

03;10;12

## Электронно-пучковая томография плотности газа при гиперзвуковом обтекании тел

© А.В. Лихачев, А.А. Маслов, С.Г. Миронов, В.В. Пикалов

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия

(Поступило в Редакцию 23 декабря 1996 г.)

Разработана методика томографической реконструкции распределения плотности газа по данным измерений ослабления зондирующего пучка быстрых электронов. Измерения и реконструкция выполнены для симметричных и асимметричных конических тел, обтекаемых гиперзвуковым потоком низкой плотности ( $M = 21$ ).

### Введение

Гиперзвуковое обтекание тел для умеренных чисел Рейнольдса, в условиях сильного вязко-невязкого взаимодействия имеет важное значение при разработке систем теплозащиты возвращаемых космических аппаратов и многоразовых космических систем. Особый интерес представляют течения с интерференцией двух и более тел. Важным параметром является плотность газа, измерение которой в условиях разреженного гиперзвукового потока представляет сложную методическую проблему. С другой стороны, экспериментальные данные о пространственном распределении плотности могут служить основой для совершенствования численных методов гиперзвуковой аэродинамики. Отсюда следует необходимость создания методик измерения плотности газа вблизи тел в условиях сложных трехмерных течений.

Зондирование газовых потоков пучками заряженных частиц является одним из методов прямого невозможного измерения плотности. Широко известный в динамике разреженного газа метод электронно-пучковой флюоресценции [1] обоснованно можно применять только для малых плотностей  $n < 10^{21} \text{ м}^{-3}$ . В существующих гиперзвуковых аэродинамических трубах реализуются существенно большие плотности потока, когда велико влияние вторичных электронов и межмолекулярных столкновений. Это ограничивает метод двумерными течениями, ухудшает локальность измерений [2]. Использование вместо оптического рентгеновского тормозного излучения электронов [3] частично решает проблему плотности, но существенно увеличивает время измерения вследствие малой интенсивности регистрируемого излучения. Кроме того, остаются трудности получения градуировочной кривой для трехмерного газового объекта в достаточно плотном потоке аэродинамической трубы.

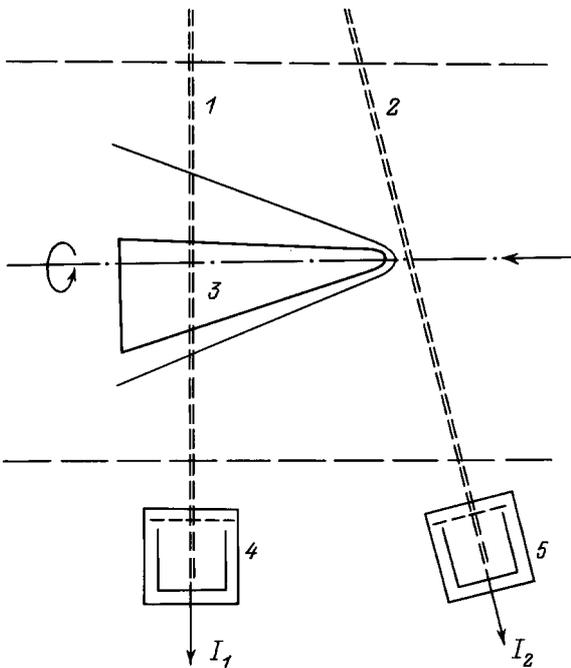
Альтернативой является метод электронно-пучковой денситометрии, основанный на ослаблении в газе тонкого пучка быстрых электронов в процессе упругого и неупругого рассеяния на молекулах. Метод слабо зависит от состава газа, не требует сложной регистрирующей аппаратуры, позволяет выполнять измерения с высокой скоростью. Он применяется в физических

измерениях с конца 50-х годов [4]. С его помощью исследованы одномерные [5], двумерные [6] и осесимметричные [7,8] течения низкой плотности. Основным недостатком метода является интегральный характер информации о плотности газа по длине диагностического пучка. Решением этой проблемы является использование томографического подхода к задаче восстановления локальной плотности. Например, в [7] использовалось преобразование Абеля для реконструкции поля плотности газа вблизи шара. В настоящее время методы многоакурсной трансмиссионной томографии достаточно разработаны, широко используются в диагностике газа и плазмы [9] и могут быть применены к условиям электронно-пучкового зондирования газа вблизи обтекаемого тела. При этом в методическом плане возникают проблемы наличия затененных моделью зон, конечного размера пучка и детектора электронов.

В настоящей работе дано описание экспериментальной методики многоакурсного зондирования разреженного гиперзвукового потока, алгоритма томографической реконструкции и результатов восстановления двумерного поля плотности газа.

### 1. Схема томографического эксперимента

Измерения были выполнены в гиперзвуковой аэродинамической трубе И-327 ИТПМ СО РАН [10]. Параметры потока были следующими: температура торможения  $T_0 = 1100 \text{ К}$ , давление торможения  $P_0 = 8 \text{ МПа}$ , число Маха потока  $M = 21$ , единичное число Рейнольдса  $Re_1 = 6 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ . В измерениях использовались две модели: притупленные конус и полуэллиптический конус, выполненные из алюминия. Радиус притупления конусов был 1.5 mm, длина моделей составляла 0.1 m. Радиус основания конуса равнялся 13.4 mm, угол полураскрытия  $7^\circ$ . Основание полуэллиптического конуса представляло собой полуокружность радиусом 13.4 mm, сопряженную с полуэллипсом с главными осями равными 13.4 и 6.7 mm. Измерения проведены в плоскости, отстоящей на 0.065 m от носика моделей. Схема измерений представлена на рис. 1. Электронный пучок



**Рис. 1.** Схема эксперимента по томографическому исследованию гиперзвукового обтекания модели.

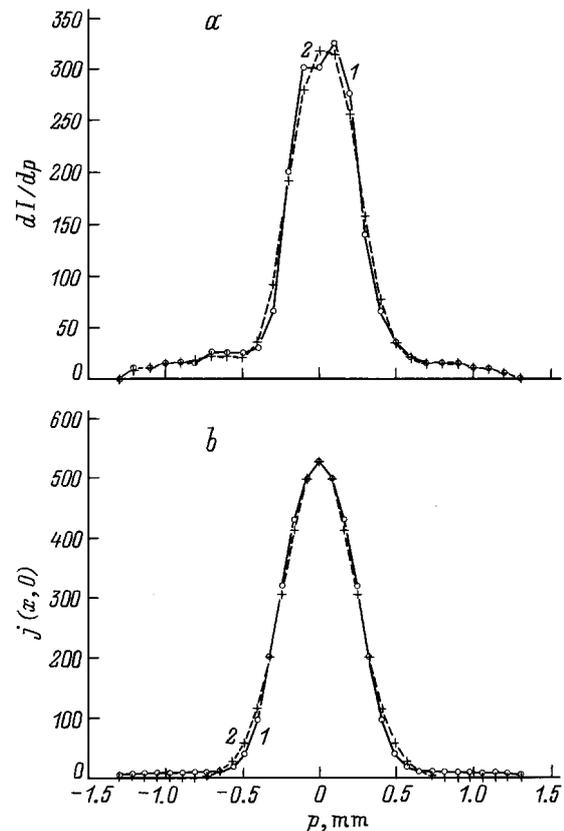
с энергией 20 keV и силой тока 0.1 mA расщеплялся на два (предметный 1 и опорный 2) путем подачи на магнитную систему управления положением пучка переменного напряжения типа "меандр" с частотой 215 Н. Пучок 1 в процессе измерений проходит сквозь область течения около модели 3, а пучок 2 взаимодействует только с невозмущенным потоком перед моделью. Применение двух пучков, образованных из одного, позволяет исключить влияние на точность измерений флуктуаций тока пучка и плотности потока, учесть рассеяние пучка в набегающем потоке. Ток электронов каждого из пучков регистрировался коллекторами 4, 5, установленными вне потока и имеющими круглую диафрагму диаметром 4.5 mm. Коллекторы имеют сетку, находящуюся под напряжением минус 20 V для задержки вторичных электронов. Сканирование поля течения пучком 1 осуществлялось поперечным пучку перемещением модели в пределах  $-15 \dots +15$  mm относительно оси потока. Сканирование поля течения по углам наблюдения (ракурсам) осуществлялось вращением модели вокруг своей оси со скоростью 1 turn/s. Данные о величине перемещения модели поперек потока и угловом положении модели снимались с линейного и кругового реохордов и регистрировались одновременно с током коллекторов на многоканальном магнитографе НО67. Первичная обработка измерений заключалась в создании массивов данных: прицельный параметр  $p$ ; угол поворота модели  $\phi$ ; величины токов коллекторов предметного и опорного пучков  $I_1$ ,  $I_2$ , с равномерным разбиением отсчетов по времени. При этом фиксировалось среднеквадратичное значение токов на частоте модуляции. Это позволило

избавиться от паразитных токов и фоновых смещений выходного напряжения усилителей и магнитографа.

Зависимость величины ослабления тока пучка электронов от плотности газа и длины пути рассеяния определялась экспериментально в условиях покоящегося газа. С этой целью проводились измерения тока пучка при изменении расстояния от отверстия ввода пучка в рабочую камеру до коллектора электронов 1 и при изменении плотности азота  $n$  в рабочей камере установки. Измерения выполнены в диапазоне параметра  $nl = 3.6 - 12 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-2}$ , который перекрывал значения этого параметра в набегающем потоке. Измерения показали, что зависимость тока электронов от величин  $n$  и  $l$  для выбранного диаметра входа в коллектор хорошо соответствует экспоненциальному закону

$$I = I_0 \exp(-\sigma nl). \quad (1)$$

Величина эффективного сечения рассеяния  $\sigma$ , полученная по данным измерений, составила  $\sigma = 1.9 \pm 0.05 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$  для энергии электронов 20 keV. По величине сечения рассеяния и диаметру потока была оценена величина плотности газа в набегающем потоке. Она составила  $5.6 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ , что на 18% ниже определяемой по изоэнтропическим соотношениям



**Рис. 2.** а — проекция распределения плотности тока в пучке: 1 — исходная кривая, 2 — сплайм в предположении шума типа 2 с уровнем 3%; б: 1 — сечение осью Y восстановленного распределения плотности тока, 2 — гауссовская функция, аппроксимирующая распределение.

для данного числа Маха. Это может быть связано с несколько большей статической температурой, реализующейся в набегающем потоке.

Чувствительность и разрешающая способность метода определяется выбором размера диафрагм коллектора  $d$ . Для пучка с гауссовским радиальным распределением тока максимальная чувствительность к уширению пучка достигается при выполнении соотношения  $d \simeq \sqrt{2}\gamma$ . Здесь  $\gamma$  — характерный радиальный размер пучка на входе в коллектор, который зависит от энергии электронов, плотности газового потока и протяженности области рассеяния [11]. Величина  $\gamma$  определялась экспериментально путем измерений ослабления тока пучка в свободном потоке при варьировании диаметра диафрагм коллекторов от 1 до 10 mm. Далее устанавливалась диафрагма с оптимальным по чувствительности диаметром отверстия, который в данных экспериментах составил 4.5 mm.

Измерения на круговом конусе являлись тестовой задачей при отработке алгоритма восстановления поля плотности. При этом данные измерения ослабления тока пучка при переходе из области тени от модели в область полутени использовались для определения радиального профиля зондирующего пучка в области модели. Результаты восстановления профиля пучка приведены на рис. 2,  $b$  (кривая 1). Из рисунка видно, что пучок достаточно узкий и его ширина на полувысоте не превышает 0.5 mm. Небольшая асимметрия распределения, возможно, связана с присутствием в пучке некоторого числа быстрых электронов, претерпевших касательное взаимодействие с поверхностью металлической модели.

## 2. Вывод уравнения, связывающего изменение плотности газа с измеряемыми токами, в предположении конечной апертуры коллектора

Если принять ту же, что и в [7], модель связи плотности газа вдоль оси электронного пучка с регистрируемым током, то экспериментальные данные оказались бы связанными посредством уравнения

$$\frac{I_1}{I_2} = \exp\left(-\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n(s) ds\right). \quad (2)$$

В (2)  $\sigma$  — сечение рассеяния электронов;  $\Delta n(s)$  — изменение плотности газа, обусловленное внесением модели, вдоль оси электронного пучка; токи  $I_1$  и  $I_2$  указаны на рис. 1. Уравнение (2) получено в приближении бесконечно малой апертуры детектора. Однако относительно большая величина диафрагмы коллектора ставит под сомнение такое приближение. Была рассмотрена другая модель, более соответствующая условиям эксперимента. Поскольку в данном случае рассеяние электронов происходит в основном на малые углы, причем на пути от

источника до коллектора электрон испытывает примерно одно столкновение, будем пренебрегать изменением проекции скорости электронов на ось пучка, тем самым предполагая, что его ток через сечения, перпендикулярные оси, сохраняется. Распределение компоненты плотности тока пучка, параллельной его оси, будем обозначать через  $j(r, \varphi)$  и ниже для краткости называть распределением плотности тока в пучке или просто плотностью тока пучка. Если коллектор регистрирует все электроны, попавшие на круглую диафрагму радиуса  $d$ , лежащую в плоскости, перпендикулярной оси пучка, то ток на нем равен

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^d j(r, \varphi) r dr d\varphi. \quad (3)$$

Предполагалось, что рассеяние электронов является случайным процессом и в связи с этим профиль плотности тока пучка считался гауссовым. Приведенные в следующем разделе результаты экспериментального определения профиля пучка подтверждают это предположение. Обозначая полуширину гауссового распределения через  $\gamma(s)$  (при этом имеется ввиду, что  $\gamma$  меняется вдоль оси пучка) и нормируя ток пучка на ток на источнике  $I_0$ , запишем распределение плотности тока в пучке

$$j(r, \varphi) = \frac{I_0}{\pi\gamma^2(s)} \exp\left(-\frac{r^2}{\gamma^2(s)}\right). \quad (4)$$

После подстановки в (3) профиля пучка (4), интегрирование по  $r$  производится элементарно и дает

$$I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{d^2}{\gamma^2(s)}\right)\right). \quad (5)$$

Плотности тока на оси пучка при его входе в диафрагму коллектора  $j(0, \varphi)$  и при его выходе из источника  $j_0$  связаны посредством уравнения (2) с соответствующей заменой токов их плотностью на оси. Таким образом, имеем

$$j(0, \varphi) = \frac{I_0}{\pi\gamma^2(s)} = j_0 \exp\left(-\sigma \int_{-\infty}^{\infty} n(s) ds\right). \quad (6)$$

Определив из (6)  $\gamma^2(s)$  и подставив в (5), имеем

$$I/I_0 = 1 - \exp\left(-\frac{\pi d^2 j_0}{I_0} \exp\left(-\sigma \int_{-\infty}^{\infty} n(s) ds\right)\right). \quad (7)$$

В эксперименте фиксировались две величины тока  $I_2$  и  $I_1$ , отвечающие пучкам, прошедшим через невозмущенный и возмущенный потоки. Для токов  $I_1, I_2$  выполняется уравнение (7) с соответствующим (каждому из них) значением плотности. Преобразуем два полученных таким образом уравнения и, разделив первое на второе,

получим

$$\frac{\ln(1 - I_1/I_0)}{\ln(1 - I_2/I_0)} = \exp\left(-\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n(s) ds\right). \quad (8)$$

Если в левой части уравнения (8) разложить числитель и знаменатель в ряд по величинам  $I_1/I_0$  и  $I_2/I_0$ , соответственно, то, сохраняя только члены первого порядка, мы получим уравнение (2). Правомерность отбрасывания остальных членов разложения для измерений, произведенных в эксперименте, была показана путем непосредственного сравнения левых частей уравнений (2) и (8) для всех зарегистрированных токов  $I_1$  и  $I_2$ . Значение тока  $I_0$  бралось средним по нескольким контрольным измерениям. Результаты вычислений дали, что левые части уравнений (2) и (8) отличаются друг от друга не более чем на 15%, а в среднем по всем измерениям на 6–7%. Такая точность примерно соответствовала точности самих измерений. Поэтому в данном случае оказалось возможным для определения плотности газа использовать приближенное уравнение (2). Это и было сделано в работе.

### 3. Восстановление профиля электронного пучка

Для реконструкции профиля электронного пучка развита идея, высказанная в [12]. При этом использовались экспериментальные данные, полученные для симметричной модели в области, где она частично перекрывала пучок.<sup>1</sup> Будем пренебрегать наклоном образующей конуса, т. е. в области пучка будем заменять конус цилиндром. Пусть пучок движется перпендикулярно образующей конуса, вдоль оси  $Y$ , как это показано на рис. 3. На рисунке движение пучка происходит слева направо, затененная моделью его часть находится слева, томографические данные снимаются перпендикулярно плоскости рисунка, вдоль оси  $X$ . Будем связывать изменение тока коллектора при бесконечно малом смещении пучка с изменением площади его сечения, перекрываемого моделью. В этом случае можно записать

$$\begin{aligned} dI &= \int_{-\infty}^{y+dy} \int_{-\infty}^{\infty} j(y, z) dy dz - \int_{-\infty}^y \int_{-\infty}^{\infty} j(y, z) dy dz \\ &= \int_y^{y+dy} \int_{-\infty}^{\infty} j(y, z) dy dz. \end{aligned} \quad (9)$$

Разделив уравнение (9) на  $dy$ , получим

$$\frac{dI}{dy} = \int_{-\infty}^{\infty} j(y, z) dz, \quad (10)$$

<sup>1</sup> Вообще говоря, излагаемое в этом разделе строго верно в случае, если рассеяние в потоке отсутствует. Однако эффект от него в данном случае незначителен.

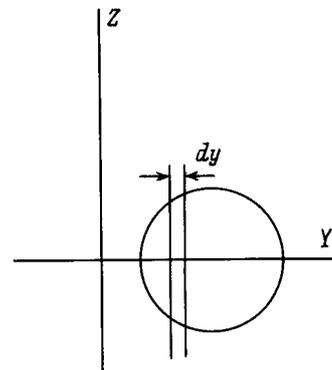


Рис. 3. К методу определения распределения плотности тока в сечении пучка. Сечение пучка представлено в виде круга.

т. е. производная от тока предметного пучка в области частичного перекрытия моделью есть проекция (см., например, [9]) от распределения плотности тока в пучке. Эта производная показана на рис. 2, а кривой 1. Полученная таким образом проекция от распределения плотности тока в пучке сглаживалась кубическим сплайном [13] в предположении, что она искажена случайными шумами с дисперсией, составляющей 3% от величины максимума (рис. 2, а, кривая 2). Для томографического восстановления распределения плотности тока в сечении пучка вблизи модели предполагалось, что он имеет круговую симметрию. Реконструкция производилась отдельно по "левой" и "правой" частям кривой 2 алгоритмом ART1 (см. ниже). Полученные результаты затем были усреднены.

Сечение осью  $Y$  восстановленного (в предположении круговой симметрии) распределения плотности тока в пучке дано на рис. 2, б (кривая 1). Кривая 2 на этом рисунке — гауссовская функция, аппроксимирующая распределение. Параметры гауссианы были найдены методом наименьших квадратов, в частности, ее полуширина приблизительно равна 0.275. Нормированное среднеквадратичное отклонение между кривыми 1 и 2 на рис. 2, б составило 4.7%.

Полученное таким образом распределение плотности тока в пучке было далее использовано для уточнения реконструкции поля изменения плотности в ударной волне (раздел 6).

### 4. Алгоритм реконструкции томограммы

В экспериментах были замерены токи пучков, имеющих различную ориентацию по отношению к модели, оси всех пучков лежали в одной плоскости, перпендикулярной оси модели. Эту плоскость мы ниже будем называть плоскостью сечения. По экспериментальным данным томографическими методами можно восстановить двумерное скалярное поле изменения плотности, которое естественно приписать плоскости сечения. Од-

нако полученные значения будут усреднены по координате, перпендикулярной плоскости сечения на масштабе порядка эффективного размера пучка. Ниже, говоря о изменении плотности в плоскости сечения, мы будем иметь в виду эти усредненные величины.

С математической точки зрения задача сводится к восстановлению функции двух переменных по набору ее интегралов вдоль некоторых прямых. Особенностью рассматриваемой постановки, связанной с обработкой экспериментальных данных, является присутствие в потоке непрозрачной модели. Электронный пучок, попадая в модель, поглощается и регистрируемый ток становится равным нулю, в то время как интеграл от изменения плотности, взятый вдоль соответствующей прямой, вообще говоря, нулю не равен. Подобного рода томографические задачи изучались в [9].

Введем систему координат, жестко связанную с моделью. Начало координат определим на плоскости сечения, в точке, через которую проходят ось модели. Ориентируем систему так, чтобы оси  $X$  и  $Y$  лежали в плоскости сечения. Введем обозначения

$$\Delta n(x, y) = n_2(x, y, 0) - n_1(x, y, 0); \quad f_i = \ln \frac{I_{1i}}{I_{2i}}; \quad (11)$$

$I_{1i}, I_{2i}$  — измерения, соответствующие  $i$ -у пучку.

Разобьем область, в которой реконструируется функция  $\Delta n(x, y)$  на квадратные ячейки — пиксели. Значение функции  $\Delta n(x, y)$  в каждом пикселе предполагается постоянным. В этом случае интеграл в (2) заменяется конечной суммой по пикселям, через которые проходит ось пучка. Таким образом, томографическое восстановление функции  $\Delta n(x, y)$  сводится к обращению системы линейных алгебраических уравнений

$$A \Delta n = f. \quad (12)$$

Здесь  $A$  — матрица размерностью  $I \times J$ ;  $\Delta n \in R^J$ ,  $f \in R^I$  — векторы, соответствующие реконструируемой функции и экспериментальным данным, соответственно;  $J$  — число пикселей;  $I$  — число зондирующих пучков. Элемент  $a_i^j$  матрицы  $A$  определяется как длина пересечения оси  $i$ -го пучка с  $j$ -м пикселем.<sup>2</sup> Для обращения системы (12) был выбран итерационный алгоритм ART1 (Algebraic Reconstruction Technique), так как, во-первых, он хорошо зарекомендовал себя при реконструкции по недостаточным данным; во-вторых, он без существенных изменений может быть использован в случае наличия непрозрачного тела (модели). Следуя [14],  $k + 1$ -е итерационное решение для ART1 записывается в виде

$$\Delta n^{(k+1)} = \Delta n^{(k)} + \lambda^{(k)} \frac{f_i^{(k)} - (a^{i(k)}, \Delta n^{(k)})}{\|a^{i(k)}\|^2} a^{i(k)},$$

$$\|a^{i(k)}\| \neq 0,$$

<sup>2</sup> При таком определении элементов матрицы  $A$  восстановленные величины  $\Delta n$  выражаются в единицах величины  $\sigma$ , однако это не играет роли, поскольку приводимые результаты нормируются на плотность в невозмущенном потоке.

$$\Delta n^{(k+1)} = \Delta n^{(k)}, \quad \|a^{i(k)}\| = 0, \quad (13)$$

Здесь  $a^{i(k)}$  —  $i(k)$ -я строка матрицы  $A$ ,  $\lambda^{(k)}$  — параметр релаксации,  $i(k) = [k(\text{mod } I) + 1]$ , т.е. строки матрицы  $A$  перебираются циклически. Скалярное произведение и норма в  $R^J$  определены обычным образом. В [14] было указано, что итерационный процесс (13) сходится, если  $0 < \lambda \leq 2$  для любого начального приближения  $\Delta n^{(0)} \in R^J$ .

## 5. Предварительная обработка данных

а) Интерполяция данных измерений, получение проекций. Результаты этого раздела относятся к обработке данных, полученных для полуэллиптической модели. Для симметричной модели измерения сразу составляли одну проекцию и в дополнительной интерполяции не нуждались.

Для того чтобы описать набор данных, введем плоскость с координатами  $p, \phi$ , (напомним,  $p$  — прицельное расстояние оси пучка,  $\phi$  — угол поворота модели). Каждое измерение в этой плоскости будет представляться одной точкой. На рис. 4, а в плоскости  $p, \phi$  приведен набор точек, соответствующий первой серии измерений. На рис. 4, б приведены данные первой серии измерений. Кривые 1 и 2 относятся к токам предметных и опорных пучков соответственно. По горизонтальной оси отложена координата  $p$ , а по вертикальной — измеренный ток. Величина угла  $\phi$  при этом периодически изменяется в зависимости от  $p$ ; о ней можно судить, сравнивая рисунки рис. 4, а и 4, б.

На рис. 4, б область значений  $p \approx 4-9$  мм соответствует частичному поглощению предметного пучка моделью. Пики соответствуют пучкам, проходящим со стороны эллиптической части модели. Область  $p \approx 9-13$  соответствует предметным пучкам, пересекающим область ударных волн. При  $p \geq 13.5$  значения токов для опорного и предметного пучка практически совпадают; это означает, что возмущения, вызванные моделью, в этой области становятся незначительными.

В многочисленных вычислительных экспериментах было показано [9,14], что алгоритм ART1 дает лучшее качество реконструкции, когда восстановление ведется по набору проекций, равномерно распределенных по углам, причем каждая проекция определена на равномерной сетке.

Как видно из рис. 4, а, данные в пространстве  $(p, \phi)$  с точностью до небольших отклонений, вызванных случайными ошибками, укладывались на определенные прямые. Коэффициенты этих прямых находились по координатам соответствующих им точек методом наименьших квадратов. После этого экспериментальные точки проецировались на найденные прямые. В пространстве  $(p, \phi)$  проекция соответствует прямой  $\phi = \text{const}$ . Точкам пересечения прямой  $\phi = \text{const}$  с прямыми, на которые укладываются экспериментальные данные, приписывались значения, полученные путем линейной интерпо-

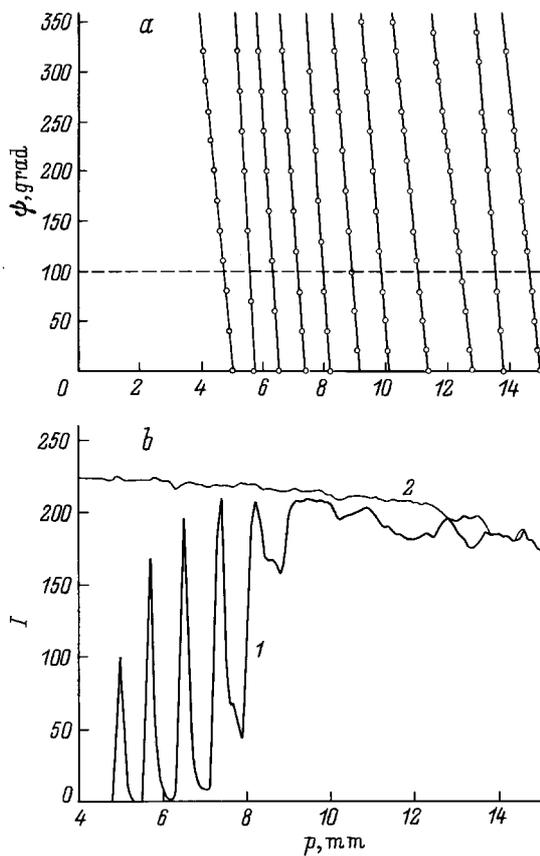


Рис. 4. а — набор данных в координатах  $p, \phi$ ;  $p$  — прицельное расстояние оси пучка,  $\phi$  — угол поворота модели; б — зависимость регистрируемых токов от прицельного параметра.

ляции вдоль этих прямых (рис. 4, а). Таким образом строилась проекция под углом  $\phi = \text{const}$ , заданная на неравномерной сетке. Переход к равномерной сетке на проекции осуществлялся также посредством линейной интерполяции.

б) Исправление проекций в области полутени. Уравнение (2) нуждается в уточнении вблизи границы модели, непрозрачной для электронного пучка. Действительно, в силу конечных размеров пучка часть его будет поглощаться моделью, а часть попадать на коллектор. При этом регистрируемый ток существенно упадет. Таким образом, около модели образуется область полутени, на рис. 4, б ей соответствует интервал 4–9 мм. В области полутени падение тока  $I_1$  обусловлено в основном поглощением модели, которое, как правило, намного превосходит эффект рассеяния на ударных волнах. Это ведет к резкому возрастанию величины проекции вблизи границ модели. Томографическая реконструкция по таким проекциям оказалась неудовлетворительной. Однако отбросить большие значения на проекции в области полутени (приравнивая их, например, нулю) нельзя, поскольку ударные волны столь близко подходят к модели, что большинство электрон-

ных пучков, частично поглощаемых моделью, проходят также и через ударные волны.

Задача выделения эффекта, связанного с поглощением моделью, в работе была решена следующим образом. Проекция были изменены путем введения компенсирующей добавки

$$f(p) = \begin{cases} f(p) + \psi(p, p_b) & |p - p_b| \leq r_0, \\ f(p) & |p - p_b| > r_0. \end{cases} \quad (14)$$

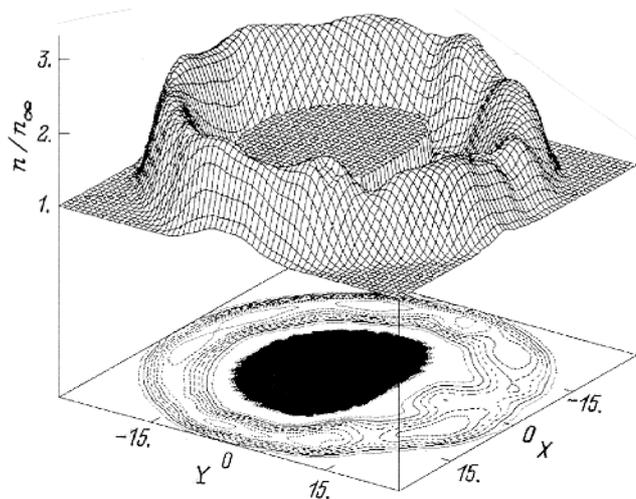
В уравнении (14)  $p_b$  — координата границы модели на проекции, ближайшей к точке с координатой  $p$ ;  $r_0$  — эффективный радиус пучка вблизи модели. Функция  $\psi(p, p_b)$  дается уравнением

$$\psi(p, p_b) = \ln \left( \frac{\int_{S_2} j(r, \phi) ds}{\int_{S_1} j(r, \phi) ds} \right). \quad (15)$$

Распределение плотности тока в пучке  $j(r, \phi)$  было восстановлено по экспериментальным данным (раздел 3). Отсюда же был оценен его эффективный радиус  $r_0 \approx 0.5 \text{ mm}$ . В уравнении (15)  $S_1$  — площадь круга радиуса  $r_0$ ;  $S_2$  — площадь его сегмента, ограниченного образующей конуса, соответствующего модели. Физически функция  $\psi(p, p_b)$  может быть интерпретирована как логарифм отношения энергии прошедшей части пучка к его исходной энергии.

## 6. Результаты томографического восстановления и их обсуждение

В качестве области реконструкции был взят квадрат с центром в начале координат и длиной стороны 30 мм. Область реконструкции была разбита на  $65 \times 65$  квадратных пикселей. Таким образом, сторона пикселя составляла  $\approx 0.46 \text{ mm}$  и была порядка полуширины пучка, определенной из эксперимента (раздел 3). Для полуэллиптической модели восстановление двумерного распределения величины  $\Delta n(x, y)$  производилось в отдельности по данным из трех серий измерений, а также по данным, усредненным по всем сериям. Путем интерполяции, описанной в разделе 5а, для каждой серии экспериментальных данных было сгенерировано по 18 проекций, равномерно (через  $10^\circ$ ) распределенных в интервале от  $0^\circ$  до  $180^\circ$  (очевидно, что проекции под углами  $\Theta$  и  $\Theta + 180^\circ$  эквивалентны). Каждая проекция путем интерполяции была определена на равномерной сетке из 33 узлов, при этом расстояние между узлами составляло  $\approx 0.92 \text{ mm}$ . Затем производилась компенсация величины проекции, описанная в разделе 5б. После каждой итерации полученное распределение сглаживалось в скользящем окне  $3 \times 3$ . Выход из итерационного процесса производился после того, как переставала уменьшаться невязка между проекциями и псевдопроекцией.



**Рис. 5.** Реконструкция изменения поля плотности в плоскости сечения при гиперзвуковом обтекании несимметричной модели (ее сечение на аксонометрии представлено "ступенькой", а на изолиниях — затемненной областью).

Реконструкция по различным сериям экспериментальных данных привела к близким картинам распределения ударных волн вблизи модели. Однако на томограммах были заметны выбросы и падения амплитуды явно случайного характера, по-видимому связанные с недостатком данных и ошибками при компенсации величины проекции. Усреднение проекций по всем трем сериям позволило избавиться от многих артефактов такого рода. На рис. 5 представлена аксонометрия реконструированного изменения поля плотности в плоскости сечения по усредненным проекциям. Здесь и далее результаты даны в виде отношения  $(\Delta n + n_\infty)/n_\infty$ , где  $n_\infty$  — плотность в набегающем потоке (ее определение дано в разделе 1).

Из рис. 5 видно, что распределение плотности соответствует физической картине явления. Хорошо видна несимметрия распределения плотности, связанная с наличием эллиптической части модели, в области которой наблюдается понижение величины скачка плотности и формирование более плавного по нормали к поверхности профиля плотности. Практически не восстановилась область разрежения вблизи модели, наличие которой следует из теории и результатов измерений на подобных телах (см., например, [15]). Эти искажения связаны в первую очередь с недостатком проекционных данных. По рис. 4, а видно, что реально на каждой проекции данные снимались в среднем с шагом 1.5–2 мм. Таким образом, на каждой проекции на область ударной волны приходилось всего 1–2 отсчета, чего для хорошей томографической реконструкции недостаточно. Другим фактором является ширина пучка, значительная по отношению к ширине профиля ударной волны. Влияние ширины пучка будет рассмотрено ниже, при описании результатов реконструкции для круглого конуса. Свои

ошибки также вносят интерполяция и недостаточно точная компенсация.

Для симметричной модели реконструкция распределения изменения плотности газа в потоке дала значительно лучшие результаты. В этом случае была снята одна проекция с шагом 0.1 мм. Остальные проекции, необходимые для реконструкции алгоритмом ART1, были получены путем размножения уже имеющейся. Таким образом, было получено 18 проекций, на каждой из которых было по 301 отсчету. Область реконструкции была также разбита на  $301 \times 301$  пикселей. Проекция предварительно сглаживалась сплайнами [13] в предположении, что она искажена случайными шумами с дисперсией, составляющей 3% от величины максимума.

Сечение осью X восстановленного симметричного распределения изменения плотности дано на рис. 6 (кривая 1). Кривая 3 на этом рисунке получена по данным измерений методом электронно-пучковой флуоресценции обтекания острого конуса разряженным потоком азота с близкими значениями  $M$  и  $Re_1$  [15]. Данные измерений скорректированы на разницу в углах конусов моделей. Как видно из рис. 6, восстановленный профиль плотности смещен в сторону больших расстояний от поверхности и ниже профиля 3. Первое может быть объяснено влиянием притупления конуса и неточностью компенсирующей добавки (15). Второе связано с большой по отношению к узкой "верхней" части профиля шириной пучка. Фактически происходит усреднение реконструированной функции на масштабах ширины пучка, в соответствии с чем "острый" пик реконструируется с меньшей амплитудой. Следует заметить, что в настоящее время не существует надежной методики измерения плотности трехмерных газовых объектов методом электронно-пучковой флуоресценции для условий работы [15] и эти данные могут содержать ошибку, которую трудно оценить.

Очевидно, что если томографические данные собираются в пределах полосы, имеющей профиль  $j(p)$ , то получаемая параллельная проекция является сверткой проекции  $f^0(p)$ , полученной в бесконечно тонких лучах с профилем полосы

$$f(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f^0(p')j(p - p')dp'. \quad (16)$$

С другой стороны, в [16] была экспериментально получена форма внешней границы электронного пучка в условиях, близких к условиям данного эксперимента. Оказалось, что пучок в интересующей нас области с хорошей точностью можно считать цилиндрическим. Таким образом, в плоскости сечения пучок представляется полосой с известным профилем. Следовательно, фиксируемая проекция является сверткой (16) и переход к функции  $f^0(p)$  будет более соответствовать приближению лучевой томографии.

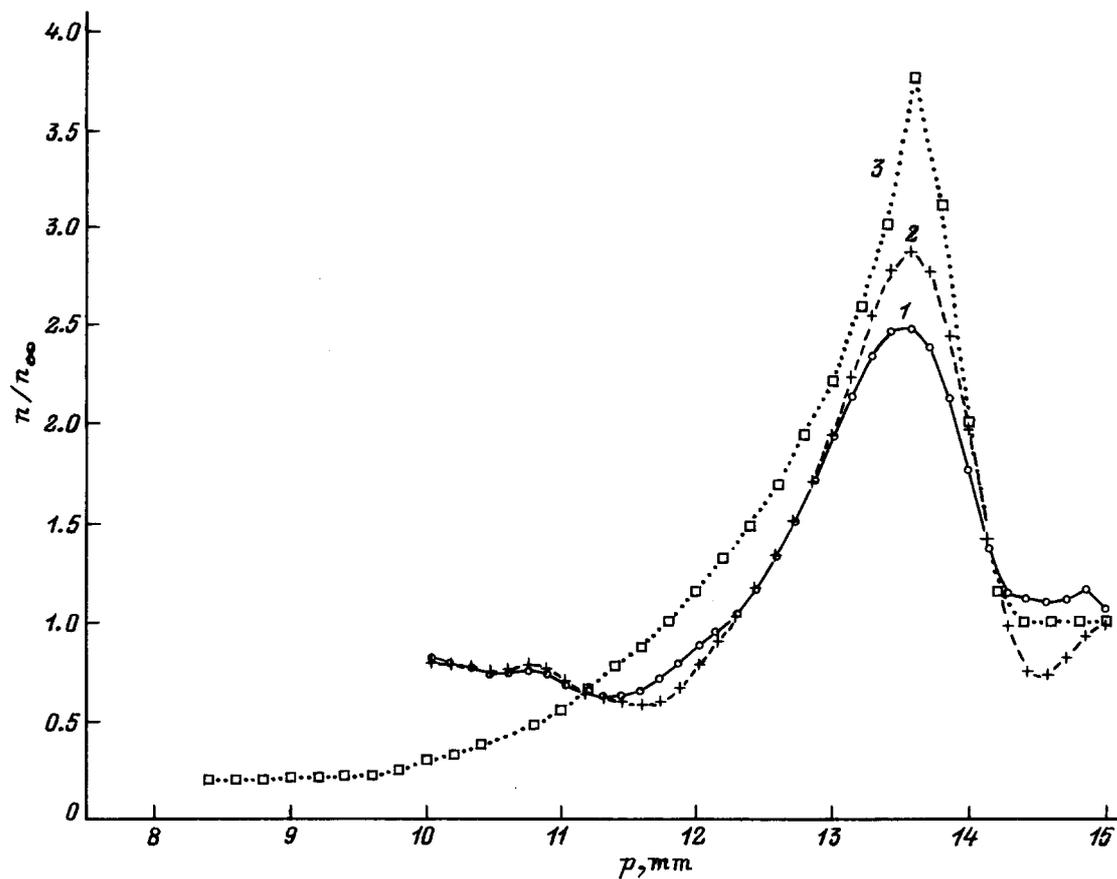


Рис. 6. Сечение осью  $X$  восстановленного симметричного распределения изменения плотности при обтекании круглого конуса.

Была произведена деконволюция свертки (16) регулирующим методом, развитым в [17],

$$f_*^0(\nu) = \frac{f_*(\nu)j_*(-\nu)}{|j_*(\nu)|^2 + \alpha\nu^2}. \quad (17)$$

В уравнении (17) звездочкой обозначены соответствующие фурье-образы. Параметр регуляризации  $\alpha = 0.1$  был подобран из серии расчетов. Результат реконструкции после деконволюции иллюстрируется кривой 2 на рис. 6, которая дает сечение осью  $X$  восстановленного распределения изменения плотности. Как видно, кривая 2 лучше совпадает с кривой 3, нежели кривая 1, что соответствует ожиданиям.

## Заключение

Описанные в работе новые методика измерений и алгоритм томографической реконструкции позволили получить распределения плотности при обтекании осесимметричного и асимметричного тела разряженным гиперзвуковым потоком. На этапе предобработки экспериментальных данных были решены задачи интерполяции на равномерную сетку и внесения поправки

связанной с частичным поглощением электронного пучка моделью. По данным, снятым в области частичного перекрытия пучка моделью, впервые восстановлено распределение плотности тока в нем в предположении осевой симметрии. Произведена деконволюция проекций с полученным профилем пучка. Томографическая реконструкция по таким данным оказалась точнее. В дальнейшем точность реконструкции может быть повышена путем уменьшения ширины диагностического пучка и увеличения числа ракурсов зондирования для каждого прицельного параметра.

Авторы выражают признательность за частичную финансовую поддержку данной работы Российскому фонду фундаментальных исследований, гранты № 95-02-03615, 96-01-01640.

## Список литературы

- [1] *Muntz E.P.* // *Methods of Experimental Physics*. 1981. Vol. 18. Pt B. P. 434–455.
- [2] *Ветлуцкий В.Н., Маслов А.А., Миронов С.Г.* и др. // *ПМТФ*. 1995. № 6. С. 60–67.
- [3] *Кузнецов Л.И., Ярыгин В.Н.* // *Экспериментальные методы в динамике разреженного газа*. Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР. 1974. С. 150–165.

- [4] *Hurlbut F.C.* // J. Appl. Phys. 1959. Vol. 30. N 3. P. 273–281.
- [5] *Бусыгин Э.П., Тумакаев Г.К.* // ЖТФ. 1964. Т. 34. Вып. 1. С. 122–127.
- [6] *Wada I* // Rarefied Gas Dynamics / Ed. J.H. de Leeuw. 1965. Vol. 1. P. 535–547.
- [7] *Иванов А.В.* // ПМТФ. 1964. № 6. С. 66–73.
- [8] *Иванов А.В.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 3. С. 108–112.
- [9] *Ликалов В.В., Преображенский Н.Г.* Реконструктивная томография в газодинамике и физике плазмы. Новосибирск: Наука, 1987. 231 с.
- [10] *Друкер И.Г., Жак В.Д., Сапогов Б.А.* и др. // Вопросы газовой динамики. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1975. № 5. С. 31.
- [11] *Сухинин Г.И.* // Тез. докл. VI Всесоюз. конф. по динамике разреженного газа. Новосибирск, 1979. С. 79–81.
- [12] *Taylor J.H.* // Astrophys. J. 1967. Vol. 150. P. 421–426.
- [13] *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977. 456 с.
- [14] *Herman G.T.* Image Reconstruction from Projections: The Fundamentals of Computerized Tomography. New York: Academic Press, 1980. (Хермен Г.Т. Восстановление изображений по проекциям. Основы реконструктивной томографии. М.: Мир, 1983. 352 с.).
- [15] *Vas I.F., Sierchio J.G.* // Rarefied Gas Dynamics / Ed. K. Karamchetti. 1974. P. 307–315.
- [16] *Clapp L.H., Catolica R.J., Twiss R.G.* // Book of Abstracts 17<sup>th</sup> Intern. Conf. on Rarefied Gas Dynamics. Aachen, 1990. Vol. 1. P. 319–321.
- [17] *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 287 с.