

Горизонтальные и вертикальные "молекулы" из квантовых точек

© Н.Е. Капуткина, Ю.Е. Лозовик

Институт спектроскопии Российской академии наук,
142092 Троицк, Московская обл., Россия

(Поступила в Редакцию 31 марта 1998 г.
В окончательной редакции 5 мая 1998 г.)

Рассмотрены двухэлектронная система из двух соседних квантовых точек (КТ) с двумерным (2D) параболическим латеральным удерживающим потенциалом и из двух связанных или двойных пространственно разделенных КТ (горизонтальная или вертикальная "молекула" из КТ) и их поведение во внешнем поперечном магнитном поле. Различными методами (Гайтлера–Лондона, методом молекулярных орбиталей, вариационным методом и методом численной диагонализации гамильтониана) определены энергии основного состояния системы и энергетические спектры с учетом межэлектронного взаимодействия для широкого диапазона значений крутизны удерживающего потенциала, расстояний между центрами КТ (межслоевых расстояний) и внешнего магнитного поля.

Развитие нанотехнологии инициировало широкие исследования новых классов нанобъектов и, в частности, квантовых точек (КТ). КТ как квазиульмерные системы представляют собой весьма интересные системы пониженной размерности. Они важны не только как возможная элементарная база для нанoeлектроники, но и как модельные объекты для фундаментальных исследований — искусственные гигантские атомы с контролируемо изменяемыми параметрами, такими как вид и жесткость удерживающего потенциала, число частиц, характерные размеры области их локализации. Вид удерживающего потенциала определяется способом получения КТ. Наиболее часто используется модель "жестких стенок" и модель параболического удерживающего потенциала [1–6]. Модель параболического латерального потенциала подтверждена самосогласованными расчетами [7] и применима для КТ, полученных различными способами. Современная технология позволяет получить не только отдельные КТ, но и массивы КТ с заданным расположением каждой КТ массива. Таким образом, если изолированная КТ является аналогом атома (квантовомеханическим аналогом атома Томсона), то несколько близкорасположенных взаимодействующих КТ представляют собой своего рода искусственную гигантскую молекулу. В литературе рассматриваются преимущественно изолированные КТ либо решетки КТ, а влияние межточечного взаимодействия рассматривается как малая поправка, приводящая к деполяризованному сдвигу (порядка 2–4% для использовавшихся в экспериментах систем) [6,8,9].

Однако в последнее время ведутся эксперименты и с близкорасположенными КТ, являющимися гигантскими аналогами молекул (назовем подобные системы "горизонтальными молекулами" из КТ), и для систем с пространственно разделенными носителями в вертикально связанных квантовых ямах [10–13] и в связанных и в двойных КТ (назовем подобную систему "вертикальной молекулой" из КТ).

Представляется интересным рассмотреть физические свойства искусственной молекулы — системы КТ (2D).

Мы рассмотрели аналог молекулы водорода — систему из двух КТ с двумя электронами. В отличие от молекул, состоящих из атомов, в молекуле КТ расстояние между центрами КТ (межслоевое расстояние для вертикальной молекулы) фиксировано при создании структуры. Такая система, будучи простейшим представителем объектов подобного рода, позволяет с помощью сравнительно простых расчетов исследовать искусственную молекулу КТ. Отметим, что подобные методы применимы и для более сложных молекул.

1. Горизонтальная молекула из КТ

1) Энергия основного состояния с учетом межэлектронного взаимодействия. Рассмотрим два электрона, каждый из которых удерживается в своей потенциальной яме вида $U = \alpha r_i^2$, ($i = 1, 2$) (параболический латеральный потенциал), где r_1, r_2 отсчитываются от близкорасположенных центров ям. Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*}(\Delta_{r_1} + \Delta_{r_2}) + \frac{e^2}{\varepsilon|\mathbf{r}_{12}|} + \alpha(r_1^2 + r_2^2), \quad (1)$$

m^* — эффективная масса электрона, ε — диэлектрическая проницаемость, α — характерный параметр крутизны удерживающего потенциала.

Перейдем к безразмерным величинам, вводя следующие единицы расстояния, энергии и параметра крутизны удерживающего потенциала соответственно:

$$r_0 = \frac{\hbar^2 \varepsilon}{2m^* e^2}, \quad E_0 = \frac{2m^* e^4}{\hbar^2 \varepsilon^2}, \quad \alpha_0 = \frac{E_0}{r_0^2}, \quad (2)$$

где r_0 и E_0 — радиус и энергия связи двумерного экситона.

В приближении Гайтлера–Лондона волновая функция в синглетном состоянии представляется в виде

$$\Psi = A[\psi_a(\mathbf{r}_1)\psi_b(\mathbf{r}_2) + \psi_a(\mathbf{r}_2)\psi_b(\mathbf{r}_1)]\xi_A(s_1, s_2), \quad (3)$$

где $\xi_A(s_1, s_2)$ — антисимметричная спиновая функция, а $\psi_a(\mathbf{r}), \psi_b(\mathbf{r})$ — невозмущенные волновые функции од-

ноэлектронной изолированной КТ $\psi_{a,b}(\mathbf{r}) = (\sqrt{\alpha/\pi})^{1/2} \times \exp(-\sqrt{\alpha}r_{a,b}^2/2)$. Для энергии в этом состоянии находим

$$W = 4\sqrt{\alpha} + (1 + \exp(-d^2\sqrt{\alpha}))^{-1} (Q + J), \quad (4)$$

где

$$Q = (\sqrt{\alpha}/\pi) \int r_{12}^{-1} \exp(-\sqrt{\alpha}(r_{1a}^2 + r_{2b}^2)/2) d\tau_1 d\tau_2,$$

$$J = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} \int \frac{\exp(-\sqrt{\alpha}(r_{1a}^2 + r_{2b}^2 + r_{1b}^2 + r_{2a}^2)/2)}{r_{12}} d\tau_1 d\tau_2$$

$$= \sqrt{(\pi/2)\alpha}^{1/4} \exp(-a^2\sqrt{\alpha}).$$

Интеграл Q находится численно.

Зависимость энергии W от расстояния между центрами квантовых точек d при постоянном параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 5$ (кривая *HL*) представлена на рис. 1. Энергия монотонно убывает с ростом расстояния d , асимптотически стремясь к удвоенной энергии основного состояния изолированной КТ $E_0 = 2\sqrt{\alpha}$, поскольку перекрытие электронных волновых функций падает с ростом расстояния между центрами квантовых точек.

На рис. 2 представлена зависимость энергии W от параметра крутизны удерживающего потенциала α при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$. Рост параметра α , локализуя электроны, уменьшает относительный вклад кулоновского взаимодействия электронов при росте величины вклада энергии электронов в потенциальных ямах (энергии основного состояния изолированной КТ).

Для одновременно весьма малых параметров крутизны удерживающего потенциала α (эффективной крутизны удерживающего потенциала в магнитном поле β^2 , см. далее и [14]) и расстояния между центрами КТ d метод

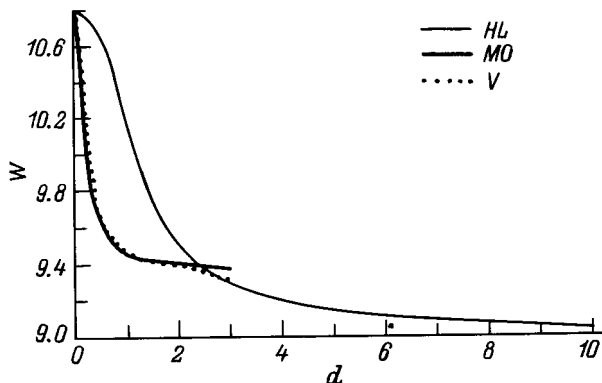


Рис. 1. Зависимость энергии W горизонтальной молекулы из КТ от расстояния между центрами квантовых точек d при постоянном параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 5$, полученная методом Гайтлера–Лондона (*HL*), методом молекулярных орбит с использованием модифицированного потенциала (*MO*) и вариационным методом (*V*).

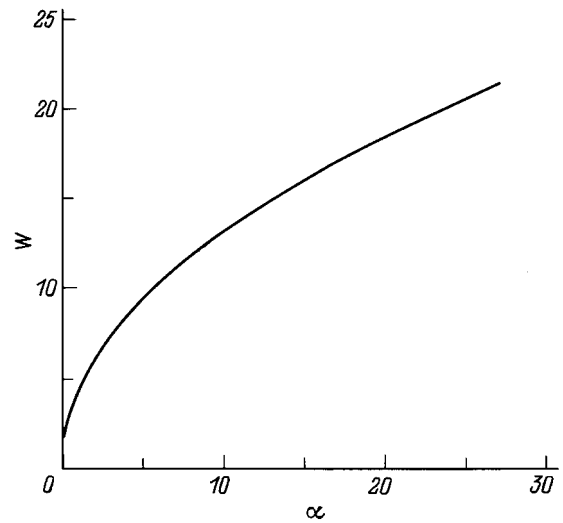


Рис. 2. Зависимость энергии W горизонтальной молекулы из КТ от параметра крутизны удерживающего потенциала α при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$.

Гайтлера–Лондона дает завышенное значение энергии основного состояния молекулы КТ. В этом случае применим метод молекулярных орбиталей.

Полагаем оба электрона находящимися в потенциале U_{AB} . В отличие от молекулы, состоящей из атомов, где электрон "чувствует" оба ядра и $U_{AB} = U_A + U_B$, в случае молекулы из КТ $U_{AB} = \min(U_A, U_B)$, где $U_{A,B} = \alpha r_{A,B}^2$. Для оценки значений энергии молекулы по методу молекулярных орбиталей используем вспомогательный потенциал $U_0 = (\alpha/2)(r_A^2 + r_B^2)$. Имеем $U_{AB} = U_0 + \Delta U$. Используя выражение $(r_A^2 + r_B^2)/2 = r^2 + (d^2/2)$, получим

$$\Delta U = \alpha \left(\min(r_A^2, r_B^2) - \frac{r_A^2 + r_B^2}{2} \right) = -\alpha dr |\cos \Theta|.$$

При $d \rightarrow 0$ $U_0 \rightarrow U_{AB}$.

В качестве пробных функций возьмем линейную комбинацию невозмущенных волновых функций электрона в потенциале $U_{A,B}$

$$\psi_{m0}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2(1 + \exp(-\sqrt{\alpha}d^2/4))} \times \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} \right)^{1/2} \left(e^{-\sqrt{\alpha}r_a^2/2} + e^{-\sqrt{\alpha}r_b^2/2} \right). \quad (5)$$

Соответствующие собственные значения энергии

$$E_0 = 2\sqrt{\alpha} + \frac{\alpha d^2}{2(1 + \exp(-\sqrt{\alpha}d^2/4))}. \quad (6)$$

В низшем состоянии спиновая волновая функция системы двух электронов антисимметрична, основное состояние синглетно, и приближенная волновая функция имеет вид

$$\Psi = \psi_{m0}(\mathbf{r}_1)\psi_{m0}(\mathbf{r}_2)\xi_A(s_1, s_2). \quad (7)$$

Таким образом,

$$W = 2\varepsilon_0 + I_1 + I_2, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= \int \Psi_{mo}^* \Delta U \Psi_{mo} d\tau_1 d\tau_2 \\ &= -\frac{d\alpha^2 \Phi(\alpha^{1/4} d/2)}{2(1 + \exp(-\sqrt{\alpha} d^2/4))} \\ &\quad - \frac{d\alpha^{3/4}}{\sqrt{\pi}} \frac{2 \exp(-\sqrt{\alpha} d^2/4)}{1 + \exp(-\sqrt{\alpha} d^2/4)}, \\ I_2 &= \int \Psi_{mo}^* \frac{1}{r_{12}} \Psi_{mo} d\tau_1 d\tau_2, \end{aligned}$$

$\Phi(x)$ — интеграл ошибок.

При $d \rightarrow 0$ $W \rightarrow 4\sqrt{\alpha} + \alpha^{1/4}\sqrt{\pi}$, что соответствует первому приближению по кулоновскому взаимодействию электронов для двухэлектронной КТ (см. [14]). Зависимость энергии W от расстояния между центрами квантовых точек d при постоянном параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 5$, полученная с использованием метода молекулярных орбиталей и вспомогательного потенциала (кривая MQ), представлена на рис. 1.

Использование вариационных расчетов позволяет вычислить энергию молекулы КТ в более широком диапазоне параметров: расстояния между центрами КТ d и крутизны удерживающего потенциала α или β (см, далее). Мы взяли в качестве пробных функций (при небольших значениях параметров α и d) функции вида

$$\Psi_0(\mathbf{r}) = \frac{\gamma}{\pi} e^{-\gamma r^2/2}, \quad (9)$$

где γ — вариационный параметр.

На рис. 1 показаны зависимости энергии молекулы КТ от расстояния между центрами d при $\alpha = 5$, полученные методом Гайтлера–Лондона (HL), методом молекулярных орбиталей с использованием модифицированного потенциала (MO) и вариационным методом (V). Для $d > 2$ примерно приближение Гайтлера–Лондона. При $d < 0.3$ адекватные результаты дает приближение молекулярных орбиталей. Вариационный расчет с использованием указанного класса пробных функций применим при $d < 2$.

2) Влияние поперечного магнитного поля. Пусть теперь двухэлектронная молекула из КТ находится в поперечном магнитном поле \mathbf{B} . Вследствие аксиальной симметрии каждой КТ удобно использовать симметричную калибровку векторного потенциала \mathbf{A} , $\mathbf{A} = (1/2)\mathbf{B} \times \mathbf{r}$.

Введем безразмерные величины, используя (2), а в качестве единицы измерения величины магнитного поля выберем

$$B_0 = \frac{(2m^*)^2 e^3}{\hbar^3 \varepsilon^2} c. \quad (10)$$

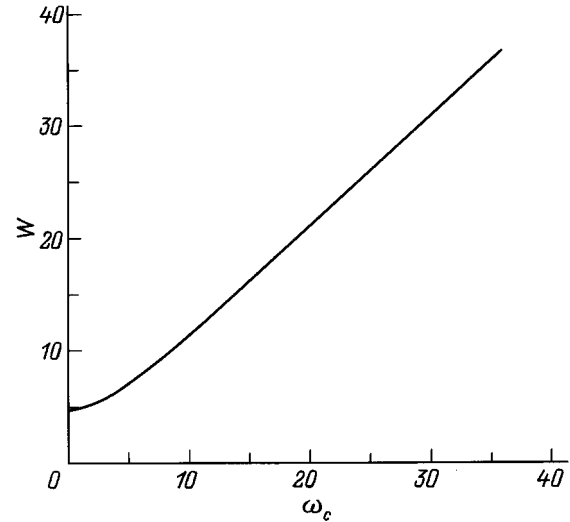


Рис. 3. Зависимость энергии W горизонтальной молекулы из КТ от циклотронной частоты магнитного поля ω_c при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$ и параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 1$.

Гамильтониан системы примет вид

$$\begin{aligned} \hat{H} &= -\left(\Delta \mathbf{r}_1 + \Delta \mathbf{r}_2 + \frac{i\omega_c}{4} \left(\frac{\partial}{\partial \theta_1} + \frac{\partial}{\partial \theta_2} \right) \right) \\ &\quad + \left(\alpha + \left(\frac{\omega_c}{4} \right)^2 \right) (r_1^2 + r_2^2) + \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}, \quad (11) \end{aligned}$$

где ω_c — циклотронная частота.

Определим энергию молекулы КТ в магнитном поле, действуя аналогично вышеизложенному. Влияние магнитного поля сводится к перенормировке крутизны удерживающего потенциала [14]. Эффективная крутизна удерживающего потенциала в магнитном поле будет определяться параметром $\beta^2 = \alpha + (\omega_c/4)^2$. Соответственно в качестве функций $\psi_a(\mathbf{r})$ и $\psi_b(\mathbf{r})$ используются невозмущенные волновые функции одноэлектронной изолированной КТ в магнитном поле

$$\psi_a(\mathbf{r}) = \psi_b(\mathbf{r}) = \left(\frac{\beta}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\beta r^2/2}. \quad (12)$$

Таким образом, получим

$$W = 4\beta + A^2(Q + J). \quad (13)$$

На рис. 3 представлена зависимость энергии W от циклотронной частоты ω_c при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$ и параметре $\alpha = 1$. С ростом магнитного поля растет параметр β , что приводит к локализации электронов, уменьшает вклад кулоновского взаимодействия электронов при росте величины вклада энергии электронов в потенциальных ямах (энергии основного состояния изолированной КТ). Таким образом, действие магнитного

поля аналогично действию удерживающего потенциала. Управляющим параметром задачи наряду с расстоянием между центрами квантовых точек d является параметр β . Зависимость энергии W от β при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$ представлена на рис. 4. С ростом β увеличивается энергия W , для больших β асимптотически стремясь к линейной зависимости от β .

Доля вклада межточечного взаимодействия уменьшается с ростом параметров β и d . В области больших значений β и d область локализации электронов много меньше расстояния между центрами КТ, и энергия межточечного взаимодействия становится малой поправкой к энергии изолированных КТ. В области промежуточных значений β и d взаимодействие между КТ вносит ощутимый вклад. Для одновременно малых значений β и d метод Гайтлера–Лондона дает завышенное значение энергии основного состояния молекулы КТ. В этом случае возможно применение метода молекулярных орбиталей. Однако на практике сильно перекрывающиеся, но несливающиеся КТ создать весьма трудно. В предельном случае слияния двух одноэлектронных КТ получаем одну двухэлектронную КТ. Спектр двухэлектронной КТ с учетом межэлектронного взаимодействия может быть получен методом численной диагонализации гамильтониана на базе одночастичных функций [14].

Мы оценили также энергию Ван-дер-Ваальса двух КТ. КТ является квантовым аналогом двумерного томсоновского атома. Средняя энергия взаимодействия диполей

$$E_v = \sum_{k,k'} \frac{|(k, k'|V|0, 0)|^2}{W_k + W_{k'} - W_0 - W'_0}, \quad (14)$$

где $W_0, W'_0, W_k, W_{k'}$ — энергии нормального и возбужденного состояний двух КТ. Энергии и волновые функции

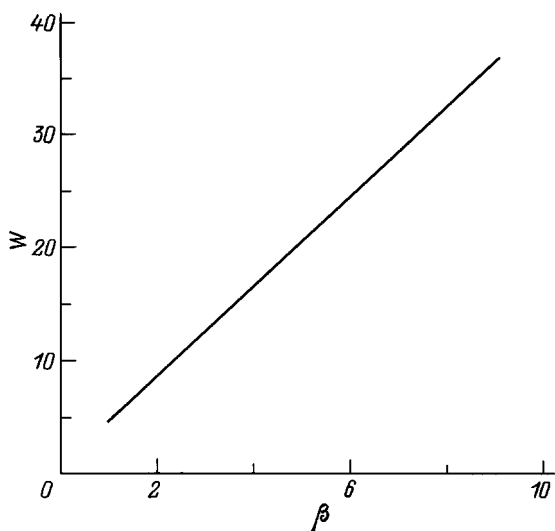


Рис. 4. Зависимость энергии W горизонтальной молекулы из КТ от параметра β при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1.5$.

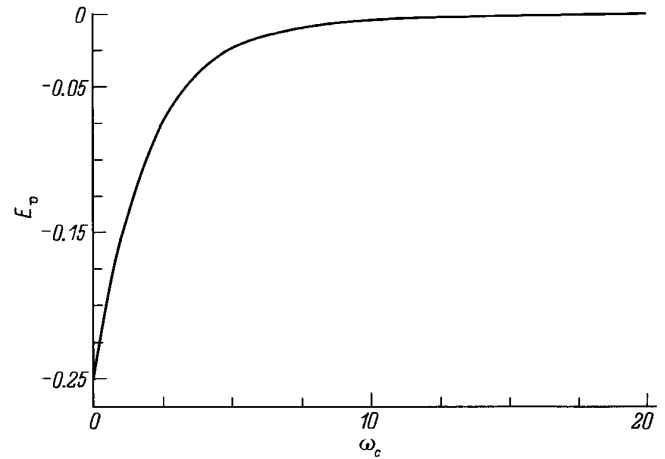


Рис. 5. Зависимость ван-дер-ваальсовой энергии взаимодействия горизонтальной молекулы из КТ E_v от циклотронной частоты магнитного поля ω_c при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1$ и параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 1$.

одноэлектронных КТ равны

$$E_{nm} = 4\beta \left(n + \frac{|m| + 1}{2} \right) + \frac{\omega_c}{4} m, \quad (15)$$

$$\psi_{nma,b} = \left(\frac{n!}{\pi (|m| + n)!} \beta^{|m|+1} \right)^{1/2} \times r_{a,b}^{|m|} \exp(-\beta r_{a,b}/2) L_n^{|m|}(\beta r_{a,b}^2) e^{im\theta}, \quad (16)$$

где $L_n^{|m|}$ — обобщенный полином Лагерра. Отсюда находим

$$E_v = -\frac{1}{d^6 \beta^2 (4\beta + \omega_c/2)}. \quad (17)$$

Зависимость ван-дер-ваальсовой энергии E_v от циклотронной частоты магнитного поля ω_c при постоянном расстоянии между центрами квантовых точек $d = 1$ и параметре крутизны удерживающего потенциала $\alpha = 1$ представлена на рис. 5. Уже при $d = 1$ $E_v \ll W$. С ростом как крутизны удерживающего потенциала, так и магнитного поля, а также с ростом расстояния между КТ d E_v падает. Так что в рассматриваемом диапазоне величин α, ω_c, d , когда перекрытие волновых функций мало, вклад ван-дер-ваальсовой энергии E_v весьма мал.

Таким образом, применение молекулярных методов позволило определить энергии основного состояния системы двух КТ с учетом межэлектронного взаимодействия для широкого диапазона значений крутизны удерживающего потенциала, расстояний между центрами КТ и внешнего магнитного поля.

2. Вертикальная молекула из КТ

Мы также исследовали энергетический спектр вертикальной молекулы из КТ системы двух разделенных барьером шириной d вертикально связанных (или двой-

ных) двумерных КТ, описывающихся соответственно параболическими потенциалами $U = \alpha r_{1,2}^2$ ($\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ — двумерные радиус-векторы вдоль плоскости первой и второй квантовых точек) с двумя электронами.

Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (18)$$

где

$$\hat{H}_1 = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta_{\mathbf{r}_1} + \alpha r_1^2, \quad \hat{H}_2 = -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta_{\mathbf{r}_2} + \alpha r_2^2, \\ \hat{H}_{\text{int}} = -\frac{e^2}{\varepsilon (|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 + d^2)^{1/2}}. \quad (19)$$

Введем безразмерные величины согласно (2). Сделав замену координат, разделив движением центра масс и относительное движение электронов $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, сведем уравнение Шредингера к системе уравнений

$$(\Delta_{\mathbf{R}} + E_R - \frac{\alpha}{2} R^2) \psi_R = 0, \quad (20)$$

$$(\Delta_{\mathbf{r}} + E_r - \frac{\alpha}{2} r^2 + \frac{1}{(r^2 + d^2)^{1/2}}) \psi_r = 0, \quad (21)$$

$$E = E_R + E_r, \quad (22)$$

где $\psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \psi_R(\mathbf{R})\psi_r(\mathbf{r})$. Таким образом, уравнение (20) для центра масс в рассматриваемом случае имеет вид уравнения для гармонического осциллятора. Для энергии центра масс E_R и собственных функций ψ_R получаем

$$E_{R_{nm}} = 4(\alpha/2)^{1/2} \left(n + \frac{|m|+1}{2} \right), \quad (23)$$

$$\psi_{R_{nm}} = \left(\frac{n!}{\pi(|m|+n)!} (\alpha/2)^{|m|+1} \right)^{1/2} \\ \times R^{|m|} e^{-\sqrt{\alpha/2} R^2/2} L_n^{|m|} \left(\sqrt{\alpha/2} R^2 \right) e^{im\theta}. \quad (24)$$

Уравнение для относительного движения (21) отличается от уравнения для центра масс (20) учетом межэлектронного взаимодействия. В соответствии с симметрией задачи волновая функция относительного движения может быть представлена в виде $\psi_r(\mathbf{r}) = f_m(r) \exp(im\theta)$, где $m = 0, \pm 1, \dots$; радиальная функция $f_m(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \left(E_r - \frac{\alpha r^2}{2} + \frac{1}{(r^2 + d^2)^{1/2}} - \frac{m^2}{r^2} \right) f = 0. \quad (25)$$

Разложим $f_m(r)$ по базису собственных функций задачи без кулоновского взаимодействия электронов

$$f_{nm} = \left(\frac{n!}{(|m|+n)!} (\sqrt{\alpha/2})^{|m|+1} \right)^{1/2} \\ \times r^{|m|} \exp\left(-\sqrt{\alpha/2} r^2/2\right) L_n^{|m|} \left(\sqrt{\alpha/2} r^2 \right), \quad (26)$$

$$f_m = \sum_n C_{nm} f_{nm}. \quad (27)$$

Методом численной диагонализации гамильтониана на базисе этих функций мы найдем решение уравнения (25). Собственные значения энергии определяются из уравнения

$$\det \{V_{nn'}^m + \delta_{n,n'}(E_{nm} - E_r)\} = 0, \quad (28)$$

где

$$E_{nm} = 4\sqrt{\alpha/2} \left(n + \frac{|m|+1}{2} \right), \quad (29)$$

$$V_{nn'}^m = \left(\frac{n!n'}{(n+|m|)!(n'+|m|)!} \right)^{1/2} \\ \times \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n'} \frac{(-1)^{i+j}}{i!j!} \binom{n+|m|}{n-i} \binom{n'+|m|}{n'-j} \\ \times (\alpha/2)^{(|m|+i+j+1)/2} \Gamma(i+j+|m|+1) d^{2(i+j+|m|+1/2)} \\ \times \Psi \left(i+j+|m|+1, i+j+|m| + \frac{3}{2}; \sqrt{\frac{\alpha}{2}} d^2 \right). \quad (30)$$

Γ — гамма-функция Эйлера, Ψ — вырожденная гипергеометрическая функция Трикоми. Для дальнейших вычислений удобно преобразовать $V_{nn'}^m$ к виду

$$V_{nn'}^m = (-1)^{|m|+1} \sqrt{\frac{\alpha^{1/2}}{2^{1/2}\pi}} \left(\frac{n!n'}{(n+|m|)!(n'+|m|)!} \right)^{1/2} \\ \times \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n'} \frac{1}{i!j!} \binom{n+|m|}{n-i} \binom{n'+|m|}{n'-j} \\ \times \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{\alpha/2} d^2)^l}{l!} \left[-(\sqrt{\alpha/2} d^2)^{s+1/2} \right. \\ \left. \times \frac{(s+l)!}{\Gamma(s+l+3/2)} + \frac{\Gamma(l+1/2)}{\Gamma(l-s+1/2)} \right], \quad (31)$$

где $s = i+j+|m|$. Зависимости нижних уровней энергии E_r от параметра α , полученные из решения уравнения (28), приведены на рис. 6.

Когда α достаточно велик (случай сильного удерживающего потенциала или большого межслоевого расстояния), межэлектронное взаимодействие мало по сравнению с другими параметрами и энергии относительного

движения E_r асимптотически стремятся к уровням энергии (29) двумерного гармонического осциллятора, т.е. линейны по $\sqrt{\alpha}$. Это видно из рис. 6.

Зависимости низколежащих уровней энергии от межслоевого расстояния d приведены на рис. 7. Вклад кулоновского взаимодействия в энергию убывает с ростом d , и энергии асимптотически стремятся к E_{nm} (29).

Влияние поперечного магнитного поля. При наличии поперечного магнитного поля в гамильтониан системы добавляется член

$$\hat{H}_m = \frac{e}{2c} \left(\frac{A_1^2}{m_e^*} - 2 \frac{i\hbar \nabla_1 A_1}{m_e^*} + \frac{A_2^2}{m_e^*} - 2 \frac{i\hbar \nabla_2 A_2}{m_e^*} \right).$$

Разделив движение центра масс системы и относительное движение электрона и дырки, получим систему уравнений, совпадающую с (20), (21), но с заменой α на $\alpha' = \alpha + \omega_c^2/16$, и к энергии должно

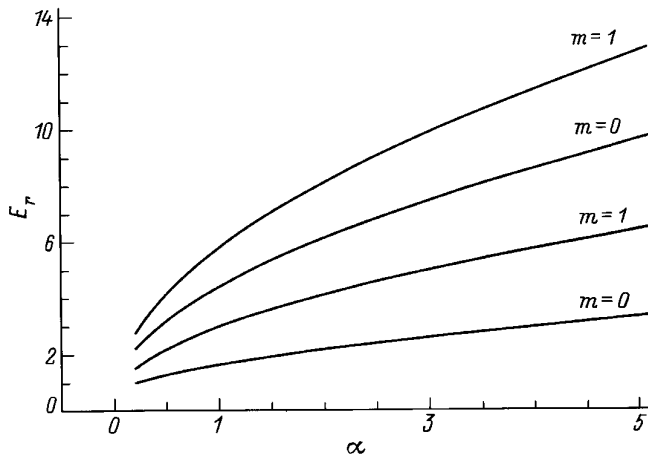


Рис. 6. Зависимость нижних уровней энергии E_r от параметра удерживающего потенциала α для вертикальной молекулы из КТ.

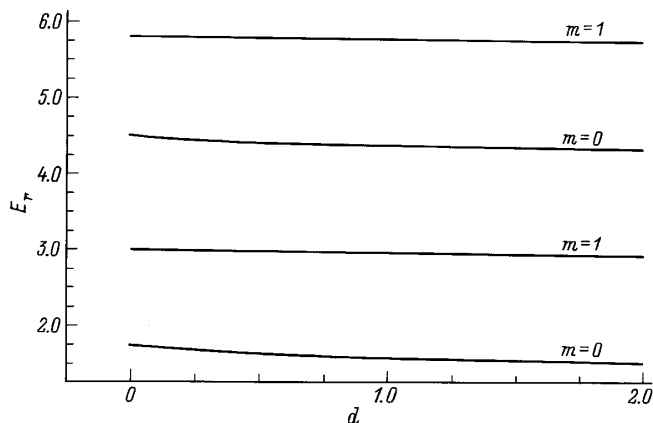


Рис. 7. Зависимость низколежащих уровней энергии от межслойного расстояния d для вертикальной молекулы из КТ.

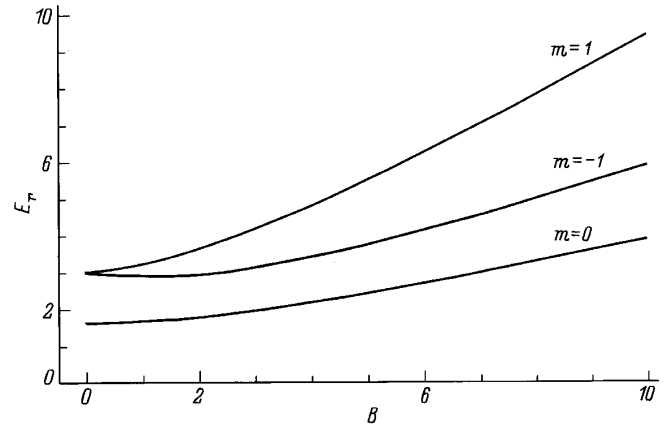


Рис. 8. Зависимости нижних уровней энергии относительного движения от магнитного поля B при $\alpha = 1$ для вертикальной молекулы из КТ.

быть добавлено $m\omega_c/4$. Зависимости нижних уровней энергии относительного движения от магнитного поля представлены на рис. 8. Значения энергий возрастают с ростом поля, асимптотически стремясь к $4\sqrt{\alpha'/2}(2n + |m| + 1) + (\omega_c m)/4$. В пределе сверхсильного магнитного поля уровни энергии асимптотически стремятся к уровням Ландау, как и в случае отсутствия параболической зависимости для удерживающего потенциала (модели "жестких стенок", например) [15,16].

Для больших межслоевых расстояний d имеет место асимптотическая зависимость для значений энергии ($d \rightarrow \infty$)

$$E \sim 2 \left((\alpha'/2)(2n + |m| + 1) + (\omega_c m)/4 + (1/d) - (4d^3 \sqrt{\alpha'/2})^{-1} \right).$$

При $d \rightarrow 0$ матричный элемент $V_{nn'}$ стремится к выражению

$$\left(\frac{n!n'}{(n+|m|)!(n'+|m|)!} \sqrt{\alpha'/2} \right)^{1/2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n'} \frac{(-1)^{i+j}}{i!j!} \times \binom{n+|m|}{n-i} \binom{n'+|m|}{n'-j} \Gamma \left(i+j+|m|+\frac{1}{2} \right).$$

Значение $d = 0$ отвечает случаю одной квантовой ямы с двумя носителями [14].

Авторы благодарны Ю.Х. Векилову за полезное обсуждение.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, ИНТАС и программой "Физика твердотельных наноструктур". Работа Н.Е.К. поддержана программой ISSEP для аспирантов.

Список литературы

- [1] F. Geerinckx, F.M. Peeters, J.T. Devreese. *J. Appl. Phys.* **68**, 7, 3435 (1990).
- [2] W. Hansen, M. Horst, J.P. Kotthaus, U. Merkt, Ch. Sikorsky. *Phys. Rev. Lett.* **58**, 25, 2586 (1987).
- [3] Ch. Sikorsky, U. Merkt. *Phys. Rev. Lett.* **62**, 18, 2164 (1989).
- [4] C.T. Liu, K. Nakamura, D.C. Tsui, K. Ismail, D.A. Antoniadis, H.I. Smith. *Appl. Phys. Lett.* **55**, 2, 168 (1989).
- [5] T. Demel, D. Heitmann, P. Grambow, K. Ploog. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 7, 788 (1990).
- [6] J. Dempsey, N.F. Johnson, L. Brey, B.I. Halperin. *Phys. Rev.* **B42**, 18, 11 708 (1990).
- [7] A. Kumar, S.E. Laux, F. Stern. *Phys. Rev.* **B42**, 8, 5166 (1990).
- [8] А.О. Говоров, А.В. Чаплик. *ЖЭТФ* **49**, 5, 1853 (1991).
- [9] L. Brey, N.F. Johnson, B.I. Halperin. *Phys. Rev.* **B40**, 16, 10647 (1989).
- [10] A. Zrenner, L.V. Butov, M. Hang, G. Abstreiter, G. Bohm, G. Weimann. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 21, 3383 (1994).
- [11] L.V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Bohm, G. Weimann. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2, 304 (1994).
- [12] L.V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, A.V. Petinova, K. Eberl. *Phys. Rev.* **B52**, 16, 12 153 (1995).
- [13] В.Д. Кулаковский, Л.В. Бутов. *УФН* **165**, 2, 229 (1995).
- [14] Ya.M. Blanter, N.E. Kaputkina, Yu.E. Lozovik. *Phys. Scripta* **54**, 6, 539 (1996); Yu.E. Lozovik, N.E. Kaputkina. *Phys. Scripta*, in press.
- [15] Yu.E. Lozovik, A.M. Ruvinsky. *Phys. Lett.* **A227**, 3/4, 271 (1997); Ю.Е. Лозовик, А.М. Рувинский. *ЖЭТФ* **112**, 11, 1791 (1997).
- [16] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. *ЖЭТФ* **78**, 3, 1167 (1980).