

01;07;08

## Распределение потенциала в ограниченном пьезоэлектрике при фототермоакустическом эффекте

© Д.А. Андрусенко, И.Я. Кучеров

Киевский университет им. Тараса Шевченко,  
252017 Киев, Украина

(Поступило в Редакцию 17 июня 1996 г.)

Теоретически и экспериментально исследован фототермоакустический эффект в ограниченном пьезоэлектрике. Рассчитаны распределение потенциала по толщине и разность потенциалов в тонком слое пьезоэлектрика в зависимости от координаты этого слоя. На распределении амплитуды колебаний потенциала по толщине пьезоэлектрика наблюдается два максимума. Фаза колебаний в максимумах амплитуды сдвинута примерно на  $180^\circ$ . Показано, что разность потенциалов на противоположных поверхностных пластины независимо от константы распространения тепловой волны равна нулю. Эксперимент проведен на слоистом диске из семи одинаковых пьезоэлементов. Исследовались амплитуда и фазовый сдвиг разности потенциалов на каждом из элементов при различных частотах модуляции света. Результаты экспериментальных исследований находятся в хорошем согласии с теорией.

Для исследования вещества в различных агрегатных состояниях в настоящее время широко применяется фототермоакустический эффект [1,2]. Этот эффект заключается в следующем: исследуемый объект облучается модулированным светом; за счет поглощения световой энергии он периодически нагревается; возникает тепловая волна, которая тем или иным способом регистрируется. Амплитуда и фаза тепловой волны несут информацию о тепловых и оптических параметрах объекта. Одним из чувствительных методов регистрации тепловой волны является метод пьезодатчика. Согласно этому методу, пьезопреобразователем регистрируют упругие колебания, которые возникают в образце вследствие термоупругого эффекта [1]. Пьезоэлектрическому методу регистрации посвящен ряд работ [3–5]. Однако этот вопрос полностью не разобран. Из-за сложности задачи она решена только для некоторых частных случаев. В то же время метод пьезодатчика имеет ряд преимуществ при исследовании физических процессов в твердых телах [6,7], что определяет актуальность его дальнейшей разработки.

В работах [8,9] показано, что при неравномерном нагреве ограниченного пьезоэлектрика в нем наблюдается сложное распределение поляризации (с инверсией знака). А это означает, что величина и фаза сигнала, снимаемого с пьезодатчика, должна зависеть от геометрии системы образец–пьезодатчик, в частности от соотношения их толщин. Для выбора оптимальных толщин составляющих системы образец–пьезодатчик необходимо знать распределение потенциала по толщине пьезодатчика при фототермоакустическом эффекте. Кроме того, этот вопрос представляет и самостоятельный интерес с точки зрения выяснения особенностей фотоакустического эффекта в пьезоэлектриках. Теоретическому и экспериментальному изучению этого вопроса и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим следующую геометрию задачи (рис. 1). Пьезоэлектрический преобразователь в виде пластины толщиной  $h$  изготовлен из кристалла класса  $c_{6v}$ . Ось  $C_6$  совпадает с осью  $z$  системы координат. Поверхность  $z = 0$  равномерно облучается модулированным с частотой  $\omega$  светом. Коэффициент поглощения света кристаллом —  $\alpha$ . Рассмотрим случай  $\alpha h \gg 1$ , который ближе всего подходит к реальной ситуации при регистрации тепловой волны через упругие напряжения посредством пьезопреобразователя. Для упрощения задачи пластину по упругим и тепловым параметрам будем считать изотропной. Тепловая волна, которая возникает за счет нагрева пьезоэлектрика поглощенным светом, распространяется в направлении оси  $z$ . Пластина свободна, по обе стороны вакуум. Найдём распределение переменной составляющей температуры в пластине, пренебрегая тепловым излучением в окружающее пространство. Для этого необходимо решить уравнение теплопроводности при наличии объемных источников тепла за счет поглощенного света

$$c\rho \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \kappa \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} = \alpha P \exp(-\alpha z) \quad (1)$$

совместно с граничными условиями: равенство нулю тепловых потоков на границах раздела образец–вакуум

$$\kappa \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0 \Big|_{z=0,h}, \quad (2)$$

где  $\Theta$  — переменная составляющая температуры;  $P = (P_0/2)(1 + \cos \omega t)$  — интенсивность света;  $c, \rho, \kappa$  — удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности материала пластины соответственно.

Полагаем, что вся поглощенная тепловая энергия превращается в тепло. Следуя работе [1], из (1) и (2)

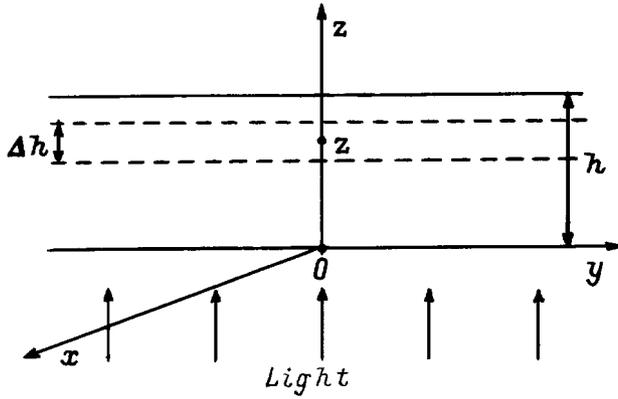


Рис. 1. Геометрия задачи.

для переменной составляющей температуры получаем

$$\Theta = \Theta_0 \left\{ (\alpha/\gamma) [\exp(\gamma z) + \exp(2\gamma h) \times \exp(-\gamma z)] / [1 - \exp(2\gamma h)] + \exp(-\alpha z) \right\} \exp(i\omega t), \quad (3)$$

$$\Theta_0 = -\alpha P_0 / [2\kappa(\alpha^2 - \gamma^2)];$$

$$\gamma = l_T^{-1}(1 + i); \quad l_T = (2\kappa/c\rho\omega)^{+1/2}.$$

С учетом  $\alpha h \gg 1$ , а также полагая  $\alpha \gg \gamma$  и опуская временной член, выражение (3) упрощается

$$\Theta = P_0 / (2\kappa\gamma) \left\{ \Theta_1 \exp(-\gamma z) - \Theta_2 \exp(\gamma z) \right\}, \quad (4)$$

$$\Theta_1 = (1 - \exp(-2\gamma h))^{-1}, \quad \Theta_2 = (1 - \exp(2\gamma h))^{-1},$$

$\gamma$  — константа распространения тепловой волны,  $l_T$  — длина тепловой диффузии.

Этот нагрев вследствие появления термоупругих напряжений приводит к электрической поляризации материала пластины за счет пьезоэлектрического эффекта. Термоупругую часть задачи рассмотрим в квазистатическом приближении, т.е. для случая относительно невысоких частот модуляции, когда длина акустических волн намного больше характерных размеров образца. Кроме того, будем считать пластину тонкой, т.е. ее толщина  $h$  намного меньше остальных ее размеров. В этом случае пластина под воздействием термоупругих сил совершает вынужденные колебания, которые могут быть описаны квазистатической теорией термоупругости. Деформации при этом представляют собой некоторую суперпозицию растяжения и чистого изгиба пластины, а упругие напря-

жения можно представить в виде [10]

$$T_{11} = T_{22} = [(\alpha_T E)/(1 - \nu)] \left\{ (1/h) \int_0^h \Theta dz + (z - h/2)(12/h^3) \int_0^h \Theta(z - h/2) dz - \Theta \right\}, \quad (5)$$

где  $\alpha_T$  — коэффициент теплового расширения,  $E$  — модуль Юнга,  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Температура  $\Theta$  задается выражением (4). С учетом последнего для  $T_{11}$  получим

$$T_{11} = [\alpha_T E / (1 - \nu)] \left\{ a_1 / h + (12/h^3)(z - h/2)a_2 - \Theta \right\}, \quad (6)$$

$$a_1 = P_0 / (2\kappa\gamma^2),$$

$$a_2 = a_1 h \left\{ (\operatorname{ch}(\gamma h) - 1) / (\gamma h \operatorname{sh}(\gamma h)) - 1/2 \right\}.$$

Индукция электрического поля  $D_z$  в пьезоэлектрике равна

$$D_z = 2d_{31}T_{11} + \varepsilon_{33}E_z, \quad (7)$$

где  $d_{31}$  и  $\varepsilon_{33}$  — пьезомодуль и диэлектрическая постоянная,  $E_z$  — напряженность электрического поля.

Поскольку за пределами пластины  $D_z = 0$ , то из условия непрерывности  $D_z$  из (7) находим  $E_z$

$$E_z = -\frac{2d_{31}}{\varepsilon_{33}}T_{11}. \quad (8)$$

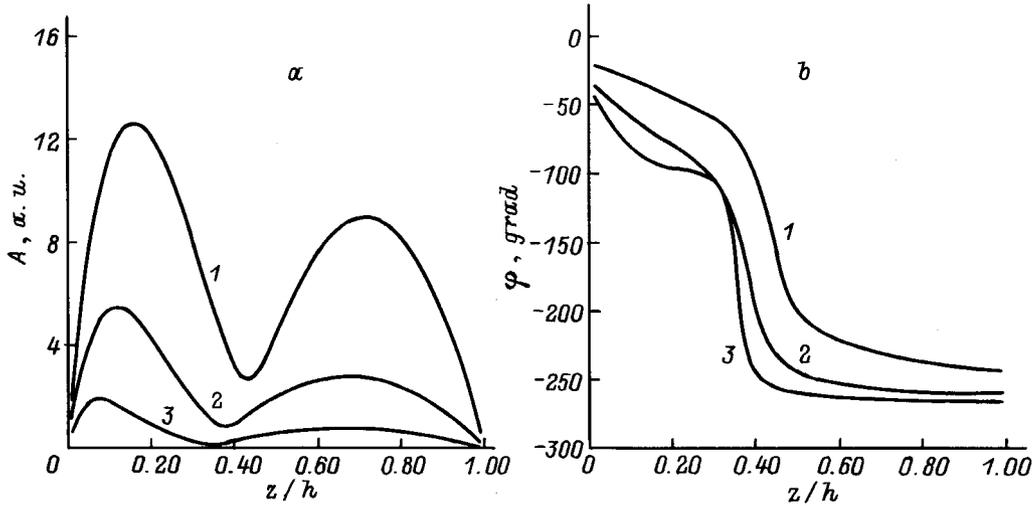
Распределение потенциала по толщине пластины определяется как

$$\int_0^z dU = - \int_0^z E_z dz. \quad (9)$$

Интегрируя (9) с учетом (8), (6) и (4), находим распределение потенциала  $U(z)$  в пластине

$$U(z) - U(0) = \left[ (d_{31}\alpha_T E P_0) / (\varepsilon_{33}\kappa\gamma^2(1 - \nu)) \right] \times \left\{ z/h + 6((\operatorname{ch}(\gamma h) - 1) / (\gamma h \operatorname{sh}(\gamma h)) - 1/2) \times (z^2/h^2 - z/h) + \operatorname{sh}(\gamma(h - z)) / \operatorname{sh}(\gamma h) - 1 \right\}. \quad (10)$$

Видно, что электрический потенциал, обусловленный пьезоэффектом вследствие термоупругих напряжений, сложным образом изменяется с координатой  $z$ . Существенным здесь является то, что полная разность потенциалов между противоположными поверхностями образца ( $z = h$ ) независимо от константы распространения тепловой волны  $\gamma$  равна 0. Этот результат согласуется с данными работы [6], в которой получен аналогичный



**Рис. 2.** Распределение переменной составляющей амплитуды  $A$  потенциала ( $a$ ) и фазы колебаний  $\varphi$  ( $b$ ) по толщине пьезоэлектрической пластины.  $l_T/h$ : 1 — 1/5, 2 — 1/10, 3 — 1/20.

результат для частного случая  $\kappa = 0$ , т.е. без учета эффектов, обусловленных диффузией тепла.

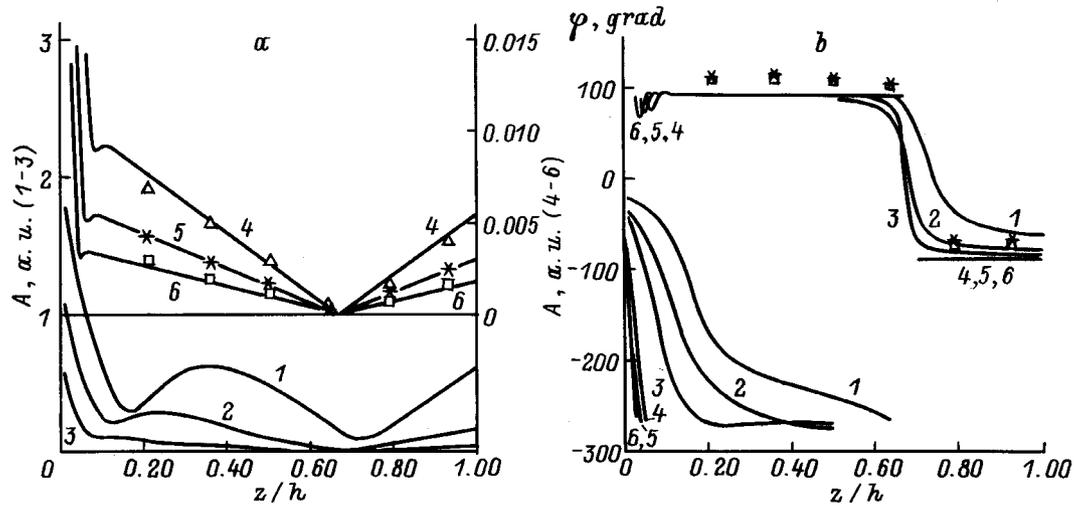
По формуле (10) было рассчитано распределение амплитуды и фазы колебаний разности потенциалов  $U(z) - U(0)$  по толщине пластины для различных значений длин тепловой диффузии  $l_T$  (различные частоты модуляции света для данного образца). Результаты этих расчетов приведены на рис. 2. Из рис. 2,  $a$  видно, что на распределении амплитуды колебаний потенциала по толщине пьезоэлектрика имеется два максимума. При этом фаза колебаний сильно изменяется с координатой, особенно вблизи минимума амплитуды (рис. 2,  $b$ ). В максимумах амплитуды  $U(z)$  фазы колебаний сдвинуты примерно на  $180^\circ\text{C}$ , т.е. колебания напряжения в этих частях пластины происходят в противофазе.

Из приведенных данных следует, что, например, если  $l_T \ll h$ , система образец–преобразователь при некотором соотношении толщин образца и преобразователя может оказаться слабо чувствительной к фотоакустическому сигналу. Для более определенной оценки оптимальных геометрических соотношений в указанной системе необходимо знать послойное распределение разности потенциалов в рассматриваемой задаче. В связи с этим была рассчитана разность потенциалов  $\Delta U$  в тонком слое пьезоэлектрика  $\Delta h$  в зависимости от координаты  $z$  этого слоя

$$\Delta U = - \int_{z-\Delta h/2}^{z+\Delta h/2} E_z dz = \left[ (\alpha_T E d_{31} P_0) / (\epsilon_{33} (1 - \nu) \kappa \gamma^2) \right] \times \left\{ \Delta h/h + 12 \left[ (\text{ch}(\gamma h) - 1) / (\gamma h \text{sh}(\gamma h)) - 1/2 \right] \times (z/h - 1/2) \Delta h/h - 2 \text{ch}(\gamma(h - z)) \times \text{sh}(\gamma \Delta h/2) / \text{sh}(\gamma h) \right\}. \tag{11}$$

По формуле (11) были рассчитаны амплитуда и фазовый сдвиг  $\Delta U$  в зависимости от координаты  $z$  для  $\Delta h/h = 0.001$  и различных значений  $l_T/h$ . Результаты этих расчетов приведены на рис. 3. Как видно из рис. 3,  $a$ , на зависимости амплитуды  $\Delta U(z)$  имеется два минимума: первый — вблизи облучаемой поверхности, второй — ближе к обратной поверхности. При возрастании  $l_T$  минимумы смещаются в сторону возрастания  $z$ . Довольно сложным образом изменяется и фазовый сдвиг в зависимости от координаты  $z$  слоя (рис. 3,  $b$ ). Вблизи облучаемой поверхности при  $l_T/h \ll 1$  происходит значительное изменение фазы (до  $250^\circ$ ) (кривые 4–6). Определяющим здесь является набег фазы, связанный с тепловой волной. При  $z > l_T$  фазовый сдвиг определяется в основном упругими деформациями. Характерной здесь является точка поворота фазы, в которой фазовый сдвиг переменной составляющей деформаций пластины меняет знак. Эта точка соответствует положению, вокруг которого колеблется нейтральная плоскость, т.е. плоскость, в которой в данный момент времени переменная составляющая деформаций равна нулю. При  $l_T/h \ll 1$  (кривые 4–6) нейтральная плоскость практически неподвижна и имеет координату  $z_0 = 2h/3$ . В этом случае изменение фазы от  $\pi/2$  до  $-\pi/2$  происходит довольно резко при переходе через нуль в точке  $z = z_0$ . С ростом  $l_T$  точка поворота фазы смещается в сторону больших значений  $z$ , а крутизна зависимости фазового сдвига от координаты вблизи точки поворота существенно уменьшается (кривые 1, 2), что связано с ростом амплитуды колебаний нейтральной плоскости.

Хотя приведенные расчеты выполнены для однородной системы, их можно использовать и для приближенного, а также качественного анализа системы образец–преобразователь, если параметры ее элементов близки между собой.



**Рис. 3.** Зависимость амплитуды разности потенциалов (*a*) и фазового сдвига (*b*) на тонком слое  $\Delta h$  пьезоэлектрической пластины от координаты ( $z/h$ ) этого слоя.  $l_T/h$ : 1 — 1/5, 2 — 1/10, 3 — 1/20, 4 — 1/75, 5 — 1/100, 6 — 1/130.

При  $l_T/h \ll 1$  (соотношение, наиболее характерное для фотоакустических исследований с применением пьезоэлектрической регистрации сигнала) различия в теплофизических параметрах образца и преобразователя не играют существенной роли, поскольку тепловая волна не достигает преобразователя. Здесь обращают на себя внимание два возможных случая. Один — когда амплитуда фотоакустического сигнала велика и сильно зависит от параметров системы, в частности от  $l_T$ , второй — когда к параметрам системы более чувствительна фаза фотоакустического сигнала. Первый случай будет иметь место, когда толщина пьезодатчика составляет примерно 1/3 от размеров системы образец-пьезодатчик ( $\Delta h/h \approx 0.33$ ,  $z \approx 0.83$ ). Как видно из рис. 3, *a* (кривые 2–6), амплитуда сигнала для этого случая будет максимальна и сильно изменяется с изменением  $l_T$ . С другой стороны, как следует из рис. 2, *b* (кривые 2, 3), изменение фазового сдвига на слое толщиной  $\Delta h/h \approx 0.3$  вблизи тыльной поверхности при этом относительно невелико. Так, при изменении параметра  $l_T/h$  от 0.1 до 0.05 амплитуда изменяется в 4 раза, а фазовый сдвиг примерно на  $8^\circ$ . Второй случай реализуется при толщине пьезодатчика примерно 2/3 от толщины всей системы ( $\Delta h/h \approx 0.68$ ,  $z \approx 0.68$ ). Как видно из рис. 3 (кривые 2–6), для такого соотношения амплитуда минимальна, однако фазовый сдвиг в этом случае сильно зависит от  $l_T$ . При тех же изменениях параметра  $l_T/h$ , что и в первом случае, фаза колебаний изменяется примерно на  $75^\circ$ .

Экспериментальные исследования были выполнены на слоистом диске, склеенном из семи одинаковых пьезоэлементов, изготовленных из керамики ЦТС-19 толщиной 0.6 mm и диаметром 20 mm каждый (пьезокерамика описывается такими же матрицами констант, что и кристаллы класса  $C_{6v}$ ). Одна из торцевых поверхностей диска облучалась модулированным светом лазера ЛГ-38 ( $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$ ) с интенсивностью 60 mW. Измерялись

амплитуда и фазовый сдвиг разности потенциалов на каждом из элементов образца (за исключением первого) для различных частот модуляции света. В первом слое измерения не проводились, поскольку на разность потенциалов в этом слое кроме пьезоэлектрического эффекта существенное влияние оказывает потенциал, который возникает за счет пирозффекта (керамика ЦТС-19 — сильный пирозелектрик). На минимальной частоте модуляции света, которая использовалась в эксперименте ( $f = 42 \text{ Hz}$ ), длина тепловой диффузии в керамике  $l_T \approx 50 \mu\text{m}$  была существенно меньше толщины использованных элементов. Таким образом, пьезоэлектрический эффект мог проявляться только в первом слое. Поскольку в теории пьезоэлектрический эффект не учитывался, то в этом слое электрический потенциал не анализировался.

Результаты этих исследований для трех значений частот модуляции 42 ( $l_T/h \approx 1/75$ ), 75 ( $l_T/h \approx 1/100$ ) и 125 Hz ( $l_T/h \approx 1/130$ ) приведены на рис. 3 значками. Привязка экспериментальных данных для амплитуды к теоретическим осуществлялась по кривой, соответствующей  $f = 75 \text{ Hz}$ , в точке, которая относится к седьмому слою. Данные для фазового сдвига в такой привязке не нуждались. Видно, что экспериментальные данные по распределению потенциала и его фазового сдвига в пьезоэлектрике при фототермоакустическом эффекте находятся в достаточно хорошем соответствии с теорией.

Таким образом, при фототермоакустическом эффекте в пьезоэлектрике имеет место сложное распределение потенциала по его толщине. При этом разность потенциалов между противоположными поверхностями пьезоэлектрической пластины, одна из которых облучается модулированным светом, равна нулю независимо от константы распространения тепловой волны и соотношения между толщиной образца и длиной тепловой волны. При измерениях сигнала в двухслойной

системе образец–преобразователь для образца, толщина которого существенно превышает длину тепловой диффузии (преобразователь расположен с тыльной стороны образца), обращают на себя внимание два возможных случая. При толщине образца, примерно вдвое большей, чем толщина преобразователя, может быть получена максимальная амплитуда сигнала. В этом случае фаза колебаний сигнала близка к  $-\pi/2$  и практически не зависит от длины тепловой диффузии. С другой стороны, при толщине образца, примерно вдвое меньшей, чем преобразователь, амплитуда сигнала минимальна, однако фаза колебаний сигнала сильно меняется с изменением свойств образца.

Работа финансировалась Государственным комитетом Украины по науке и технологиям из фонда прикладных исследований.

## Список литературы

- [1] *Rosencwaig A.* Photoacoustics and Photoacoustic Spectroscopy. New York: John Wiley and Sons, 1980. 310 p.
- [2] *Жаров В.П., Летохов В.С.* Лазерная оптико-акустическая спектроскопия. М.: Наука, 1984. 320 с.
- [3] *Jackson W., Amer N.M.* // J. Appl. Phys. 1980. Vol. 51. N 6. P. 3343–3353.
- [4] *Вардапетян Р.П.* // Акуст. журн. 1989. Т. 35. Вып. 6. С. 1026–1031.
- [5] *Гуляев Ю.В., Морозов А.И., Раевский В.Ю.* // Акуст. журн. 1985. Т. 31. Вып. 4. С. 469–474.
- [6] *Ikari T., Shigetomi S., Koga Y.* // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 37. N 2. P. 886–891.
- [7] *Etxebarria J., Uriate S., Fernandez J.* et al. // J. Phys. C. 1984. Vol. 17. N 36. P. 6601–6610.
- [8] *Косоротов В.Ф., Кременчугский Л.С., Леваш Л.В.* и др. Препринт Института физики АН УССР. № 9. Киев, 1984. 27 с.
- [9] *Косоротов В.Ф., Кременчугский Л.С., Леваш Л.В.* и др. // ФТТ. 1984. Т. 26. Вып. 3. С. 888–890.
- [10] *Коваленко А.Д.* Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. 216 с.