

# Продольная комплексная магнитная восприимчивость суперпарамагнитных частиц с кубической анизотропией

© Ю.П. Калмыков, С.В. Титов

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
141120 Фрязино, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 20 февраля 1998 г.  
В окончательной редакции 14 апреля 1998 г.)

Для модели непрерывной диффузии рассчитан и проанализирован спектр динамической восприимчивости однодоменных частиц с кубической анизотропией во всех диапазонах изменения параметров анизотропии и диссипации.

Исследование тепловых флуктуаций и релаксации намагниченности однодоменных частиц в настоящее время привлекает внимание в контексте улучшения характеристик магнитных носителей записи [1]. При теоретическом анализе релаксационных процессов для упрощения математических расчетов обычно рассматриваются одноосные однородно намагниченные частицы [2–5]. Хотя использование одноосного потенциала анизотропии значительно упрощает анализ, но полученные в этом случае результаты имеют ограниченную область применимости [6]. Для других типов анизотропии, таких как кубическая, ранее применялось либо приближение дискретных ориентаций, либо были получены только асимптотические решения для диффузионной модели [6–9]. Оба этих подхода, однако, неприменимы в наиболее интересном случае, когда энергия анизотропии сравнима с тепловой энергией  $kT$ .

В диффузионной модели динамика вектора намагниченности  $\mathbf{M}(t)$  однодоменной частицы аналогична броуновскому вращению макромолекулы в жидкости и описывается уравнением Гильберта [9] с флуктуирующим полем. Для потенциала кубической анизотропии вида [7,9]

$$\frac{U}{kT} = \sigma (\sin^4 \vartheta \sin^2 2\varphi + \sin^2 2\vartheta), \quad (1)$$

( $\sigma$  — безразмерная константа анизотропии,  $\vartheta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы) стохастическое векторное уравнение Гильберта можно формально решить тем же способом, что и в случае одноосных частиц [5,10]. При таком подходе задача сводится к решению бесконечной системы связанных уравнений для равновесных корреляционных функций  $c_{n,m}(t) = \langle \cos \vartheta(0) Y_{n,m}(t) \rangle_0$ ,

$$\tau_N \frac{d}{dt} c_{n,m}(t) = \sum_{s=-1}^1 \sum_{r=-4}^4 d_{nmrs} c_{n+r,m+4s}(t), \quad (2)$$

где  $\tau_N$  — характерное время тепловых флуктуаций [11],  $Y_{n,m}$  — сферические гармоники [12], угловые скобки  $\langle \rangle_0$  означают равновесное среднее (коэффициенты  $d_{nmrs}$  зависят от параметров анизотропии  $\sigma$  и диссипации  $\alpha$

и приведены в [11]). К сожалению, применение известных методов для решения системы уравнений (2) в характерном для однодоменных частиц случае слабой диссипации ( $\alpha < 0.1$ ) [6] затруднительно, так как при вычислениях необходимо учитывать порядка  $10^4$  и более уравнений. По этой причине расчет и анализ спектра динамической восприимчивости в рамках диффузионной модели для кубической анизотропии до сих пор не проводился. Однако задачу можно существенно упростить, если воспользоваться методом матричных непрерывных дробей из [10,13].

В помощь преобразования Лапласа можно свести (2) к матричному рекуррентному уравнению

$$\mathbf{Q}_n^- \tilde{\mathbf{C}}_{n-1}(s) + [\mathbf{Q}_n - \mathbf{I} s \tau_N] \tilde{\mathbf{C}}_n(s) + \mathbf{Q}_n^+ \tilde{\mathbf{C}}_{n+1}(s) + \tau_N \mathbf{C}_n(0) = 0, \quad (3)$$

$$n = 1, 2, 3 \dots,$$

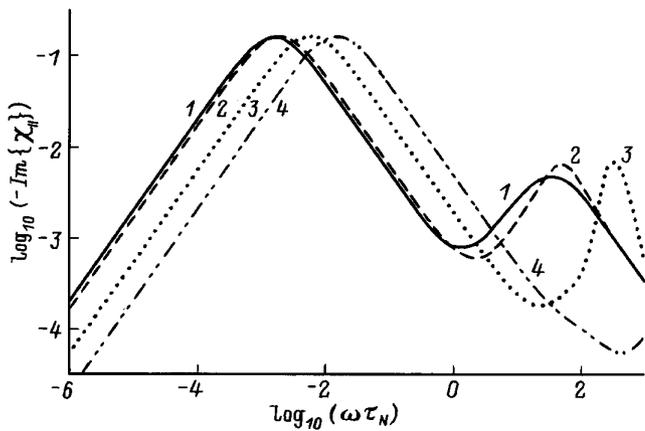
где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица, тильда означает преобразование Лапласа,

$$\tilde{\mathbf{C}}_n(s) = \begin{pmatrix} \tilde{c}_{4n}(s) \\ \tilde{c}_{4n-1}(s) \\ \tilde{c}_{4n-2}(s) \\ \tilde{c}_{4n-3}(s) \end{pmatrix}, \quad \tilde{c}_{4n-i}(s) = \begin{pmatrix} \tilde{c}_{4n-i, -4(n-1+\delta_0)}(s) \\ \tilde{c}_{4n-1i, -4(n-2+\delta_0)}(s) \\ \vdots \\ \tilde{c}_{4n-i, 4(n-1+\delta_0)}(s) \end{pmatrix},$$

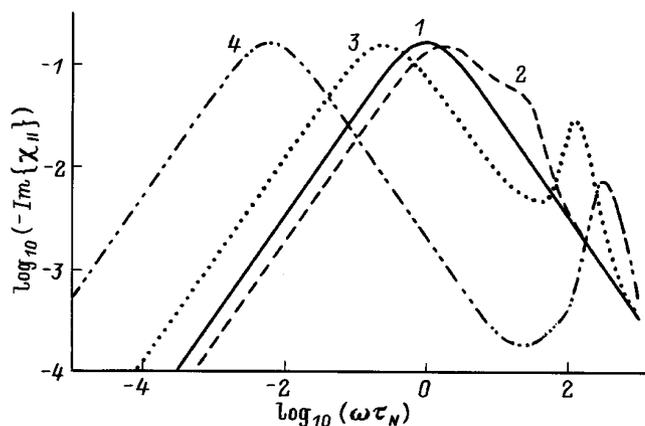
$$i = 0, 1, 2, 3.$$

Вектор  $\tilde{\mathbf{C}}_n(s)$  содержит  $8n - 2$  элементов и  $\tilde{\mathbf{C}}_0(s) = 0$ . Размерности матриц  $\mathbf{Q}_n$ ,  $\mathbf{Q}_n^+$ ,  $\mathbf{Q}_n^-$  равны соответственно  $(8n - 2) \times (8n - 2)$ ,  $(8n - 2) \times (8n + 6)$ ,  $(8n - 2) \times (8n - 10)$ . Исключение составляет  $\mathbf{Q}_1^-$ , которая вырождается в вектор размерности 6. В свою очередь, каждая из матриц  $\mathbf{Q}_n$ ,  $\mathbf{Q}_n^+$ ,  $\mathbf{Q}_n^-$  состоит из 16 подматриц, часть из которых имеет трех диагональный вид; часть подматриц  $\mathbf{Q}_n^+$ ,  $\mathbf{Q}_n^-$  — нулевые.

Применяя общий метод решения матричных рекуррентных уравнений вида (3) из [13], получаем точное



**Рис. 1.**  $\log_{10}(\chi''_{\parallel})$  как функция  $\log_{10}(\omega\tau_N)$  при  $\sigma = 10$  и различных значениях параметра диссипации  $\alpha \rightarrow \infty$  (1),  $\alpha = 1$  (2), 0.1 (3) и 0.01 (4).



**Рис. 2.**  $\log_{10}(\chi''_{\parallel})$  как функция  $\log_{10}(\omega\tau_N)$  при  $\alpha = 0.1$  и различных значениях параметра анизотропии  $\sigma = 0$  (1), 1 (2), 5 (3) и 10 (4).

решение для  $\tilde{C}_1(s)$

$$\tilde{C}_1(s) = \tau_N \left[ \tau_N s \mathbf{I} - \mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_1^+ \mathbf{S}_2(s) \right]^{-1} \left\{ \mathbf{C}_1(0) + \sum_{n=2}^{\infty} \left[ \prod_{k=2}^n \mathbf{Q}_{k-1}^+ \mathbf{S}_k(s) (\mathbf{Q}_k^-)^{-1} \right] \mathbf{C}_n(0) \right\}, \quad (4)$$

где матричная непрерывная дробь  $\mathbf{S}_n(s)$  определяется соотношением

$$\mathbf{S}_n(s) = \left[ s\tau_N \mathbf{I} - \mathbf{Q}_n - \mathbf{Q}_n^+ \mathbf{S}_{n+1}(s) \right]^{-1} \mathbf{Q}_n^-$$

( $\mathbf{C}_n(0)$  в (4) могут быть также выражены через  $\mathbf{S}_n(0)$  [12]).

Спектры мнимой части  $\chi''_{\parallel}(\omega)$  комплексной восприимчивости

$$\begin{aligned} \chi_{\parallel}(\omega) &= \chi'_{\parallel}(\omega) - i\chi''_{\parallel}(\omega) \\ &= \chi_{\parallel} \left\{ 1 - i\omega\tilde{c}_{1,0}(i\omega)/c_{1,0}(0) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

( $\chi_{\parallel}$  — статическая восприимчивость), рассчитанные из (4) и (5) при различных значениях параметров  $\sigma$  и  $\alpha$ , показаны на рис. 1, 2. На этих рисунках видно два пика в спектре потерь. Первый (низкочастотный) пик проявляется на частотах порядка средней частоты переориентации вектора намагниченности частицы  $\mathbf{M}$  [9]. Положение максимума и полуширина этой низкочастотной полосы определяется самой низкочастотной релаксационной модой, которая характеризуется наименьшим собственным значением  $\lambda_1$  уравнения Фоккера–Планка для плотности вероятности распределения  $W(\{\mathbf{M}\}, t)$  намагниченности  $\mathbf{M}$  [9]. В низкотемпературном пределе ( $|\sigma| \gg 1$ ) наши расчеты находятся в полном согласии с результатами асимптотических оценок  $\lambda_1$  как при сильной ( $\alpha \geq 1$ ) [7,9], так и при слабой ( $\alpha \leq 0.01$ ) [6] диссипации. Вторым, существенно более слабым пик обусловлен вкладом поперечных и продольных высокочастотных ”внутриямных” (intrawell) мод. При этом в отличие от случая одноосных частиц для кубической анизотропии имеется существенная зависимость  $\chi_{\parallel}(\omega)$  от  $\alpha$ , что обусловлено взаимодействием продольных и поперечных мод.

Детально изложенные результаты предполагается опубликовать в другой статье.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16762-а).

### Список литературы

- [1] Н.В. Braun, Н.Н. Bertram. J. Appl. Phys. **75**, 9, 4609 (1994).
- [2] Ю.Л. Райхер, М.И. Шлиомис. ЖЭТФ **67**, 3, 1060 (1974).
- [3] Д.А. Гаранин, В.В. Ищенко, Л.В. Панина. ТМФ **82**, 2, 242 (1990).
- [4] Э.К. Садыков, А.Г. Исавнин. ФТТ **38**, 7, 2104 (1996).
- [5] Yu.P. Kalmykov, W.T. Coffey. Phys. Rev. **B56**, 6, 3325 (1997).
- [6] I. Klik, L. Gunther. J. Stat. Phys. **60**, 3/4, 473 (1990).
- [7] D.A. Smith, F.A. de Rosario. J. Magn. Magn. Mater. **3**, 2, 219 (1976).
- [8] I. Eizenshtein, A. Aharoni. Phys. Rev. **B16**, 3, 1278 (1977).
- [9] W.F. Brown, Jr. IEEE Trans. Magn. **15**, 5, 1196 (1979).
- [10] Ю.П. Калмыков, С.В. Титов. ФТТ, **40**, 9, 1642 (1998).
- [11] L.J. Geoghegan, W.T. Coffey, B. Mulligan. Adv. Chem. Phys. **100**, 475 (1997).
- [12] Д.А. Варшалович, А.Н. Москалев, В.К. Херсонский. Квантовая теория углового момента. Л. (1975).
- [13] W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov, J.T. Waldron. The Langevin Equation. World Scientific, Singapore (1996).