Ионизация примесных центров в полупроводниковой квантовой сверхрешетке нелинейными электромагнитными волнами

© С.В. Крючков, К.А. Попов

Педагогический университет,
400013 Волгоград, Россия

(Получена 26 июня 1996 г. Принята к печати 9 сентября 1997 г.)

Исследована задача об ионизации примесных центров в полупроводниковой сверхрешетке нелинейными электромагнитными волнами, представляющими собой наиболее общее решение синус-уравнения Гордона и выражающимися через эллиптические функции Якоби. Задача решена в квазиклассическом приближении при произвольном соотношении между V (энергией залегания примеси) и Δ (полушириной мини-зоны проводимости). В предельных случаях получены результаты, совпадающие с результатами для уединенных волн и синусоидальных (линейных) электромагнитных волн. Исследовано также влияние высокочастотного однородного электрического поля на процессы ионизации примесей уединенными волнами.

1. В последнее время в качестве рабочего элемента приборов оптоэлектроники (фильтров, поляризаторов, фотоприемников инфракрасного излучения и др.) используется квантовая полупроводниковая сверхрешетка (СР). Уникальные свойства (в том числе и оптические) СР определяются наличием дополнительного периодического потенциала вдоль одной из осей, который приводит к формированию мини-зонной структуры энергетического спектра носителей заряда. Обзор основных экспериментов по изучению оптических свойств регулярных полупроводниковых СР I, II и III рода, образуемых соответственно гетеропереходами AlGaAs/GaAs, InAs/GaAs, HgTe/CdTe приводится в [1]. В [2] экспериментально исследованы спектры поглощения и непрямой люминесценции напряженных СР на основе GaAs/AlAs с различными толщинами слоев. Многие важные свойства СР обусловлены наличием примесных центров и различного рода дефектов. Примесные центры приводят, например, к существованию пиков в спектре фотолюминесценции СР с плавными гетерограницами [3], а также к появлению полос в спектре поглощения GaAs [4]. Эксперименты по изучению фотолюминесценции материалов, служащих для изготовления СР, описаны в работах [5,6].

Характерной чертой полупроводниковых СР является способность проявлять нелинейные оптические свойства уже при достаточно слабых электромагнитных (ЭМ) сигналах, причем отмечаются малые времена релаксации нелинейных эффектов [7]. Один из возможных нелинейных оптических эффектов — двухфотонное поглощение ЭМ излучения — экспериментально исследован в работе [8].

Нелинейные ЭМ волны, распространяющиеся через СР, могут вызывать ионизацию примесных центров, которая в свою очередь может проявиться в затухании ЭМ волн и люминесценции. Уравнение, описывающее ЭМ волну в СР, представляет собой хорошо известное уравнение sine-Cordon (SG). Самые простые частные решения уравнения SG — солитоны и бризеры. В работах [9–11] теоретически исследовалась задача об ионизации примесей в СР солитонами и бризерами. Наиболее общее решение уравнения SG выражается через эллиптические функции Якоби $\mathrm{sn}(x)$, $\mathrm{cn}(x)$, $\mathrm{dn}(x)$. В данной работе исследуется задача об ионизации примесных центров нелинейными ЭМ волнами, выражающимися через эллиптические функции Якоби. Задача решена в квазиклассическом приближении, когда существенны многофотонные процессы, при произвольном соотношении между V и Δ (V — энергия залегания примеси, Δ — полуширина мини-зоны проводимости). В предельных случаях получены результаты, совпадающие с результатами для уединенных волн и синусоидальных (линейных) ЭМ волн. Исследовано также влияние высокочастотного (ВЧ) однородного электрического поля на процессы ионизации примесей уединенными волнами.

2. Пусть электронный энергетический спектр описывается выражением

$$\epsilon_p = \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m} + \Delta\Big[1 - \cos(p_x d)\Big], \qquad \hbar = 1, \tag{1}$$

где d — период СР. Тогда, согласно [12], распространение ЭМ волны в бесстолкновительном режиме описывается невозмущенным уравнением SG, наиболее общее решение которого выражается через эллиптические функции Якоби: $\mathrm{cn}(x)$, $\mathrm{sn}(x)$, $\mathrm{dn}(x)$.

Для быстрых волн ($\beta = (U/c) > 1$, где U — скорость распространения электромагнитной волны, c — скорость в отсутствие электронов) решениями являются функции

$$\varphi(z,t) = 2\arcsin\left\{\varkappa\,\mathrm{sn}\left[\frac{2K\omega_0}{\pi}\left(t - \frac{z}{U}\right), \varkappa\right]\right\}, \quad 0 < \varkappa \leqslant 1, \tag{2}$$

$$\varphi(z,t) = 2\arcsin\left\{\mathrm{sn}\left[\frac{2K\varkappa\omega_0}{\pi}\left(t - \frac{z}{U}\right), \varkappa^{-1}\right]\right\}, \quad \varkappa > 1. \tag{3}$$

Для медленных волн ($\beta < 1$) имеем

$$\varphi(z,t) = 2\arcsin\left\{\mathrm{dn}\left[\frac{2K\omega_0}{\pi}\left(t - \frac{z}{U}\right), \varkappa\right]\right\}, \quad 0 < \varkappa \leqslant 1, \tag{4}$$

$$\varphi(z,t) = 2\arcsin\left\{\mathrm{cn}\left[\frac{2K\varkappa\omega_0}{\pi}\left(t-\frac{z}{U}\right),\varkappa^{-1}\right]\right\},$$
$$\varkappa > 1, \tag{5}$$

где

$$\varphi = ed\int\limits_{-\infty}^{t} E_x(t)\,dt, \qquad \omega_0 = \frac{\pi\omega_{pl}}{2K(\varkappa)}\frac{\beta}{|1-\beta^2|^{1/2}},$$

$$\varkappa = \frac{edE_0}{2\omega_{pl}}\frac{|1-\beta^2|^{1/2}}{\beta},$$

$K = K(\varkappa)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, ω_{pl} — обобщенная плазменная частота электронов в мини-зоне [12], E_0 — амплитуда напряженности поля ЭМ волны. Бесстолкновительный режим предполагает, что выполнено условие: $\nu \ll \omega_{pl}$ (ν — частота столкновений электронов с нерегулярностями кристаллической решетки).

Будем считать, что длина ЭМ волны велика по сравнению с периодом СР и с радиусом локализации примеси, тогда в выражении для поля нелинейной волны мы можем пренебречь пространственной дисперсией, положив в (2)–(5) $z = 0$.

При глубоком залегании примеси ($V \gg \hbar\omega_0$) процесс ионизации представляет собой туннелирование электрона через потенциальный барьер и носит квазиклассический характер. Вероятность ионизации в этом приближении может быть записана с экспоненциальной точностью так:

$$W = \exp\left[-2\mathrm{Im}(S)\right], \tag{6}$$

где

$$S = \int\limits_0^{t_0}\left[\epsilon(t) + V\right]dt, \tag{7}$$

S — классическое действие, набираемое частицей при подбарьерном движении, причем момент времени начала туннелирования t_0 определяется условием

$$\epsilon(t_0) = -V. \tag{8}$$

Для нахождения зависимости $\epsilon(t)$ достаточно рассмотреть одномерное классическое уравнение движения [10]

$$\frac{dp_x}{dt} = eE_x(t) \tag{9}$$

с начальным условием

$$p_x(0) = 0. \tag{10}$$

Найдем вероятность ионизации для волны, описываемой выражением (6). Для нее напряженность электрического поля имеет вид

$$E_x(t) = E_0\,\mathrm{cn}\left(\frac{2K\omega_0}{\pi}t,\varkappa\right). \tag{11}$$

Из уравнения (9) находим

$$p_x = \frac{2}{d}\arcsin\left\{\varkappa\,\mathrm{sn}\left[\frac{2K\omega_0}{\pi}t,\varkappa\right]\right\}, \tag{12}$$

и, следовательно,

$$\epsilon(t) = \epsilon\left[p_x(t)\right] = 2\Delta\varkappa^2\,\mathrm{sn}^2\left(\frac{2K\omega_0}{\pi}t,\varkappa\right). \tag{13}$$

Решая совместно уравнения (8) и (13) с использованием формул из [13], получаем значение времени t_0:

$$t_0 = \frac{i\pi}{2K\omega_0}F\left[\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\varkappa}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right),\varkappa'\right], \tag{14}$$

где $F(\varphi,\varkappa)$ — эллиптический интеграл первого рода, $\varkappa' = \sqrt{1-\varkappa^2}$. Отметим, что t_0 — чисто мнимая величина.

Интегрируя (7), получим выражения для действия

$$S = \frac{i\pi V}{2K\omega_0}\left\{F\left[\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\varkappa}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right),\varkappa'\right]\right.$$
$$+\frac{2\Delta}{V}E\left[\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\varkappa}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right),\varkappa'\right]$$
$$\left.-\sqrt{\frac{2\Delta}{V}}\sqrt{\frac{V+2\Delta}{V+2\Delta\varkappa^2}}\right\}, \tag{15}$$

здесь $E(\varphi,\varkappa)$ — эллиптический интеграл второго рода.

При этом вероятность ионизации может быть записана с экспоненциальной точностью в виде

$$W = \exp\left[-\theta f(\gamma)\right], \tag{16}$$

где

$$\theta = \frac{\pi V}{2K\omega_0}, \qquad \gamma = \sqrt{\frac{V}{2\Delta}},$$

$$f(\gamma) = F\left[\mathrm{arctg}\frac{\gamma}{\varkappa},\varkappa'\right] + \gamma^{-2}E\left[\mathrm{arctg}\frac{\gamma}{\varkappa},\varkappa'\right]$$
$$-\gamma^{-1}\sqrt{\frac{\gamma^2+1}{\gamma^2+\varkappa^2}}.$$

При $\varkappa = 1$ (15) переходит в формулу для действия в случае ионизации примеси солитоном [10].

Для быстрых волн с $\varkappa > 1$ после аналогичных преобразований получаем t_0,

$$t_0 = \frac{i\pi}{2\varkappa K\omega_0}F\left[\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}},\frac{\sqrt{\varkappa^2-1}}{\varkappa}\right], \tag{17}$$

и действие S,

$$S=\frac{i\pi V}{2\varkappa K\omega_0}\left\{F\left[\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}},\frac{\sqrt{\varkappa^2-1}}{\varkappa}\right]\right.$$
$$+\varkappa^2\frac{2\Delta}{V}E\left[\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}},\frac{\sqrt{\varkappa^2-1}}{\varkappa}\right]$$
$$\left.-\varkappa\sqrt{\frac{2\Delta}{V}}\sqrt{\frac{V+2\Delta\varkappa^2}{V+2\Delta}}\right\}. \tag{18}$$

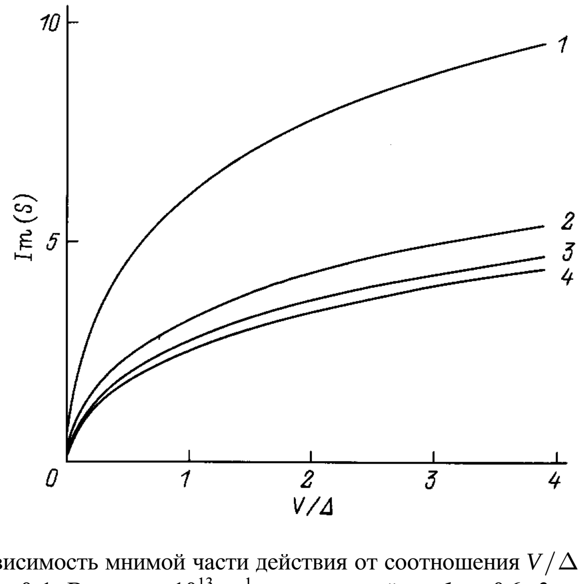
Видим, что при $\varkappa=1$ формула (17) переходит в (14), а формула (18) — в (15).

На рисунке приведены зависимости мнимой части действия $\mathrm{Im}(S)$ от отношения V/Δ для волн, распространяющихся с одной скоростью, но с разными амплитудами и, соответственно, разными "коэффициентами нелинейности" $\varkappa$. Видим, что при одном и том же значении V/Δ с ростом $\varkappa$ действие уменьшается, т.е. вероятность ионизации растет. Причем, так как при $\varkappa \ll 1$ волна типа (11) переходит в линейную, можно заметить, что вероятность ионизации примеси нелинейной волной выше вероятности перехода под действием линейного возмущения.

Возможность применения данного квазиклассического метода для вычисления вероятности ионизации примесных центров ограничена условием, налагаемым на показатель экспоненты в (16), $\theta f \ll 1$, что обеспечивается выполнением неравенства $V > \hbar\omega_{pl}$.

Для медленных волн, описываемых выражениями (4) и (5), аналогичным образом получаем значения действия, принимающие соответственно вид (15) и (18).

Сделаем численную оценку коэффициента поглощения ЭМ волны α. Коэффициент поглощения может быть



Зависимость мнимой части действия от соотношения V/Δ при $V=0.1$ эВ и $\omega_0=10^{13}\,\text{с}^{-1}$ для значений $\varkappa$: *1* — 0.6, *2* — 0.9, *3* — 1.2, *4* — 1.5.

записан как отношение энергии, поглощаемой в 1 см^3 вещества за 1 с,

$$NWV/\tau_0$$

(N — концентрация атомов примеси, $\tau_0=\mathrm{Im}(t_0)$), к плотности потока падающей энергии

$$\frac{c}{\varepsilon}\frac{E_0^2}{4\pi}$$

(ε — диэлектрическая проницаемость СР). Таким образом, имеем

$$\alpha=\frac{4\pi\varepsilon NV}{c\tau_0 E_0^2}\exp\bigl[-2\mathrm{Im}(S)\bigr]. \tag{19}$$

Для $N=10^{15}\,\text{см}^{-3}$ [4], $\varepsilon=3$, $V=0.1$ эВ [4], $\Delta=0.025$ эВ, $\omega_0=10^{13}\,\text{с}^{-1}$, $\varkappa=0.5$, $E=20$ ед. СГС ($6\cdot10^3$ В/см) получаем по порядку величины значение коэффициента поглощения $\alpha\approx3\cdot10^3\,\text{см}^{-1}$, что представляется доступной для измерения величиной.

3. В работе [14] показано, что вероятность квазиклассических процессов туннелирования под действием переменного во времени возмущения резко увеличивается. Исследуем подробнее влияние однородного ВЧ поля на ионизацию примеси уединенной волной (солитоном), представляющей собой частный случай нелинейной волны, соответствующей $\varkappa=1$. Актуальность данной задачи определяется кроме всего прочего тем, что воздействие ВЧ поля на полупроводниковую СР приводит, как показано в [15,16], к стабилизации формы солитона, затухающего весьма интенсивно в отсутствие переменного возмущения за счет столкновений электронов с нерегулярностями кристаллической структуры.

В случае достаточно малой величины напряженности переменного поля E_1 значение $\mathrm{Im}(S)$ может быть найдено аналитически, с использованием процедуры из [14]. Согласно этой процедуре действие записывается в виде

$$S=S_0+S_1, \tag{20}$$

где S_0 — действие при ионизации примеси солитоном [10],

$$S_0=\frac{4i\Delta}{eE_0 d}\left[\left(\frac{V}{2\Delta}+1\right)\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}-\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right], \tag{21}$$

а S_1 имеет вид

$$S_1=-2eE_1\int_0^{t_0}x(t)\,\cos(\omega t)\,dt, \tag{22}$$

где $t_0=(iL/U)\operatorname{arctg}\sqrt{V/2\Delta}$, $x(t)$ — траектория в отсутствие ВЧ поля. Из (9) находим импульс электрона, приобретаемый под воздействием поля солитона,

$$p_x=\frac{2}{d}\operatorname{arctg}\left[\operatorname{sh}\left(\frac{Ut}{L}\right)\right],$$

а компонента скорости электрона по оси $0x$ будет иметь вид

$$v_x = 2\Delta d \,\mathrm{sech}^2\left(\frac{Ut}{L}\right)\mathrm{sh}\left(\frac{Ut}{L}\right).$$

Отсюда находим невозмущенную траекторию

$$x(t) = \frac{2\Delta dL}{U}\left(\mathrm{sech}\,\frac{Ut_0}{L} - \mathrm{sech}\,\frac{Ut}{L}\right). \qquad (23)$$

Подставляя (23) в (22), получим формулу для S_1:

$$S_1 = -\frac{4ieE_1\Delta dL}{U\omega}\sqrt{1+\frac{V}{2\Delta}}\,\mathrm{sh}\left(\frac{\omega L}{U}\,\mathrm{arctg}\left[\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right]\right) + \frac{4ieE_1\Delta dL^2}{U^2}\int\limits_0^{\psi}\frac{\mathrm{ch}\left(\omega Lt'U^{-1}\right)}{\cos(t')}\,dt', \qquad (24)$$

где $\psi = \mathrm{arctg}\,\sqrt{V/2\Delta}$.

Рассмотрим далее предельные случаи. Для мелкой примеси ($V \ll 2\Delta$) из (24) следует

$$S_1 = -\frac{2ieE_1 dVL}{U\omega}\,\mathrm{sh}\left(\frac{\omega L}{U}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right). \qquad (25)$$

В случае достаточно глубокой примеси ($V \gg 2\Delta$) и $U/L \gg \omega$ интегрирование в (24) приводит к следующему выражению:

$$S_1 = -\frac{4ieE_1\Delta dL}{U\omega}\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\,\mathrm{sh}\left(\frac{\omega L}{U}\,\mathrm{arctg}\left[\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right]\right) + \frac{4ieE_1\Delta dL^2}{U^2}\ln\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left[\sqrt{\frac{V}{2\Delta}}\right]\right). \qquad (26)$$

Из выражений (25), (26) следует, что воздействие ВЧ поля приводит к экспоненциальному росту вероятности ионизации. Это в свою очередь может привести к ослаблению эффекта стабилизации формы солитона внешним переменным полем за счет роста электронной концентрации, а значит, и плазменной частоты ω_{pl}, определяющей параметры солитона. Последнее обстоятельство следует учитывать при попытках добиться стабилизации движения солитона, воздействуя на легированную СР однородным ВЧ полем.

Оценим время пробега солитона с учетом влияния ВЧ возмущения, определяемое по формуле [10]

$$t^* = \frac{E_0^2 L}{4\pi NUVW}. \qquad (27)$$

Для амплитуды солитона $E_0 = 19$ ед. СГС ($5.7\cdot 10^3$ В/см) и параметров СР, приведенных выше, по порядку величины время пробега достигает значений $t^* \approx 10^{-10}$ с, за это время солитон успеет пройти расстояние 1 см. При изменении амплитуды ВЧ поля от 2 до 4 ед. СГС, при частоте внешнего поля $\omega = 10^{13}\,\mathrm{c}^{-1}$ время пробега уменьшается на порядок. Это согласуется с выводами работы [14] о том, что даже слабое ВЧ поле может привести к экспоненциальному росту вероятности преодоления потенциальных барьеров в квазиклассической ситуации.

Список литературы

[1] M. Voos. ANn. Telecommun., **43**, 357 (1988).
[2] G.R. Olbright, J. Klem, A. Owyong, T.M. Brennan, R. Binder, S.W. Koch. J. Opt. Soc. Amer. B, **7**, 1473 (1990).
[3] R. Fischer, W.T. Masselink, Y.L. Sun, et al. J. Vac. Sci. Technol. B, **2**, 170 (1984).
[4] H.Ch. Alt. Appl. Phys. Lett., **54**, 1445 (1989).
[5] В.А. Быковский, В.И. Утенко. ФТП, **23**, 1767 (1989).
[6] В.А. Богданова, Н.А. Семиколенова. ФТП, **26**, 818 (1992).
[7] W. Cheng. Ули, Physics, **15**, N 6, 345 (1986).
[8] I.B. Catalano, A. Cingolani, M. Lepore, R. Congolani, K. Ploog. Nuovo Cim. D, **12**, 1465 (1990).
[9] Э.М. Эпштейн. Изв. вузов СССР. Радиофизика, **25**, № 1, 3 (1982).
[10] С.В. Крючков. ФТП, **23**, 1314 (1989).
[11] С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев. ФТП, **24**, 913 (1990).
[12] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
[13] *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*, ред. М. Абрамовиц, И. Стиган (М., Наука, 1979).
[14] Б.И. Ивлев, В.И. Мельников. ЖЭТФ, **90**, 2208 (1986).
[15] Ф.Г. Басс, С.В. Крючков, А.И. Шаповалов. ФТП, **29**, 19 (1995).
[16] С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев. ФТП, **23**, 857 (1989).

Редактор Л.В. Шаронова

Ionization of impurity centers in a semiconductor quantum superlattice by nonlinear electromagnetic waves

S.V. Kryuchkov, K.A. Popov

Pedagogical University,
400013 Volgograd, Russia