

## Спектры возбуждений в системе двух связанных квантовых ям

© Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман, А.А. Панфилов

Институт спектроскопии Российской академии наук,  
142092 Троицк, Московская обл., Россия

E-mail: lozovik@isan.troisk.ru

(Поступила в Редакцию 19 мая 1998 г.)

В системе пространственно разделенных электронов ( $e$ ) и дырок ( $h$ ) в основном состоянии рассчитаны спектры квазичастиц, перестроенные в результате  $e$ - $h$ -спаривания. Выход за рамки приближения БКШ в области сильного спаривательного взаимодействия и немалых корреляционных эффектов осуществляется с помощью использования интерполяционных выражений для корреляционных энергий, функционально зависящих от коэффициентов  $u$ - $v$ -преобразования, и последующей минимизации полной энергии перестроенного состояния по параметрам  $u$ - $v$ -преобразования. Обсуждается зависимость спектров от расстояния между ямами и концентрации частиц в системе двух связанных квантовых ям.

Системы с пространственно разделенными электронами ( $e$ ) и дырками ( $h$ ) в системе двойных квантовых ям привлекают сейчас большое внимание экспериментаторов [1–4], в частности, в связи с предсказанной ранее сверхтекучестью в этой системе [5], квазиджозефсоновскими явлениями [5,6], необычными свойствами в сильных магнитных полях [7–9]. В работах [10,11] изучались фазовые переходы, которые происходят в системах с пространственно разделенными электронами и дырками. В частности, рассматривались образование сверхтекучей жидкости и переход металл–диэлектрик в этих системах.

Представляет интерес нахождение спектров возбуждений системы пространственно разделенных электронов и дырок в системе двух связанных квантовых ям в широком диапазоне концентраций носителей  $n$  и межъямных расстояний  $D$ , в том числе в области с достаточно сильными взаимодействиями, где существенны корреляционные эффекты и приближение БКШ неадекватно. В частности, можно получить и спектры в жидкой экситонной фазе. По наблюдению спектров можно судить о перестройке в системе, связанной со спонтанным нарушением симметрии. Расчет спектров в данной системе в широкой области  $D$  и  $n$  и является целью нашей работы.

Гамильтониан системы пространственно разделенных электронов и дырок может быть записан в представлении вторичного квантования

$$\hat{H} = \sum_{p=0}^{\infty} \left[ \left( \frac{p^2}{2m_e} - \mu_e \right) a_p^+ a_p + \left( \frac{p^2}{2m_h} - \mu_h \right) b_p^+ b_p \right] + \frac{1}{2} \sum_{pp'k} \left\{ V(k) \left[ a_p^+ a_{p'}^+ a_{p'+k} a_{p-k} + b_p^+ b_{p'}^+ b_{p'+k} b_{p-k} \right] - 2\tilde{V}(k) a_p^+ b_{p'}^+ b_{p'+k} a_{p-k} \right\}, \quad (1)$$

где  $a_p^+$  и  $b_p^+$  — операторы рождения электрона и дырки,  $m_e = m_h$  — эффективные массы электрона и дырки,  $V(k) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k}$  — кулоновское взаимодействие в одном слое,  $\tilde{V}(k) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k} e^{-kD}$  — взаимодействие электрона и

дырки, находящихся в разных слоях,  $D$  — расстояние между  $e$ - и  $h$ -слоями,  $\epsilon$  — статическая диэлектрическая проницаемость,  $\mu_e$  и  $\mu_h$  — химические потенциалы, определяющиеся условиями нормировки (концентрации  $e$  и  $h$  мы считаем равными  $N_e = N_h = N$ )

$$\sum_p \langle a_p^+ a_p \rangle = \sum_p \langle b_p^+ b_p \rangle = \frac{1}{2} n,$$

$n = \frac{N}{S}$  — поверхностная концентрация частиц в системе,  $S$  — площадь системы.

Введем единицы  $\frac{e^2}{\epsilon} = m = \hbar = 1$ , где  $m = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$  — приведенная масса частиц.

Спаривание электронов и дырок [12,13] приводит к неустойчивости основного состояния системы. В результате спонтанного нарушения симметрии в системе имеет место перестройка спектра возбуждений, связанная с возникновением ненулевой щели в спектре, обусловленной спариванием электронов и дырок.

Перестроенный спектр квазичастиц в приближении Хартри–Фока, перенормированном с учетом спаривания, имеет вид [10,11]

$$E(p) = \frac{1}{z_p^2 + 1} \left[ (z_p^2 - 1) (p^2 - r_s^2 \mu p_0^2) - \frac{\sqrt{2} p_0 r_s}{\pi} \int_0^{\infty} p' dp' \int_0^{2\pi} d\phi \times \frac{\left( z_p^2 - 1 - 2z_p z_{p'} \exp \left[ -D \tilde{p}_f \sqrt{p^2 - 2pp' \cos \psi + p'^2} \right] \right)}{\left( z_{p'}^2 + 1 \right) \sqrt{p^2 - 2pp' \cos \phi + p'^2}} \right] \frac{\tilde{p}_f^2}{2}, \quad (2)$$

где  $E^e(p) = E^h(p) = \frac{1}{2} E(p)$ ,  $z_p = \frac{u_p}{v_p}$  — функция, связанная с коэффициентами богулюбовского преобразования  $u_p$  и  $v_p$ , которая будет определяться с помощью вариационного подхода. В формуле (2) импульсы

измеряются в единицах  $\tilde{p}_F = \frac{p_F}{p_0}$ , где  $p_F = (2\pi n)^{1/2}$ ,  
 $p_0 = (2 \int_0^\infty \frac{qdq}{1+z_q^2})^{1/2}$ .

Для определения спектра возбуждений в жидкости, состоящей из пространственно разделенных электронно-дырочных пар, при нулевой температуре необходимо вычислить зависимости энергии основного состояния от концентрации.

Полная энергия системы  $E_t$  имеет вид

$$E_t = E_{H-F} + E_{\text{corr}}, \quad (3)$$

где  $E_{\text{corr}}$  — корреляционная энергия,  $E_{H-F}$  — энергия системы в приближении Хартри–Фока, перенормированном с учетом спаривания [10,11],

$$\begin{aligned} \frac{2E_{H-F}}{n} &= \frac{4}{r_s^2 p_0^4} \int_0^\infty \frac{p^3 dp}{1+z_p^2} - \frac{\sqrt{2}}{\pi^2 r_s^2 p_0^3} \int_0^\infty p q d p d q \\ &\times \int_0^{2\pi} d\phi \frac{V(p-q) + V(p-q)z_p z_q}{(1+z_p^2)(1+z_q^2)}, \quad (4) \end{aligned}$$

$r_s = \sqrt{1/\pi n}$  — среднее расстояние между частицами.

Полную энергию системы, являющуюся суммой хартри-фоковской и корреляционной энергий, мы минимизировали на классе пробных функций для  $u$  и  $v$ .

Корреляционная энергия при малых переданных импульсах  $E_1^c$  вычисляется с учетом диаграмм приближения хаотических фаз, построенных на функциях Грина с учетом  $e-h$ -спаривания [11]. Если ввести обозначения

$$\begin{aligned} V_{ee}^{\text{eff}}(p, p', q) &= V_{hh}^{\text{eff}}(p, p', q) = V(q) \left( u_p u_{p'} u_{p'+q} u_{p-q} \right. \\ &\left. + v_p v_{p'} v_{p'+q} v_{p-q} - 2e^{-qD} u_p u_{p-q} v_{p'+q} v_{p-q} \right), \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{eh}^{\text{eff}}(p, p', q) &= V(q) \left( u_p v_{p'} u_{p'+q} v_{p-q} \right. \\ &\left. + v_p u_{p'} v_{p'+q} u_{p-q} - 2e^{-qD} u_p u_{p-q} v_{p'+q} v_{p-q} \right), \quad (6) \end{aligned}$$

то

$$E_1^c = \int q d q I_1,$$

$$\begin{aligned} I_1 &= -\frac{2}{p_0^2 r_s^2} \left[ \int_0^\infty \frac{d\omega}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{8p_0 r_s}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{p_0} p d p V^{\text{eff}}(p, p, q) \right. \right. \\ &\left. \left. \times \frac{\tilde{E}(p)}{\omega^2 + (2\tilde{E}(p))^2} \right) + \frac{p_0 r_s}{\sqrt{2}} \int_0^{p_0} p d p V^{\text{eff}}(p, p, q) \right]. \quad (7) \end{aligned}$$

При больших переданных импульсах для функции Грина учитывается второй порядок теории возмущений [11]. Энергия квазичастиц для больших переданных импуль-

сов имеет вид

$$\begin{aligned} E_2^c &= \int q d q I_2, \\ I_2 &= -\frac{1}{4\pi^3 r_s p_0^2} \int_0^{p_0} p d p k d k \frac{V^{\text{eff}}(p, k, q)}{E(q)}, \quad (8) \end{aligned}$$

где

$$V^{\text{eff}}(p, p', q) = 2V_{ee}^{\text{eff}}(p, p', q) + V_{eh}^{\text{eff}}(p, p', q).$$

Для корреляционной энергии  $E_{\text{corr}}$  при всех переданных импульсах применяется гармоническое сшивание — интерполяция, успешно использованная Бринкманом и Райсом для расчета металлической электронно-дырочной жидкости [14] (см. также [10,12]),

$$I = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}. \quad (9)$$

Тогда учет корреляционных эффектов вносит вклад в энергию на пару частиц

$$E_{\text{corr}} = \int_0^\infty q d q I(q),$$

а химический потенциал в формуле (2) есть

$$\mu = E_t + n \frac{dE_t}{dn},$$

где полная энергия квазичастиц  $E_t$  (функционал от  $z_p$ ) определяется формулой (3).

В этих диаграммах для расчета полной энергии  $E_t$  основного состояния системы в отличие от однокомпонентного электронного газа вершины перенормированы из-за спаривания электронов и дырок и зависят от коэффициентов преобразования  $u_p$  и  $v_p$ .

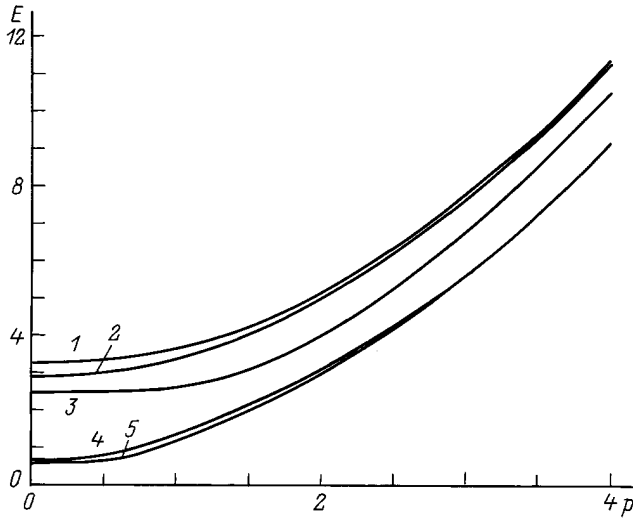
Вариационный расчет полной энергии  $E_t$  (см. (3)) проводился численно. Предварительно все выражения обезразмеривались с использованием в качестве единиц длины и энергии соответственно радиуса и энергии двумерного экситона:  $a_2^* = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{2me^2}$ ;  $Ry_2^* = \frac{me^4}{2e^2 \hbar^2}$ ;  $m$  — приведенная масса ( $m = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$ ).

Для минимизации полной энергии  $E_t$  основного состояния системы, являющейся суммой хартри-фоковской и корреляционной энергий, использовалась пробная функция  $z_p$ :

$$z_p = A \left( 1 + \frac{p^2}{4} \right)^{3/2} + B, \quad (10)$$

где  $A$  и  $B$  — вариационные параметры [10]. Пробная функция (10) выбрана так, что при  $B = 0$  функция  $z_p^{-1}$  совпадает с Фурье-образом волновой функции двумерного экситона Ванье–Мотта (полуметаллическому состоянию соответствует  $v_p = 0$ , т.е.  $z_p \rightarrow \infty$ ).

Минимизация по вариационным параметрам  $A$  и  $B$  проводилась методом Монте-Карло. При случайно выбранных значениях  $A$  и  $B$  рассчитывалась энергия системы.



Перестроенный спектр квазичастиц  $E(p)$  (в единицах  $Ry_2^*$ ;  $p$  — импульс в  $pf$ ). 1 —  $r_s = 2.2$ ,  $D = 0$ ; 2 —  $r_s = 1.6$ ,  $D = 0$ ; 3 —  $r_s = 1.0$ ,  $D = 0$ ; 4 —  $r_s = 2.2$ ,  $D = 0.5$ ; 5 —  $r_s = 1.6$ ,  $D = 0.5$ .

Далее задавались приращения  $\Delta A$  и  $\Delta B$  параметров  $A$  и  $B$ . На следующем шаге параметрам  $A$  и  $B$  приписывались значения  $A + k\Delta A$ ,  $B + k\Delta B$ , где случайное число  $k$  равняется 0, 1 или  $-1$ . Новые значения параметров  $A$  и  $B$  принимались, если соответствующее им значение энергии меньше, чем значение, отвечающее предыдущим значениям параметров. В противном случае новые значения параметров отвергаются. Величины  $\Delta A$  и  $\Delta B$  (периоды сетки, на которой производится блуждание) выбирались равными  $10^{-3}$ – $10^{-2}$  от значений соответствующих параметров  $A$  и  $B$ .

В результате вариационных расчетов была вычислена полная энергия основного состояния системы  $E_t$  при разных значениях параметра  $r_s$  и различных расстояниях  $D$  между  $e$ - и  $h$ -слоями. Соответствующее минимальному значению функционала энергии основного состояния  $z_p$  подставлялось в выражение для спектра квазичастиц (2), и таким образом получались спектры возбуждений в данной системе с учетом электрон-дырочного спаривания и корреляций электронов и дырок (см. рисунок).

Для  $D = 0$  при  $r_s \rightarrow \infty$  (концентрации  $n \rightarrow 0$ ) энергия основного состояния (в расчете на одну  $e$ - $h$ -пару) стремится к энергии двумерного экситона. В работе [15] рассчитывалась зависимость энергии одного экситона в системе пространственно разделенных электрона и дырки от расстояния между плоскостями. Полученные в настоящей работе результаты для спектров квазичастиц (см. рисунок) в пределе больших  $r_s$  демонстрируют хорошее согласие с результатами работы [15] для энергии экситона с пространственно разделенными электроном и дыркой (в пределе малых  $r_s$  справедливы результаты расчета в приближении БКШ [5]). Анализ расчетных данных показывает, что влияние корреляционных эффектов на спектр квазичастиц быстро убывает с ростом

межслоевого расстояния и становится пренебрежимо малым уже при  $D \gtrsim a_0^*$ . Полученные в результате вариационного расчета значения  $A$  и  $B$  указывают на то, что экситонная фаза устойчива для рассмотренной выше изотропной  $e$ - $h$ -системы при всех  $D$  (в анизотропной  $e$ - $h$ -системе имеет место переход Мотта [11]).

В спектре новых квазичастиц при всех  $n$  и  $D$  при  $T = 0$  имеется щель, убывающая с увеличением плотности  $n$  и с увеличением расстояния между слоями  $D$ , что связано с ослаблением притяжения, приводящего к  $e$ - $h$ -спариванию. При  $n \rightarrow 0$  эта щель становится равной энергии связи двумерного экситона. Значит, рассматриваемая изотропная  $e$ - $h$ -система (при всех  $n$  и  $D$ ) диэлектрическая. Отметим, что для больших импульсов спектр при всех значениях  $n$  и  $D$  стремится к спектру свободных частиц  $E(p) = p^2/2m$ .

Работа была поддержана грантами РФФИ, ИНТАС, МНТП "Твердотельные наноструктуры". Работа О.Л.Б. была поддержана программой "Соросовские аспиранты" Фонда Дж. Сороса ISSEP и программой ICFPM (Международный центр фундаментальной физики в Москве).

## Список литературы

- [1] U. Sivan, P.M. Solomon, H. Strikman. Phys. Rev. Lett. **68**, 8, 1196 (1992).
- [2] L.V. Butov, A. Zrenner, G. Abstreiter, G. Bohm, G. Weimann. Phys. Rev. Lett. **73**, 2, 304 (1994).
- [3] T. Fukuzawa, E.E. Mendez, J.M. Hong. Phys. Rev. Lett. **64**, 25, 3066 (1990); J.A. Kash et al. Phys. Rev. Lett. **66**, 17, 2247 (1991).
- [4] M. Bayer, V.B. Timofeev, F. Faller, T. Gutbrod, A. Forchel. Phys. Rev. **B54**, 12, 8799 (1996).
- [5] Ю.Е. Лозовик, В.И. Юдсон. Письма в ЖЭТФ **22**, 11, 556 (1975); ЖЭТФ **71**, 2(8), 738 (1976); Yu.E. Lozovik, V.I. Yudson. Solid State Commun. **19**, 4, 391 (1976).
- [6] А.В. Ключник, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **76**, 2, 670 (1979).
- [7] И.В. Лернер, Ю.Е. Лозовик. ЖЭТФ **78**, 3, 1167 (1980); ЖЭТФ **80**, 4, 1488 (1981); ЖЭТФ **82**, 4, 1188 (1982).
- [8] А.Б. Дзюбенко, Ю.Е. Лозовик. ФТТ **25**, 5, 1519 (1983); ФТТ **26**, 5, 1540 (1984).
- [9] Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман, В.Г. Цветус. Письма в ЖЭТФ **66**, 5, 332 (1997); Phys. Rev. B, in press.
- [10] А.В. Ключник, Ю.Е. Лозовик. ФТТ **20**, 2, 625 (1978).
- [11] Ю.Е. Лозовик, О.Л. Берман. Письма в ЖЭТФ **64**, 8, 526 (1996); ЖЭТФ **111**, 5, 1879 (1997); ФТТ **39**, 9, 1654 (1997).
- [12] Л.В. Келдыш, Ю.В. Копаев. ФТТ **6**, 9, 2791 (1964).
- [13] Л.В. Келдыш, А.П. Силин. Крат. сообщ. ФИАН, 8, 33 (1975).
- [14] W.F. Brinkman, T.M. Rice. Phys. Rev. **B7**, 4, 1508 (1973).
- [15] Ю.Е. Лозовик, В.Н. Нишанов. ФТТ **18**, 11, 3267 (1976).