

# Критическая динамика неупорядоченных магнетиков в трехпетлевом приближении

© В.В. Прудников, С.В. Белим, Е.В. Осинцев, А.А. Федоренко

Омский государственный университет,  
644077 Омск, Россия

(Поступила в Редакцию 20 октября 1997 г.  
В окончательной редакции 16 февраля 1998 г.)

Проведено теоретико-полевое описание критической динамики магнитных систем с замороженными немагнитными примесями. Непосредственно для трехмерных систем получены значения динамического критического индекса в трехпетлевом приближении с применением техники суммирования Паде–Бореля. Проведено сравнение со значениями динамического индекса для однородных систем, вычисленными в четырехпетлевом приближении, а также полученными при численном моделировании методами Монте-Карло.

Как известно, фазовые переходы в однородных магнетиках изменяются с введением в систему случайно распределенных замороженных примесей лишь для изинговских магнетиков [1]. Метод  $\varepsilon$ -разложения позволяет рассчитать значения критических индексов для разбавленных магнетиков [2]. Однако асимптотическая сходимость рядов  $\varepsilon$ -разложения в этом случае еще более слабая, чем для однородных магнетиков [3]. Ренормгрупповой подход к описанию неупорядоченных магнетиков, проведенный в [4,5] непосредственно для трехмерных систем, позволил получить значения статических критических индексов в четырехпетлевом приближении. Однако расчеты с подобной точностью отсутствуют при описании критической динамики неупорядоченных систем. Это связано с быстрым ростом объема вычислений уже в самых низких порядках теории возмущений.

В предлагаемой работе осуществляется теоретико-полевое описание критической динамики неупорядоченных магнетиков непосредственно при  $d = 3$  в трехпетлевом приближении. Рассматриваемая модель представляет собой классическую спиновую систему с замороженными в узлах решетки немагнитными атомами примеси, описываемую гамильтонианом

$$H = \frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} p_i p_j \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j,$$

где  $\mathbf{S}_i$  —  $n$ -компонентная спиновая переменная,  $J_{ij}$  — константы обменного трансляционно инвариантного короткодействующего ферромагнитного взаимодействия,  $p_i$  — случайная переменная, описываемая функцией распределения

$$P(p_i) = p\delta(p_i - 1) + (1 - p)\delta(p_i)$$

с  $p = 1 - c$ ,  $c$  — концентрация немагнитных атомов примеси. Эффекты спин-фононного взаимодействия приводят в общем случае к несохранению полного спина системы. С их учетом для описания критического поведения спиновых примесных систем может быть введена термодинамически эквивалентная модель Гинзбурга–Ландау–

Вильсона, определяемая эффективным гамильтонианом

$$H[\varphi, V] = \int d^d x \left\{ \frac{1}{2} [|\nabla\varphi|^2 + r_0\varphi^2 + V(x)\varphi^2] + \frac{g_0}{4!} \varphi^4 \right\}, \quad (1)$$

где  $\varphi(x, t)$  —  $n$ -компонентный параметр порядка,  $V(x)$  — потенциал случайного поля примесей,  $r_0 \sim T - T_{0c}(p)$ ,  $T_{0c}$  — критическая температура неупорядоченного магнетика, определяемая теорией среднего поля,  $g_0$  — положительная константа,  $d$  — размерность системы. Потенциал примесей зададим гауссовским распределением

$$P_V = A_V \exp \left[ -(\delta_0)^{-1} \int d^d x V^2(x) \right],$$

где  $A_V$  — нормировочная константа,  $\delta_0$  — положительная константа, пропорциональная концентрации примесей и квадрату величины их потенциала.

Динамическое поведение магнетика вблизи критической температуры с учетом спин-решеточной релаксации может быть описано кинетическим уравнением для параметра порядка типа уравнения Ланжевена

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\lambda_0 \frac{\delta H}{\delta\varphi} + \eta + \lambda_0 h, \quad (2)$$

где  $\lambda_0$  — кинетический коэффициент,  $\eta(x, t)$  — гауссова случайная сила, характеризующая влияние теплового резервуара и задаваемая функцией распределения

$$P_\eta = A_\eta \exp \left[ -(4\lambda_0)^{-1} \int d^d x dt \eta^2(x, t) \right]$$

с нормировочной константой  $A_\eta$ ,  $h(t)$  — внешнее поле, термодинамически сопряженное параметру порядка. Временная корреляционная функция  $G(x, t)$  параметра порядка определяется путем решения уравнения (2) с  $H[\varphi, V]$ , задаваемым (1), относительно  $\varphi[\eta, h, V]$  с последующим усреднением по гауссовской случайной силе  $\eta$  с помощью  $P_\eta$ , по случайному потенциалу поля

примесей  $V(x)$  с помощью  $P_V$  и выделением линейной по  $h(0)$  части решения, т. е.

$$G(x, t) = \frac{\delta}{\delta h(0)} \left[ \langle \varphi(x, t) \rangle \right]_{\text{imp}} \Big|_{h=0},$$

где

$$\begin{aligned} \left[ \langle \varphi(x, t) \rangle \right]_{\text{imp}} &= B^{-1} \int D\{\eta\} D\{V\} \varphi(x, t) P_\eta P_V, \\ B &= \int D\{\eta\} D\{V\} P_\eta P_V. \end{aligned}$$

При применении стандартной ренормгрупповой техники к данной динамической модели приходится сталкиваться со значительными трудностями. Однако для однородных систем в отсутствие беспорядка, вносимого присутствием примесей, было показано [6], что критическая динамическая модель, основанная на уравнении типа Ланжевена, полностью эквивалентна стандартной лагранжевой системе [7] с лагранжианом

$$L = \int d^d x dt \left\{ \lambda_0^{-1} \varphi^2 + i\varphi^* \left( \lambda_0^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\delta H}{\delta \varphi} \right) \right\}.$$

При этом корреляционная функция  $G(x, t)$  параметра порядка для однородной системы определяется как

$$\begin{aligned} G(x, t) &= \langle \varphi(0, 0) \varphi(x, t) \rangle \\ &= \Omega^{-1} \int D\{\varphi\} D\{\varphi^*\} \varphi(0, 0) \varphi(x, t) \\ &\quad \times \exp(-L[\varphi, \varphi^*]), \end{aligned}$$

где

$$\Omega = \int D\{\varphi\} D\{\varphi^*\} \exp(-L[\varphi, \varphi^*]).$$

Обобщение данного теоретико-полевого подхода и детали его применения к критической динамике неупорядоченных магнетиков с замороженными точечными примесями и протяженными дефектами изложены в работе [8]. В ней приведены методика получения репличного лагранжиана, усредненного по примесям, формализм производящего функционала для связанных гриновских функций, диаграммные правила, устраняющие вклад замкнутых петель из функций Грина всех порядков.

Вместо корреляционной функции удобнее рассматривать ее вершинную часть, которую можно представить в формализме фейнмановских диаграмм в трехпетлевом приближении в виде

$$\begin{aligned} \Gamma^{(2)}(k, \omega; r_0, g_0, \delta_0, \lambda_0) &= r_0 + k^2 - \frac{i\omega}{\lambda_0} - 4\delta_0 D_1 \\ &\quad - \frac{n+2}{18} g_0^2 D_2 + \frac{4(n+2)}{3} g_0 \delta_0 D_3 - 16\delta_0^2 (D_4 + D_5) \\ &\quad + \frac{(n+2)(n+8)}{108} g_0^3 \left( \sum_{i=6}^8 D_i \right) - \frac{2(n+2)^2}{9} g_0^2 \delta_0 \left( \sum_{i=9}^{18} D_i \right) \\ &\quad + \frac{16(n+2)}{3} g_0 \delta_0^2 \left( \sum_{i=19}^{31} D_i \right) - 64\delta_0^3 \left( \sum_{i=32}^{39} D_i \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Диаграммы, соответствующие  $D_i$ , приведены на рисунке. Фейнмановские диаграммы содержат  $d$ -мерное интегрирование по импульсам и характеризуются вблизи критической точки в пределе с параметром обрезания  $\Lambda \rightarrow \infty$  ультрафиолетовой расходимостью в области больших импульсов  $k$  с особенностями типа полюсов. Для устранения этих полюсов применяется схема размерной регуляризации, связанной с введением перенормированных величин [9]. Определим перенормированный параметр порядка как  $\varphi = Z^{-1/2} \varphi_0$ . Тогда перенормированные вершинные функции будут иметь обобщенный вид

$$\Gamma_R^{(m)}(k, \omega; r, g, \delta, \lambda, \mu) = Z^{m/2} \Gamma^{(m)}(k, \omega; r_0, g_0, \delta_0, \lambda_0) \quad (4)$$

с перенормированными константами связи  $g, \delta$ , температурой  $r$  и кинетическим коэффициентом  $\lambda$

$$\begin{aligned} g_0 &= \mu^{4-d} Z_g g, & \delta_0 &= \mu^{4-d} Z_\delta \delta, \\ r_0 &= \mu^2 Z_r r, & \lambda_0^{-1} &= \mu^2 Z_\lambda \lambda^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

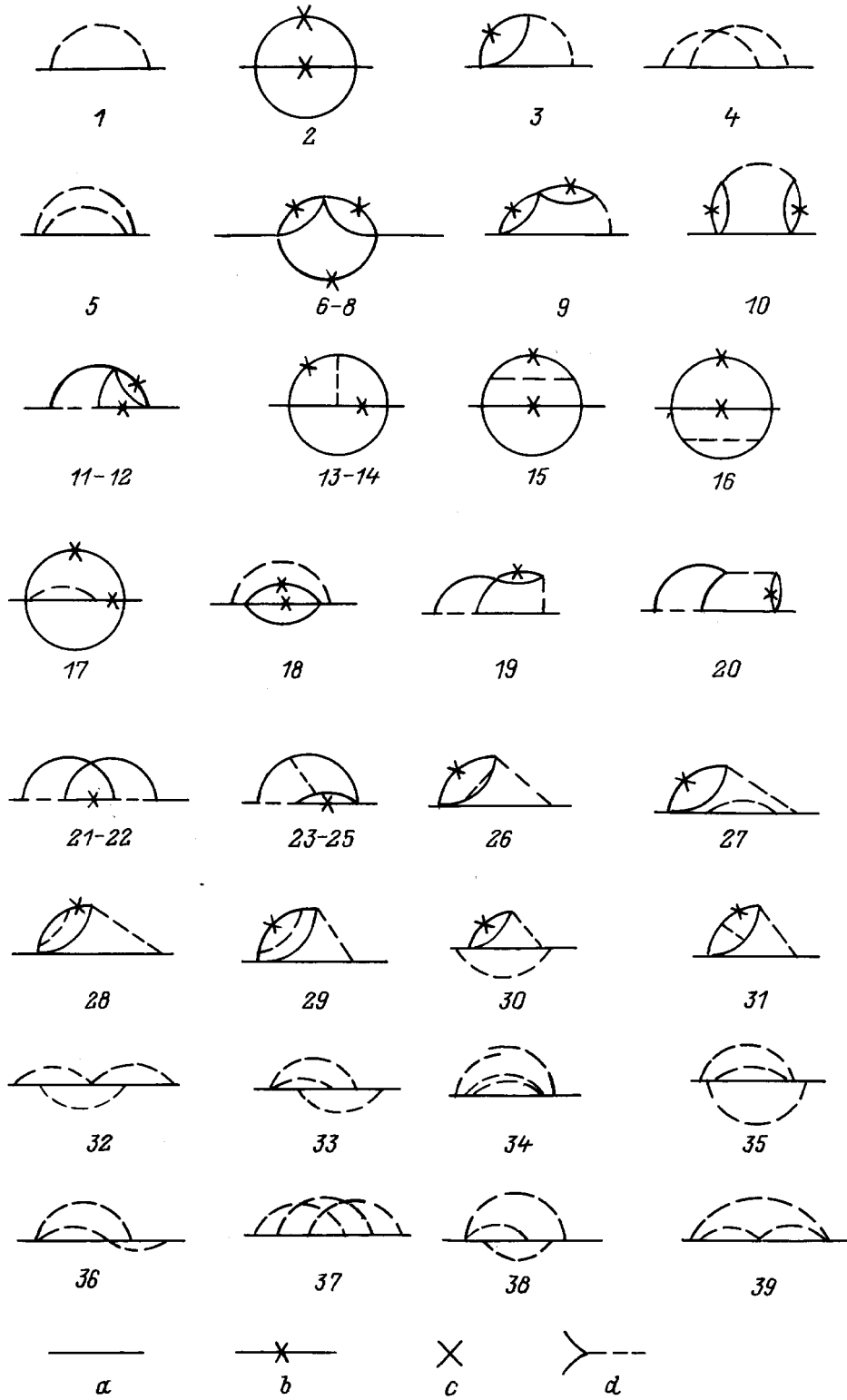
Масштабный параметр  $\mu$  вводится для обезразмеривания величин. В (4)  $\Gamma^{(2)}$  соответствует обратной корреляционной функции параметра порядка  $G(k, \omega)$ , а  $\Gamma^{(4)}$  — четыреххвостным вершинным функциям  $\Gamma_g^{(4)}$  и  $\Gamma_\delta^{(4)}$  для констант связи  $g$  и  $\delta$  соответственно.  $Z$ -факторы определяются из требования регулярности перенормированных вершинных функций, выраженного в условиях нормировки

$$\begin{aligned} Z \frac{\partial \Gamma^{(2)}(k)}{\partial k^2} \Big|_{k^2=0} &= 1, & Z^2 \Gamma_g^{(4)} \Big|_{k_i=0} &= \mu^{4-d} g, \\ Z^2 \Gamma_\delta^{(4)} \Big|_{k_i=0} &= \mu^{4-d} g, & Z \frac{\partial \Gamma^{(2)}(k, \omega)}{\partial(-i\omega)} \Big|_{k^2, \omega=0} &= \lambda^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Данная процедура регуляризации вершинных функций была осуществлена нами в рамках трехпетлевого приближения. С этой целью представим фигурирующие в условиях нормировки значения вершинных функций в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_g^{(4)} \Big|_{k_i=0} &= g_0 \sum_{i,j=0}^3 A_{ij} g_0^i \delta_0^j, \\ \Gamma_\delta^{(4)} \Big|_{k_i=0} &= \delta_0 \sum_{i,j=0}^3 B_{ij} g_0^i \delta_0^j, \\ \frac{\partial \Gamma^{(2)}}{\partial k^2} \Big|_{k^2=0} &= \sum_{i,j=0}^3 C_{ij} g_0^i \delta_0^j, \\ \frac{\partial \Gamma^{(2)}}{\partial(-i\omega/\lambda)} \Big|_{k=0, \omega=0} &= \sum_{i,j=0}^3 D_{ij} g_0^i \delta_0^j, \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициенты представляют собой суммы соответствующих диаграмм или их производных при нулевых внешних импульсах и частотах. Так, численные значения производных от диаграмм (см. рисунок)  $D'_i = \partial D_i / \partial(-i\omega/\lambda) \Big|_{k=0, \omega=0}$ , образующие коэффициенты  $D_{ij}$  и полученные в результате применения схемы вычитания [10], приведены в табл. 1, где



Диаграммное представление вкладов в вершинную функцию  $\Gamma^2(k, \omega) = G^{-1}(k, \omega)$  в трехпетлевом приближении. Линии  $a$  соответствует  $G_0(k, \omega) = (r_0 + k^2 - i\omega/\lambda_0)^{-1}$ , линии  $b - G_0(k, \omega) = 2\lambda^{-1}((r_0 + k^2)^2 + (\omega/\lambda_0))^{-1}$ , вершине  $c - g_0$ , вершине  $d - \delta_0\delta(\omega)$ .

Таблица 1. Значения производных от диаграмм, приведенных на рис. 1,  $D'_i = \partial D_i / \partial(-i\omega/\lambda)|_{k=0, \omega=0}$ 

$D'_1/J$	-1.000000	$D'_{14}/J^3$	-0.032279	$D'_{27}/J^3$	-0.666667
$D'_2/J^2$	-0.130768	$D'_{15}/J^3$	0.061515	$D'_{28}/J^3$	0.584625
$D'_3/J^2$	-0.666667	$D'_{16}/J^3$	0.004666	$D'_{29}/J^3$	-0.092766
$D'_4/J^2$	-2.000000	$D'_{17}/J^3$	-0.333557	$D'_{30}/J^3$	-0.074202
$D'_5/J^2$	-1.000000	$D'_{18}/J^3$	0.042034	$D'_{31}/J^3$	-0.194407
$D'_6/J^3$	-0.104778	$D'_{19}/J^3$	-2.053736	$D'_{32}/J^3$	-2.053736
$D'_7/J^3$	-0.032835	$D'_{20}/J^3$	-2.053736	$D'_{33}/J^3$	-2.053736
$D'_8/J^3$	-0.032835	$D'_{21}/J^3$	-1.142275	$D'_{34}/J^3$	-1.000000
$D'_9/J^3$	-0.519431	$D'_{22}/J^3$	-0.396553	$D'_{35}/J^3$	0.666667
$D'_{10}/J^3$	-0.519431	$D'_{23}/J^3$	-1.142275	$D'_{36}/J^3$	0.666667
$D'_{11}/J^3$	-0.276601	$D'_{24}/J^3$	-0.396553	$D'_{37}/J^3$	-2.053736
$D'_{12}/J^3$	-0.468697	$D'_{25}/J^3$	-0.396553	$D'_{38}/J^3$	-0.074202
$D'_{13}/J^3$	-0.032279	$D'_{26}/J^3$	0.226932	$D'_{39}/J^3$	0.000000

$J = \int d^d q / (q^2 + 1)^2 = (S_d/2)\Gamma(d/2)\Gamma(2 - d/2)$  — однопетлевой интеграл с  $S_d = 2\pi^{d/2}/(2\pi)^d \Gamma(d/2)$ ,  $\Gamma(x)$  — гамма-функция. Запишем разложение величин  $g_0$ ,  $\delta_0$ ,  $Z$ ,  $Z_\lambda$  по перенормированным константам связи  $g$  и  $\delta$  в виде

$$\begin{aligned}
 g_0 &= g \sum_{i,j=0}^3 a_{ij} g^i \delta^j, \\
 \delta_0 &= \delta \sum_{i,j=0}^3 b_{ij} g^i \delta^j, \\
 Z &= \sum_{i,j=0}^3 c_{ij} g^i \delta^j, \\
 Z_\lambda &= \sum_{i,j=0}^3 d_{ij} g^i \delta^j,
 \end{aligned} \quad (8)$$

где неизвестные  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$ ,  $d_{ij}$  выражаются через  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $C_{ij}$ ,  $D_{ij}$  с помощью условий нормировки. Следующим шагом в теоретико-полевого подходе является определение скейлинговых функций  $\beta_g(g, \delta)$ ,  $\beta_\delta(g, \delta)$ ,  $\gamma_r(g, \delta)$ ,  $\gamma_\varphi(g, \delta)$  и  $\gamma_\lambda(g, \delta)$ , задающих дифференциальное уравнение ренормгруппы для вершинных функций

$$\left[ \mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta_g \frac{\partial}{\partial g} + \beta_\delta \frac{\partial}{\partial \delta} - \gamma_r r \frac{\partial}{\partial r} + \gamma_\lambda \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} - \frac{m}{2} \gamma_\varphi \right] \times \Gamma^{(m)}(k, \omega; r, g, \delta, \lambda, \mu) = 0.$$

Для дальнейшего обсуждения динамического поведения нам потребуются только функции  $\beta_g$ ,  $\beta_\delta$  и динамическая скейлинговая функция  $\gamma_\lambda$ , определяемые соотношениями

$$\begin{aligned}
 4 - d + \beta_g \frac{\partial \ln g Z_g}{\partial g} + \beta_\delta \frac{\partial \ln g Z_g}{\partial \delta} &= 0, \\
 4 - d + \beta_g \frac{\partial \ln \delta Z_\delta}{\partial g} + \beta_\delta \frac{\partial \ln \delta Z_\delta}{\partial \delta} &= 0, \\
 \gamma_\lambda &= \beta_g \frac{\partial \ln Z_\lambda}{\partial g} + \beta_\delta \frac{\partial \ln Z_\lambda}{\partial \delta}.
 \end{aligned} \quad (9)$$

Явный вид функций  $\beta_g$ ,  $\beta_\delta$  в четырехпетлевом приближении был получен в работе [5], где введены константы связи  $v$  и  $u$ , находящиеся с  $g$  и  $\delta$  в следующем соответствии:  $v = (n + 8)J_g/6$ ,  $u = -16J\delta$ . Задавая  $\beta$ - и  $\gamma_\lambda$ -функции в виде

$$\begin{aligned}
 \beta_v &= v \sum_{i,j=0}^3 \beta_{ij}^{(v)} v^i u^j, & \beta_u &= u \sum_{i,j=0}^3 \beta_{ij}^{(u)} v^i u^j, \\
 \gamma_\lambda &= \sum_{i,j=0}^3 \gamma_{ij}^{\lambda} v^i u^j,
 \end{aligned} \quad (10)$$

приведем значения коэффициентов в (10) для трехмерной модели Изинга ( $n = 1$ ) в табл. 2. Природа критической точки для каждого значения  $n$  и  $d$  полностью задается стабильной фиксированной точкой для констант связи ( $v^*$ ,  $u^*$ ), определяемой из требования обращения в нуль  $\beta$ -функции, т. е.

$$\beta_v(v^*, u^*) = 0, \quad \beta_u(v^*, u^*) = 0;$$

$v^*$  и  $u^*$  являются величинами порядка  $4 - d$ , поэтому ряды разложения по  $v$  и  $u$  для скейлинговых

Таблица 2. Значения коэффициентов в выражениях для скейлинговых функций

$(i, j)$	$\beta_{i,j}^{(u)}$	$\beta_{i,j}^{(v)}$	$\gamma_{i,j}$
(0, 0)	-1	1	0
(1, 0)	1	3/2	-0.25
(0, 1)	2/3	1	0
(2, 0)	-95/216	-185/216	0.053240
(1, 1)	-50/81	-104/81	0.030862
(0, 2)	-92/729	-308/729	0.008400
(3, 0)	0.389922	0.916667	-0.049995
(2, 1)	0.857363	2.132996	-0.152964
(1, 2)	0.467388	1.478058	-0.041167
(0, 3)	0.090448	0.351069	-0.012642

функций при  $d = 3$  асимптотически сходящиеся. Для их суммирования широкое применение нашел метод Паде–Бореля [11]. Численный анализ уравнений для определения фиксированных точек и условий их стабильности показывает, что в отличие от  $\varepsilon$ -разложения при  $d = 3$  не возникает случайного вырождения фиксированных точек при  $n = 1$ , из четырех фиксированных точек интерес представляют только две: фиксированная точка для однородных систем ( $v^* \neq 0$ ,  $u^* \neq 0$ ) и примесная фиксированная точка ( $v^* \neq 0$ ,  $u^* = 0$ ), задающая новые критические свойства неупорядоченных магнетиков. Примесная фиксированная точка стабильна только для  $n = 1$ , в то время как для  $n \geq 2$  наличие беспорядка, связанного с присутствием замороженных примесей, несущественно для критического поведения магнетиков. Примесная фиксированная точка для трехмерной модели Изинга в трехпетлевом приближении задается значениями  $v^* = 2.256938$ ,  $u^* = -0.728168$ .

Подстановка величин констант связи в фиксированной точке в скейлинговую функцию  $\gamma_\lambda(v, u)$  позволяет определить динамический критический индекс  $z$ , характеризующий критическое замедление процессов релаксации,

$$z = 2 + \gamma_\lambda(v^*, u^*). \quad (11)$$

Однако ряд разложения  $\gamma_\lambda(v^*, u^*)$  по степеням  $v^*$  и  $u^*$  при  $d = 3$  является в лучшем случае асимптотически сходящимся и для получения разумных значений непосредственно просуммирован быть не может. Для его суммирования был применен обобщенный метод Паде–Бореля, который состоит в применении к ряду борелевского преобразования

$$\gamma_\lambda(v, u) = \sum_{i,j} \gamma_{ij} v^i u^j = \int_0^\infty e^{-t} \Gamma_\lambda(vt, ut) dt, \quad (12)$$

$$\Gamma_\lambda(x, y) = \sum_{i,j} \frac{\gamma_{ij}}{(i+j)!} x^i y^j$$

с последующим использованием аппроксимантов Паде–Чисхолма

$$[M, N/K, L] = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N a_{ij} v^i u^j \left( \sum_{p=0}^K \sum_{q=0}^L b_{pq} v^p u^q \right)^{-1}.$$

Полученное разложение для  $\gamma_\lambda(v, u)$  по  $v$  и  $u$  в трехпетлевом приближении позволяет использовать аппроксиманты вида  $[1, 1/1, 1]$  и  $[2, 2/1, 1]$ . Применение аппроксимантов  $[1, 1/1, 1]$  соответствует проведенному ранее в [12] описанию критической динамики неупорядоченных магнетиков в двухпетлевом приближении и дает значение динамического индекса  $z_{\text{imp}}^{(2)} = 2.169849$ . Использование аппроксимантов  $[2, 2/1, 1]$  позволяет получить индекс  $z$

в виде

$$z = 2 + \frac{\alpha_1 u}{\beta} + \frac{\beta - 1}{\beta^2} (\alpha_2 u^2 + \alpha_3 uv + \alpha_4 v^2) + \frac{2\beta^2 - \beta + 1}{\beta^3} (\alpha_5 u^2 v + \alpha_6 uv^2) - \frac{1}{\beta} \left[ \alpha_1 u + \frac{1}{\beta} (\alpha_2 u^2 + \alpha_3 uv + \alpha_4 v^2) + \frac{1}{\beta^2} (\alpha_5 u^2 v + \alpha_6 uv^2) \right] {}_2F_0(1, 1, \beta), \quad (13)$$

где  ${}_2F_0(1, 1, \beta)$  — вырожденная гипергеометрическая функция, а коэффициенты  $\alpha_i$  и  $\beta$  вычисляются из следующих соотношений:

$$\alpha_1 = \gamma_{1,0}, \quad \alpha_2 = \frac{\gamma_{2,0}}{2} - \frac{\gamma_{1,0}\gamma_{3,0}}{3\gamma_{2,0}},$$

$$\alpha_3 = \frac{\gamma_{1,1}}{2} - \frac{\gamma_{1,0}\gamma_{0,3}}{3\gamma_{0,2}}, \quad \alpha_4 = \frac{\gamma_{0,2}}{2},$$

$$\alpha_5 = \frac{\gamma_{2,1}}{6} - \frac{\gamma_{1,1}\gamma_{3,0}}{6\gamma_{2,0}} - \frac{\gamma_{2,0}\gamma_{0,3}}{6\gamma_{0,2}},$$

$$\alpha_6 = \frac{\gamma_{1,2}}{6} - \frac{\gamma_{1,1}\gamma_{0,3}}{6\gamma_{0,2}} - \frac{\gamma_{0,2}\gamma_{3,0}}{6\gamma_{2,0}},$$

$$\beta = \beta_1 u + \beta_2 v,$$

$$\beta_1 = -\frac{\gamma_{3,0}}{3\gamma_{2,0}}, \quad \beta_2 = -\frac{\gamma_{0,3}}{3\gamma_{0,2}}.$$

Использование величин констант связи в примесной фиксированной точке  $v^* = 2.256938$ ,  $u^* = -0.728168$  дает следующее значение динамического индекса:

$$z_{\text{imp}}^{(3)} = 2.165319. \quad (14)$$

Малое изменение величины индекса  $z_{\text{imp}}$ , вычисленного в трехпетлевом и двухпетлевом приближениях, позволяет считать, что учет поправок более высокого порядка может привести лишь к незначительным изменениям. Расчеты, проведенные в [12], на основе  $\varepsilon$ -разложения в двухпетлевом приближении дали в то же время значение  $z_{\text{imp}}^{(2)} = 2.336$ , что обосновывает необходимость применения к описанию критического поведения разбавленных магнетиков ренормгрупповой процедуры непосредственно при  $d = 3$ .

В работе [13] нами был осуществлен расчет динамического критического индекса для однородных трехмерных и двумерных ферромагнитных систем в четырехпетлевом приближении в рамках динамической релаксационной модели Гинзбурга–Ландау–Вильсона. В частности, для трехмерной модели Изинга при применении техники суммирования Паде–Бореля было получено значение динамического индекса  $z_{\text{pure}}^{(4)} = 2.017$ . Значительные численные отличия динамического индекса для однородной и разбавленной моделей Изинга дают возможность выявить влияние примесей на динамическое критическое поведение как в реальном физическом эксперименте,

так и в компьютерном эксперименте при численном моделировании методами Монте-Карло.

Проведем сравнение полученного значения динамического индекса  $z_{\text{imp}}^{(3)}$  с результатами компьютерного моделирования динамического критического поведения неупорядоченной модели Изинга [14–16]. В работах [14,15] было осуществлено компьютерное моделирование процессов критической релаксации намагниченности в системе с размерами  $48^3$  с концентрацией спинов  $0.4 \leq p \leq 1$ . Для определения динамического критического индекса  $z$  был использован метод Монте-Карло совместно с методом динамической ренорм-группы [17]. Для однородной и слабо неупорядоченных систем с  $p = 0.95, 0.8$  были получены следующие значения индекса  $z(1.0) = 1.97 \pm 0.08$ ,  $z(0.95) = 2.19 \pm 0.07$ ,  $z(0.8) = 2.20 \pm 0.08$ , которые находятся в хорошем согласии с результатами проведенных расчетов. В работе [16] значения индекса  $z$  получались на основе анализа асимптотических свойств динамической автокорреляционной функции для системы, находящейся в состоянии равновесия и демонстрирующей сильные флуктуации намагниченности. Так, для однородной системы было получено  $z(1.0) = 2.095 \pm 0.008$ , для слабо неупорядоченных систем  $z(0.95) = 2.16 \pm 0.01$ ,  $z(0.9) = 2.232 \pm 0.004$ ,  $z(0.8) = 2.38 \pm 0.01$  и при  $p = 0.6$   $z(0.6) = 2.93 \pm 0.03$ . Придерживаясь концепции, что фиксированная точка критического поведения слабо неупорядоченных систем, не зависящая от концентрации примесей, оказывается таковой и для любой концентрации примесей, автор работы [16] оценивает асимптотическое значение динамического индекса как  $z = 2.4 \pm 0.1$ . Полученное в [16] значение индекса  $z$  для однородной системы находится в сильном несоответствии с результатами теоретико-полевого подхода, в то же время для  $p = 0.95$  согласие значений хорошее. Наша точка зрения относительно универсальности критического поведения неупорядоченных систем была высказана в работах [14,15], где предлагается отделять универсальное критическое поведение слабо неупорядоченных систем от аналогичного для сильно неупорядоченных систем и выдвигается гипотеза ступенчатой универсальности критических индексов для термических неупорядоченных систем.

Предсказание теории относительно влияния примесей на динамическое критическое поведение магнетиков (более высокое  $z_{\text{imp}}(d = 3)$  по сравнению с  $z_{\text{pure}}(d = 3)$ ) может быть зафиксировано в ряде экспериментальных методов: по неупругому рассеянию нейтронов: ширина линии  $\omega_\varphi \propto |T - T_c|^{z\nu}$  при  $q = 0$  и  $\omega_\varphi \propto q^z$  при  $T = T_c$ ; в магнитных резонансных методах ЭПР и ЯМР: ширина линии резонанса  $\Delta\omega \propto |T - T_c|^{(d-2+\eta-z)\nu}$ , где  $\eta$  — индекс Фишера; по измерению динамической восприимчивости на внешнее высокочастотное магнитное поле  $\chi(\omega) \propto \omega^{-\gamma/z\nu}$  при  $T = T_c$ , где  $\gamma$  — индекс восприимчивости; в ультразвуковых экспериментах: коэффициент поглощения звука  $\alpha(\omega) \propto |T - T_c|^{-(\alpha+z\nu)} \omega^2 g(\omega/|T - T_c|^{z\nu})$ , дисперсия звука  $C^2(\omega) - C^2(0) \propto |T - T_c|^{-\alpha} f(\omega/|T - T_c|^{z\nu})$ . К

сожалению, нам неизвестны работы, в которых проводилось бы экспериментальное исследование динамического критического поведения слабо разбавленных изинговски-подобных магнетиков.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 97-02-16124).

## Список литературы

- [1] A.V. Harris. J. Phys. **C7**, 6, 1671 (1974).
- [2] Д.Е. Хмельницкий. ЖЭТФ **68**, 5, 1960 (1975).
- [3] C. Jayaprakash, H.J. Katz. Phys. Rev. **B16**, 9, 3987 (1977).
- [4] I.O. Mayer, A.I. Sokolov, B.N. Shalaev. Ferroelectrics **95**, 1, 93 (1989).
- [5] I.O. Mayer. J. Phys. **A22**, 12, 2815 (1989).
- [6] C.De Dominicis. Nuovo Cimento Lett. **12**, 567 (1975).
- [7] E. Brezin et al. Phys. Rev. **D8**, 2, 434 (1973); **D8**, 2418 (1973).
- [8] V.V. Prudnikov, I.D. Lawrie. J. Phys. **C17**, 7, 1655 (1984).
- [9] Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантовых полей. Наука, М. (1976). 416 с.
- [10] С.Л. Гинзбург. ЖЭТФ **68**, 1, 273 (1975).
- [11] G.A. Baker, B.G. Nickel, D.I. Meiron. Phys. Rev. **B17**, 3, 1365 (1978).
- [12] В.В. Прудников, А.Н. Вакилов. ЖЭТФ **101**, 6, 1853 (1992).
- [13] А.В. Иванов, В.В. Прудников, А.А. Федоренко. Вестн. Омск. ун-та, 3, 27 (1997).
- [14] В.В. Прудников, А.Н. Вакилов. Письма в ЖЭТФ **55**, 12, 709 (1992).
- [15] В.В. Прудников, А.Н. Вакилов. ЖЭТФ **103**, 3, 962 (1993).
- [16] H.-O. Heuer. J. Phys. **A26**, L-341 (1993).
- [17] N. Jan, L.L. Moseley, D. Stauffer. J. Stat. Phys. **33**, 1, 1 (1983).