 r'' d^2 r''',$$

$$F_{\beta\beta}(r, r', t) = - \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{e(0)}(r, r'', t) \Sigma_1(r'', r''', t) F_{\beta\beta}^h(r''', r', t) d^2 r'' d^2 r''' + \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r'', t) \tilde{\Sigma} F_{\beta\beta}(r'', r', t) d^2 r'' d^2 r''',$$

$$F_{\alpha\beta}(r, r', t) = - \frac{1}{S^2} \int G_{\alpha\alpha}^{e(0)}(r, r'', t) \Sigma_2(r'', r''', t) F_{\alpha\beta}^h(r''', r', t) d^2 r'' d^2 r''' + \frac{1}{S^2} \int G_{\beta\beta}^{h(0)}(r, r'', t) \tilde{\Sigma} F_{\alpha\beta}(r'', r', t) d^2 r'' d^2 r''',$$

$$\text{где } \tilde{\Sigma} = \frac{e^2 F_{\beta\beta}(r''', r''', 0)}{|r'' - r'''|} + \frac{e^2 G_{\beta\beta}(r''', r''', 0)}{|r'' - r'''|} - \frac{e^2 F_{\alpha\beta}(r''', r''', 0)}{\sqrt{|r'' - r'''|^2 + D^2}}.$$

Здесь G и F — нормальные и аномальные горьковские функции Грина квазичастиц [21], S — средняя площадь, приходящаяся на одну квазичастицу. Индекс α описывает слой избыточных электронов, β — дырок; аномальная функция Грина $F_{\alpha\alpha}$ описывает спаривание с импульсом $\hbar b$ электронных возбуждений в слое α со "своими" дырками, т.е. с дырками в электронном заполнении в слое α . Это спаривание приводит к образованию электронной ВЗП с вектором обратной решетки b (период электронной решетки связан с концентрацией электронов n как $b = 2\pi\sqrt{\pi n}$). Аналогично $F_{\beta\beta}$ описывает образование дырочной ВЗП в слое β . Концентрации электронов и дырок и их законы дисперсии мы для упрощения полагаем одинаковыми; $F_{\alpha\beta}$ — аномальная функция Грина, соответствующая спариванию избыточных электронов в слое α с избыточными дырками в слое β с импульсом $\hbar b$.

Для дальнейших вычислений удобно перейти к Фурье-образам функций Грина и массовых операторов по мнимому времени и координатам. Причем производится разложение в ряд Фурье по одной из координат в предположении о пространственной периодичности функций Грина из-за наличия в системе ВЗП; по разности же координат используем разложение в интеграл Фурье.

Будем решать эту систему уравнений при значениях управляющих параметров, близких к их критическим значениям в точке плавления кристалла. В этом случае будем учитывать одну гармонику ВЗП с вектором обрат-

ной решетки $b' = b$. Справедливость этого предположения проанализирована ниже. Далее в духе приближения БКШ [24] будем пренебрегать зависимостью массовых операторов электрон-дырочного взаимодействия от частот и импульсов квазичастиц. Это допущение может быть обосновано тем, что значения этих параметров, вносящих наибольший вклад в функцию Грина, малы. Малость массовых операторов связана с близостью системы к критической точке, а малость характерных импульсов p — с малостью концентраций n , при которых существует вигнеровский кристалл ($p \sim n^{1/2}$) [25]. С учетом сделанных выше допущений можно считать Σ_1 и Σ_2 константами: $\Sigma_1 = \Delta_1$, $\Sigma_2 = \Delta_2$.

С учетом предполагаемой симметрии e и h аномальные функции Грина для электронов на плоскостях α и β одинаковы $F_{\alpha\alpha,b} = F_{\beta\beta,b}$. Далее будем решать задачу при импульсах p , близких к $\hbar b$. Поэтому можно положить

$$\xi_b = \frac{\hbar^2 b^2}{2m}, \quad (1)$$

где m — приведенная эффективная масса электронов и дырок, $m_e = m_h = m$.

Свободная энергия системы в приближении Хартри-Фока определяется выражением [21]

$$\mathcal{F}_{HF} = -\frac{T}{2n} \sum_n \int [G^{(0)}(\omega_n, p)]^{-1} \times [G(\omega_n, p) - G^{(0)}(\omega_n, p)] \frac{d^2 p}{(2\pi\hbar)^2}, \quad (2)$$

где $\omega_n = (2n + 1)\pi T$. Из (2) в описанном выше приближении Хартри-Фока находим свободную энергию \mathcal{F}_{HF} системы с e - h -спариваниями в каждом слое и между слоями

$$\mathcal{F}_{HF} = -\frac{(\Delta_1^2 + \Delta_2^2) \text{th} \frac{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2T}}{4\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}} + E_{\text{coul}}, \quad (3)$$

где E_{coul} обозначает прямую кулоновскую энергию системы с ВЗП электронов и дырок в слоях α и β соответственно, с учетом сфазированности этих ВЗП (описываемой функцией $\rho_2(r)$),

$$E_{\text{coul}} = e^2 \int \frac{\rho_1(r)\rho_1(r')d^2 r d^2 r'}{|r - r'|} - e^2 \int \frac{\rho_2(r)\rho_2(r')d^2 r d^2 r'}{|r - r'|^2 + D^2}, \quad (4)$$

где $\rho_1(r) = \rho_e(r) = \rho_h(r)$ — волна зарядовой плотности электронов в слое α и дырок в слое β соответственно, $\rho_2(r)$ — плотность e - h -пар из пространственно разделенных электронов и дырок (в (4) приведена энергия на одну частицу, а не на одну e - h -пару). Интегрирование в (4) проводится по расстояниям от 0 до $(\pi n)^{-\frac{1}{2}}$, где n — концентрация экситонов (т.е. интегрирование

проводится по одному периоду ВЗП, что аналогично в используемом приближении интегрированию по одной элементарной ячейке электронного кристалла). Первый член в (4) описывает отталкивание одноименных зарядов в каждом из слоев. Второй член соответствует эффективному притяжению электронов одного слоя к дыркам другого.

Можно найти плотность электронов в одном слое $\rho_e(r) = \rho_1(r)$ в перестроенном приближении Хартри-Фока. Плотность выражается через функцию Грина

$$\rho_e(r) = \rho(r) = -\frac{i}{N} F_{\alpha\alpha}(t = -0, r), \quad (5)$$

где N — число электронов на плоскости α .

Находим для $\rho_1(r)$

$$\rho_1(r) = \frac{n\Delta_1 \text{th} \frac{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2T} \sin(br)}{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}}, \quad (6)$$

где $n_e = n_h = n$. Таким образом, электроны на плоскости α образуют ВЗП с амплитудой, равной множителю при $\sin(br)$, пропорциональному Δ_1 . Отметим, что аргумент в $\sin(br)$ определен с точностью до произвольной фазы. В силу симметрии e и h то же выражение описывает и ВЗП для дырок на плоскости β , но в общем случае фаза для $\sin(br)$ может не совпадать с фазой ВЗП для электронов (см. далее). В силу сказанного выше условие $\Delta_1 \neq 0$ отвечает появлению ВЗП из избыточных электронов на плоскости α и (из-за предложенной симметрии слоев) избыточных дырок на плоскости β , причем в общем случае эти волны не сфазированы.

Через функцию Грина $F_{\alpha\beta}$ можно аналогично (5) выразить плотность $\rho_2(r)$ пар (непрямых экситонов в случае квазиравновесной e - h -системы) из пространственно разделенных избыточных электронов и дырок. В результате находим

$$\rho_2(r) = \frac{n\Delta_2 \text{th} \frac{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2T} \sin(br)}{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta_1^2 + \Delta_2^2}}. \quad (7)$$

При $\Delta_2 = 0$ волна плотности пространственно разделенных e - h -пар (или экситонов) исчезает, т.е. при $\Delta_1 \neq 0$ и $\Delta_2 = 0$ существуют ВЗП электронов и дырок на плоскостях α и β , но они несфазированы.

Для нахождения функций Грина квазичастиц при решении системы уравнений мы ограничились лишь одной гармоникой $b' = b$, т.е. предполагали, что ВЗП имеет вид одной синусоиды. Именно в этом случае возникают лишь два вариационных параметра Δ_1 и Δ_2 в свободной энергии системы. Если бы мы учли следующие члены суммы в системе уравнений, то число вариационных параметров было бы больше двух. Полная свободная энергия, минимизированная по большему числу параметров, будет при заданной концентрации e и h меньше. Следовательно, полученная в данной работе пороговая концентрация, при которой возникает неустойчивость

кристалла относительно перехода в жидкую фазу, является оценкой сверху.

В двумерной системе устойчив кристалл с треугольной решеткой [26], который представляет собой совокупность трех одинаковых ВЗП. Треугольный кристалл есть совокупность трех сфазированных между собой ВЗП с волновыми векторами, равными по модулю, а по направлению образующими замкнутый треугольник. В используемом нами стандартном подходе исследуются, по существу, условия независимого возникновения каждой их этих ВЗП, т.е. пренебрегается энергией соизмеримости указанных трех ВЗП. Это оправдано на пороге возникновения ВЗП, когда амплитуда ВЗП, пропорциональная величине Δ_1 , пренебрежима (она имеет более высокий порядок по Δ_1 , чем вычисленная выше энергия ВЗП). При этом существенно, что кристаллизация для двумерного электронного кристалла является непрерывным переходом (см. например, [27] и ссылки там).

2. Кристаллизация электронов в полупроводнике вблизи границы с металлом

Электроны в тонком полупроводнике вблизи границы с металлом взаимодействуют друг с другом по закону $U(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{e^2}{\sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 + 4d^2}}$, где второе слагаемое отвечает притяжению одного электрона к электростатическому изображению другого ($|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ — расстояние между электронами вдоль поверхности, d — расстояние до металла).

Если характерное расстояние между электронами существенно больше расстояния до границы $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \gg 2d$, то $U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx \frac{2e^2d^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$, т.е. на больших расстояниях электроны в полупроводнике вблизи металла взаимодействуют по дипольному закону. Аналогичным образом взаимодействуют электроны над тонкой пленкой гелия, находящейся над металлическим электродом.

Условия образования ВЗП в двухслойной $e-h$ -системе могут быть проанализированы с использованием выражения для свободной энергии системы с учетом спаривания электронов с дырками своей зоны в полупроводнике, которые притягиваются к электронам с учетом сил изображения по дипольному закону $U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \approx \frac{2e^2d^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$. Импульсы спаривающихся квазичастиц отличаются на минимальный вектор обратной решетки возникающей ВЗП. В результате возникает периодическая плотность вдоль слоя, пропорциональная щели Δ , характеризующей спаривание электронов с дырками (с разностью импульсов квазичастиц b , связанной с обратным вектором возникающего электронного кристалла). Зависящая от температуры и концентрации величина Δ находится из минимизации полной свободной энергии в самосогласованном приближении с учетом всех дипольных взаимодействий неоднородных распределений электронов и дырок с учетом сил изображения.

Уравнения для нормальной и аномальной функций Грина в приближении Хартри–Фока, перенормированном из-за спаривания электронов и дырок имеют вид

$$G^h(r, r', t) = G^{h(0)}(r, r', t) - \frac{1}{S^2} \int G^{h(0)}(r, r'', t) \Sigma(r'', r''', t) F(r''', r', t) d^2r'' d^2r''' + \frac{1}{S^2} \int G^{h(0)}(r, r'', t) \tilde{\Sigma} G^h(r'', r', t) d^2r'' d^2r''',$$

$$F(r, r', t) = - \frac{1}{S^2} \int G^{e(0)}(r, r'', t) \Sigma(r'', r''', t) F^h(r''', r', t) d^2r'' d^2r''' + \frac{1}{S^2} \int G^{h(0)}(r, r'', t) \tilde{\Sigma} F(r'', r', t) d^2r'' d^2r''',$$

$$\text{где } \tilde{\Sigma} = \frac{2e^2d^2F(r''', r''', 0)}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'''|^3} + \frac{2e^2d^2G(r''', r''', 0)}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'''|^3}.$$

Аналогично рассуждениям, приведенным в разделе для системы не прямых экситонов, используя функции Грина в описанном выше приближении Хартри–Фока, находим свободную энергию \mathcal{F}_{HF} системы с $e-h$ -спариваниями в каждом слое и между слоями

$$\mathcal{F}_{HF} = - \frac{\Delta^2 \text{th} \frac{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta^2}}{2T}}{4\sqrt{\xi_b^2 + \Delta^2}} + E_{\text{dip}}, \quad (8)$$

где E_{dip} обозначает прямую дипольную энергию, связанную с отталкиванием одноименных зарядов с учетом сил изображения, для системы с ВЗП в электронном слое,

$$E_{\text{dip}} = 2e^2d^2 \int \frac{\rho(r)\rho(r')d^2rd^2r'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (9)$$

где $\rho(r)$ — волна зарядовой плотности электронов в полупроводниковом слое. Интегрирование в (9) проводится по расстояниям от $2d$ до $(\pi n)^{-\frac{1}{2}}$, где n — концентрация экситонов (т.е. интегрирование проводится по одному периоду ВЗП, что аналогично в используемом приближении интегрированию по одной элементарной ячейке электронного кристалла).

По аналогии с разделом 1, используя функции Грина, находим для $\rho(r)$

$$\rho(r) = \frac{n\Delta \text{th} \frac{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta^2}}{2T} \sin(br)}{\sqrt{\xi_b^2 + \Delta^2}}, \quad (10)$$

где n — концентрация электронов. Таким образом, двумерные электроны с учетом сил изображения образуют ВЗП с амплитудой, равной множителю при $\sin(br)$, пропорциональному Δ . В силу сказанного выше условие $\Delta \neq 0$ отвечает появлению ВЗП из избыточных электронов с учетом сил изображения.

3. Анализ результатов расчета. Фазовые диаграммы

Для двухслойной системы из условия $\Delta_1 = 0$ следует, что критические температуры и концентрации плавления двумерного несфазированного кристалла в одном слое не зависят от расстояния между слоями D (в случае несфазированности среднее взаимодействие слоев в самосогласованном приближении равно нулю). При $T = 0$ область кристаллической фазы в одном слое начинается от $n = 0$ ($r_s = \infty$), и кристалл плавится при $r_s = 55$ (где $r_s = (\pi n)^{-\frac{1}{2}}$). При конечных температурах кристалл плавится в двух точках, которые приближаются друг к другу при увеличении температуры (рис. 2). При

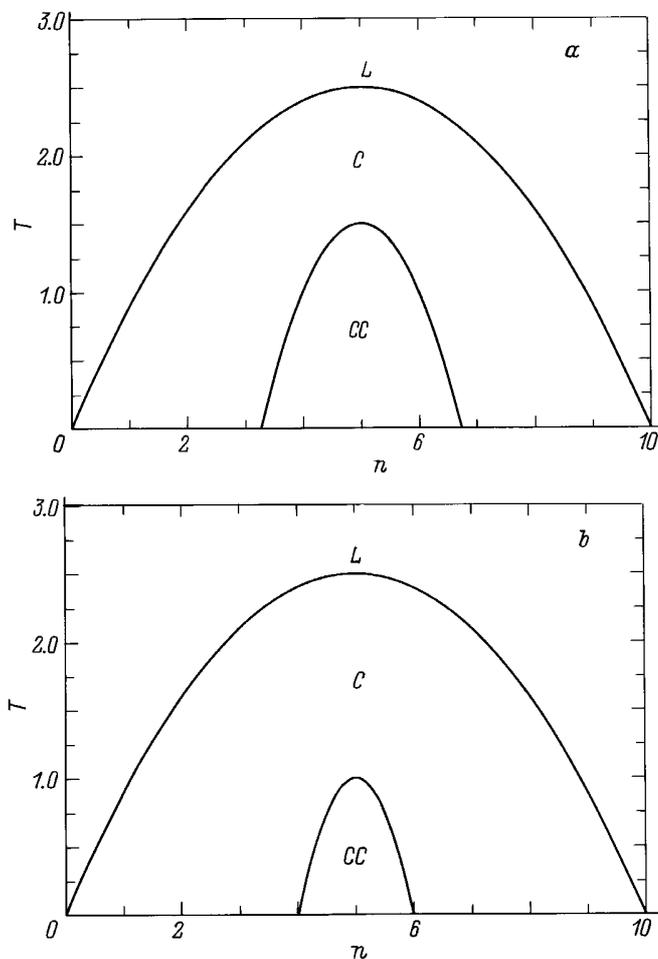


Рис. 2. Критические температуры T плавления в системе пространственно разделенных электронов и дырок ВЗП (верхняя линия соответствует потере кристаллического порядка в электронном и дырочном слоях на одной плоскости, нижняя — плавлению экситонного кристалла) как функции концентрации n . T — в единицах $10^3 R y_2^*$, $R y_2^* = \frac{2m^* e^4}{\hbar^2 \epsilon}$, n — в единицах $10^5 a_2^{*-2}$, $a_2^* = \frac{\hbar \epsilon}{2m^* e^2}$. Расстояние между e - и h -слоями $D = 3.0$ (а) и 5.0 (б). Условные обозначения: L — область жидкости, C — область несфазированных e - и h -кристаллов, CC — область существования экситонного кристалла (область сфазированных e - и h -кристаллов).

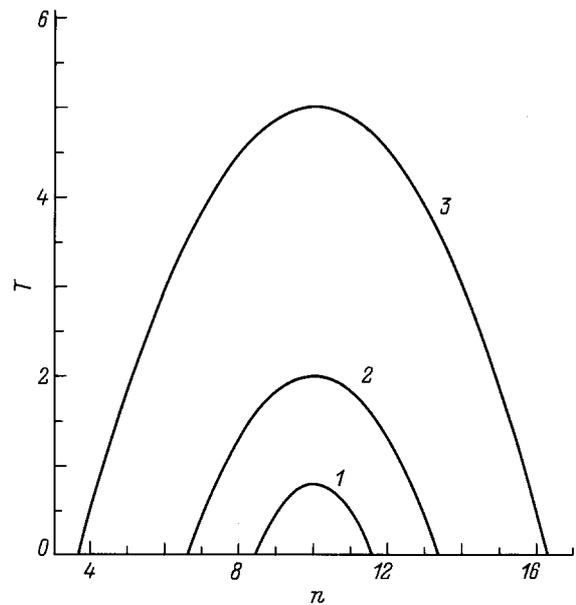


Рис. 3. Критические температуры T плавления в двумерной электронной системе с учетом сил изображения как функции концентрации n . T — в единицах $10^3 R y_2^*$, $R y_2^* = \frac{2m^* e^4}{\hbar^2 \epsilon}$, n — в единицах $10^5 a_2^{*-2}$, $a_2^* = \frac{\hbar^2 \epsilon}{2m^* e^2}$. Расстояние между полупроводником и металлом $d = 7.0$ (1), 6.0 (2), 5.0 (3).

$T \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ кристалл не существует при любых концентрациях. При $D \rightarrow \infty$ волна экситонной плотности не может существовать. При $T = 0$ волна экситонной плотности плавится при двух значениях концентрации, которые удаляются друг от друга при уменьшении D .

Мы построили фазовые диаграммы системы, которые представляют собой графики зависимостей T_1^c и T_2^c от n_e^{cr} и n_{eh}^{cr} при различных D , где n_e^{cr} и T_1^c — концентрация и температура плавления ВЗП в одном слое, а n_{eh}^{cr} и T_2^c — концентрация и температура исчезновения сфазированности ВЗП, расположенных в разных слоях. На рис. 2 приведены эти графики при $D = 3.0$ и 5.0 . Из рис. 2 видно, что при конечных температурах, меньших критической, для фиксированных значений D существуют две точки неустойчивости кристалла относительно перехода в жидкость. При конечных температурах внутри области существования электронной и дырочной ВЗП в e - и h -слоях находится область существования волны экситонной плотности из пространственно разделенных e и h (т.е. область сфазированности e - и h -ВЗП).

При условии $\Delta_1 = 0$ происходит плавление ВЗП на одной плоскости. При условии $\Delta_2 = 0$ исчезает сфазированность ВЗП, образующихся на разных плоскостях, т.е. плавится экситонный кристалл. Кристаллизация в двухслойной системе происходит в узкой области концентраций $n_1^{cr}(D) < n < n_2^{cr}(D)$, и квантовое плавление кристалла (за счет "нулевых колебаний") происходит в двух точках $n_1^{cr}(D)$ и $n_2^{cr}(D)$. Как показывает анализ условия $\Delta_2 = 0$, в основном состоянии и при низких температурах ВЗП электронов и дырок на разных плос-

костях находятся в фазе. На фазовой диаграмме системы внутри областей n , T и D существования независимых ВЗП в каждом слое имеются сфазированности ВЗП, образующихся на разных плоскостях (т.е. области существования дипольного кристалла не прямых экситонов).

Таким образом, получены пороговые области существования электронных и дырочных ВЗП для системы с пространственно разделенными электронами и дырками в пространстве параметров $T-n-D$ (температура–концентрация–расстояние между слоями). Найдены области сфазированности (существования экситонного кристалла) и независимости ВЗП в разных слоях в пространстве параметров $T-n-D$.

Для двумерной электронной системы с учетом сил изображения, образующейся в полупроводнике вблизи от границы с металлом, при условии $\Delta = 0$ происходит плавление электронной ВЗП. Кристаллизация в двухслойной системе происходит в узкой области концентраций $n_1^{cr}(d) < n < n_2^{cr}(d)$, и квантовое плавление кристалла (за счет “нулевых колебаний”) происходит в двух точках $n_1^{cr}(d)$ и $n_2^{cr}(d)$.

Мы построили фазовые диаграммы системы, которые представляют собой графики зависимостей T^c от n^{cr} при различных расстояниях от полупроводника до металла d , где n^{cr} и T^c — концентрация и температура плавления электронной ВЗП в одном слое. На рис. 3 приведены эти графики при $d = 7.0, 6.0$ и 5.0 . Из рис. 3 видно, что при конечных температурах, меньших критической, для фиксированных значений d существуют две точки неустойчивости кристалла относительно перехода в жидкость.

Ю.Е.Л. признателен участникам конференции по низкоразмерным электронным системам (Дрезден) за полезные обсуждения результатов.

Работа была поддержана грантами РФФИ, INTAS, МНТП “Твердотельные наноструктуры”. Исследования одного из авторов (О.Л.Б.) были поддержаны программой ISSP “Соросовские аспиранты”.

Список литературы

- [1] L.V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Bohm, G. Weimann. Phys. Rev. Lett. **73**, 2, 304 (1994).
- [2] T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong. Phys. Rev. Lett. **64**, 25, 3066 (1990).
- [3] U. Sivan, P.M. Solomon, H. Strikman. Phys. Rev. Lett. **68**, 4, 1196 (1992).
- [4] J.P. Cheng, J. Kono, B.D. McCombe, I. Lo, W.C. Mitchel, C.E. Stutz. Phys. Rev. Lett. **74**, 3, 450 (1995).
- [5] M. Bayer, V.B. Timofeev, F. Faller, T. Gutbrod, A. Forchel. Phys. Rev. **54**, 12, 8799 (1996).
- [6] Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон. ЖЭТФ **71**, 2(8), 738 (1976).
- [7] А.В. Ключник, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **76**, 2, 670 (1979).
- [8] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **74**, 1, 274 (1978); ЖЭТФ **76**, 3, 1136 (1979); ЖЭТФ **78**, 3, 1167 (1980); ЖЭТФ **80**, 4, 1488 (1981).
- [9] А.Б. Дзюбенко, Ю.Е. Лозовик. ФТТ **25**, 5, 1519 (1983); ФТТ **26**, 5, 1540 (1984).
- [10] Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман, В.Г. Цветус. Письма в ЖЭТФ **66**, 5, 332 (1997).
- [11] Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман. Письма в ЖЭТФ **64**, 8, 526 (1996), ЖЭТФ **111**, 5, 1879 (1997).
- [12] Yu.E. Lozovik. Report Adriatico Conf. on Low-Dim. Electron Systems. Trieste (1996). 51 p.
- [13] D. Yoshioka, H. Fukuyama. J. Phys. Soc. Jap. **45**, 1, 137 (1978).
- [14] L. Brey. Phys. Rev. Lett. **65**, 7, 903 (1990).
- [15] X.M. Chen, J.J. Quinn. Phys. Rev. Lett. **67**, 7, 895 (1991).
- [16] В.М. Агранович, Ю.Е. Лозовик. Письма в ЖЭТФ **17**, 7, 209 (1973).
- [17] Ю.Е. Лозовик, В.И. Нишанов. ФТТ **18**, 11, 3267 (1976).
- [18] Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон. Письма в ЖЭТФ **22**, 11, 26 (1975).
- [19] S.M. Apenko, A.V. Klyuchnik, Yu.E. Lozovik. Solid State Commun. **36**, 6, 485 (1980).
- [20] Б. Абдуллаев, Ю.Е. Лозовик. ФТТ **24**, 9, 2663 (1982).
- [21] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М. (1962).
- [22] А.Н. Козлов, Л.А. Максимов. ЖЭТФ **48**, 4, 1184 (1965).
- [23] Ю.В. Копаев. Тр. ФИАН **86**, 3–101 (1975).
- [24] Дж. Шриффер. Теория сверхпроводимости. Наука, М. (1970).
- [25] Д. Пайнс. Элементарные возбуждения в твердых телах. Мир, М. (1965).
- [26] L. Bonsall, A.A. Maradudin. Phys. Rev. **15**, 4, 1959 (1974).
- [27] В.М. Беданов, Г.В. Гадияк, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **88**, 5, 1622 (1985).