

03;04;12

Особенности гидродинамического поля давления электровзрыва в равновесной газожидкостной среде

© В.Г. Ковалев

Институт импульсных процессов и технологий АН Украины,
327018 Николаев, Украина

(Поступило в Редакцию 8 января 1997 г.)

Изучаются гидродинамические особенности электровзрыва в пузырьковой газожидкостной смеси в равновесном приближении среды для случая мелких пузырьков газа, когда начальные размеры последних имеют значения от единиц до десятков микрон, что наблюдается при естественном газосодержании реальных жидкостей. При математическом моделировании электровзрывных процессов характеристики гидродинамического поля рассчитывались с учетом конечных размеров плазменного поршня, для чего численно интегрировалось по явной конечно-разностной схеме в эллипсоидальной системе координат квазиволновое уравнение с нелинейным баротропным уравнением состояния смеси. Установлено, что присутствие газовых включений проявляется при газосодержании $\varepsilon_0 \gtrsim 10^{-4}$, а заметные нелинейные эффекты — при $\varepsilon_0 \gtrsim 5 \cdot 10^{-3}$.

Как известно, при электровзрывном преобразовании энергии [1,2] динамика плазменного канала и генерируемые гидродинамические возмущения существенным образом определяются гидродинамическими свойствами рабочей жидкости. Наличие в реальных условиях пузырьков газа может привести к изменению указанных свойств и, как следствие, изменить условия развития канала и процессы излучения и распространения волн давления. Как показано в [3,4], математическое моделирование электровзрыва в пузырьковой жидкости в случае пузырьков газа с характерными размерами от единиц до десятков микрон возможно в рамках модели равновесной среды.

Динамические особенности плазменного канала электровзрыва в равновесной среде изучались в [3,5,6], где показано, что при газосодержаниях $\varepsilon_0 \sim 0.01$ скорость расширения канала возрастает до двух раз относительно скорости расширения в чистой жидкости, при этом уровни давления вследствие механизма отрицательной обратной связи приблизительно одинаковы. Следует отметить, что в [3,5,6] в качестве решения внешней гидродинамической задачи для расширяющегося канала использована аналитическая зависимость между давлением и скоростью расширения последнего, полученная при решении автомодельной задачи о расширении цилиндрического поршня в равновесной газожидкостной среде [7,8]. Указанное квазиавтомодельное приближение, как и для случая чистой жидкости [9,10], справедливо только в непосредственной окрестности поршня и непригодно для расчета полевых характеристик.

Рассмотрим вопрос определения гидродинамического поля давления электровзрыва в равновесной газожидкостной среде. Учитывая определяющую роль пузырьковой нелинейности [11–13], систему соотношений, состоящую из уравнений движения и неразрывности сплошной среды, в рамках которой рассматривается и данная пузырьковая жидкость, легко привести к уравнению,

связывающему плотность ρ и давление P ,

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \Delta P, \quad (1)$$

которое вместе с равновесным уравнением состояния [14,15]

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[(1 - \varepsilon_0) \left(\frac{P_0 + A}{P + A} \right)^{1/n} + \varepsilon_0 \left(\frac{P_0}{P} \right)^{1/\gamma} \right]^{-1} \quad (2)$$

образуют замкнутую систему. Здесь ρ_0 , P_0 — невозмущенные значения плотности смеси и давления; $A = 304.5 \text{ МПа}$ и $n = 7.15$ (для воды) — константы уравнения состояния Тэта; γ — показатель адиабаты газа; ε_0 — начальная объемная концентрация газа.

Указанные уравнения можно привести к одному уравнению гиперболического типа. Волновое уравнение, которое получается в случае линейного уравнения состояния, в ряде случаев может быть решено аналитически; для решения нелинейных уравнений, как правило, используются численные методы.

Однако в случае, когда уравнение состояния выражается сложной функцией или задано таблично, более удобным представляется непосредственное интегрирование системы (1), (2). В этом случае одномерная задача в переменных Эйлера может быть записана в виде

$$\rho_i^{k+1} = 2\rho_i^k - \rho_i^{k-1} + \frac{\tau^2}{h^2} \left[P_{i+1}^k + P_{i-1}^k - 2P_i^k + \frac{\nu}{2i} (P_{i+1}^k - P_{i-1}^k) \right], \quad (3)$$

где $\rho_i^k = \rho(ih, k\tau)$, $P_i^k = P(ih, k\tau)$, а значения показателя симметрии $\nu = 0, 1, 2$ соответствуют плоской, цилиндрической и сферической симметрии.

Рассмотрим вопрос определения величины τ . Для этого запишем уравнение (1) для случая плоской симметрии и приведем его к безразмерному виду.

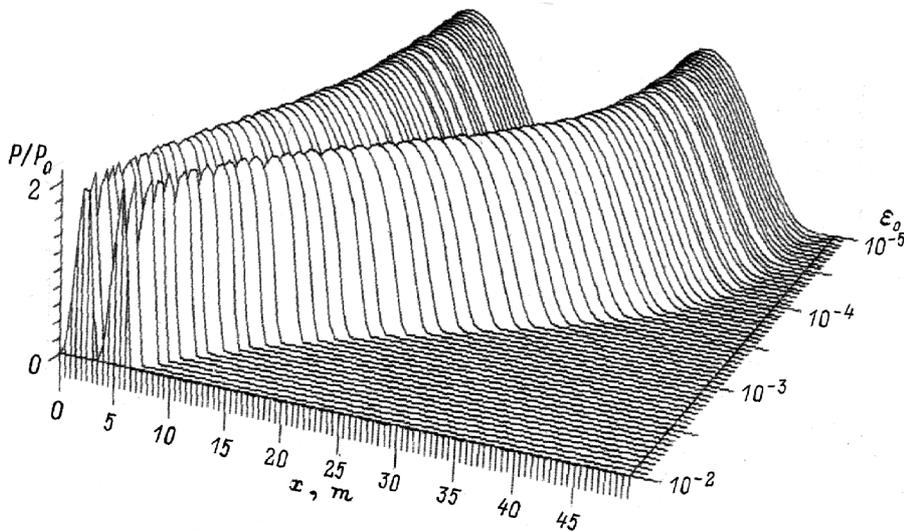


Рис. 1.

Вводим безразмерную плотность $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$ и давление $\bar{P} = P/P_A$, где P_A — давление, заведомо большее максимально возможного в рассматриваемом процессе. Введем безразмерные координату $\bar{x} = x/h$ и время $\bar{t} = t/\tau$ и запишем уравнение (1) в виде

$$\frac{\partial^2 \bar{\rho}}{\partial \bar{t}^2} = \frac{P_A \tau^2}{\rho_0 h^2} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \bar{x}^2}.$$

Поскольку в безразмерном уравнении $\partial^2 \bar{\rho}/\partial \bar{t}^2$ и $\partial^2 \bar{P}/\partial \bar{x}^2$ являются величинами одного порядка, то условие устойчивости его численного интегрирования имеет вид $P_A \tau^2 / (\rho_0 h^2) \leq 1$. Таким образом, $\tau \leq (\rho_0 / P_A)^{1/2} h$.

Как известно, при численном интегрировании гиперболических уравнений на фронте возмущения возникают осцилляции, которые с затуханием распространяются в глубь охваченной возмущением области. Для подавления названных осцилляций используются различные методы, сводящиеся к введению в уравнение дополнительных диссипативных членов либо к искусственному сглаживанию результатов, что также равносильно введению дополнительной диссипации. Перечисленные меры кроме подавления осцилляций счета приводят к размыванию фронта возмущения, особенно заметному в случае плоской симметрии. В данном случае для подавления осцилляций удобно использовать центрально-симметричное сглаживание с весом W

$$\rho_i^{k+1} = \left(\rho_{i-1}^{k+1} + W \rho_i^{k+1} + \rho_{i+1}^{k+1} \right) / (W + 2). \quad (4)$$

Как показывает решение тестовой задачи о распространении плоской ступенчатой волны в акустической среде, уже при $W \sim 10$ достигается удовлетворительное подавление осцилляций, при этом размывание фронта незначительное.

Рассмотрим особенности распространения в равновесной среде синусоидального возмущения. Несмотря на то

что этот процесс лежит несколько в стороне от основной темы исследования, он представляет интерес для лучшего понимания закономерностей основного процесса, а также может рассматриваться как дополнительное тестирование алгоритма. Проследим за распространением плоской акустической волны с частотой 30 Hz при различных амплитудах и концентрациях газа в среде, фиксируя пространственный профиль волны в момент $t = 0.33$ s. Выбор частоты возмущения в данном случае обусловлен необходимостью наличия режима равновесной среды при широком варьировании амплитуды возмущения, а также соображениями наглядности. Здесь и далее приводятся расчеты для воды с пузырьками воздуха.

При давлении 0.2 МПа (рис. 1) можно видеть, что с уменьшением концентрации газа от 10^{-2} до 10^{-4} скорость распространения волны растет, при более низких концентрациях она практически не меняется. Таким образом, равновесную среду при $\varepsilon_0 < 10^{-4}$ можно считать чистой жидкостью.

Амплитуда волны практически не изменяется, что говорит об отсутствии диссипации. Поскольку в уравнении состояния как для жидкости, так и для газа использовано адиабатическое приближение, то собственно в модели среды диссипация отсутствует. Алгоритм усреднения (4) должен вносить некоторую диссипацию в окрестности фронта возмущения, однако, поскольку во всех расчетах весовой коэффициент $W = 10$ достаточно велик, вносимая усреднением диссипация практически незаметна. Наконец, профиль волны несколько изменяется при максимальных (рассматриваемых) концентрациях газа $\varepsilon_0 = 10^{-2}$, обнаруживая некоторое укручение фронта, обусловленное нелинейностью газовой компоненты.

Далее, расчет показывает, что при амплитуде давления 1 МПа нелинейность среды проявляется значительно сильнее. При $\varepsilon_0 = 10^{-2}$ на фронте возмущения появляется разрыв, однако уже при $\varepsilon_0 = 10^{-3}$ влияние

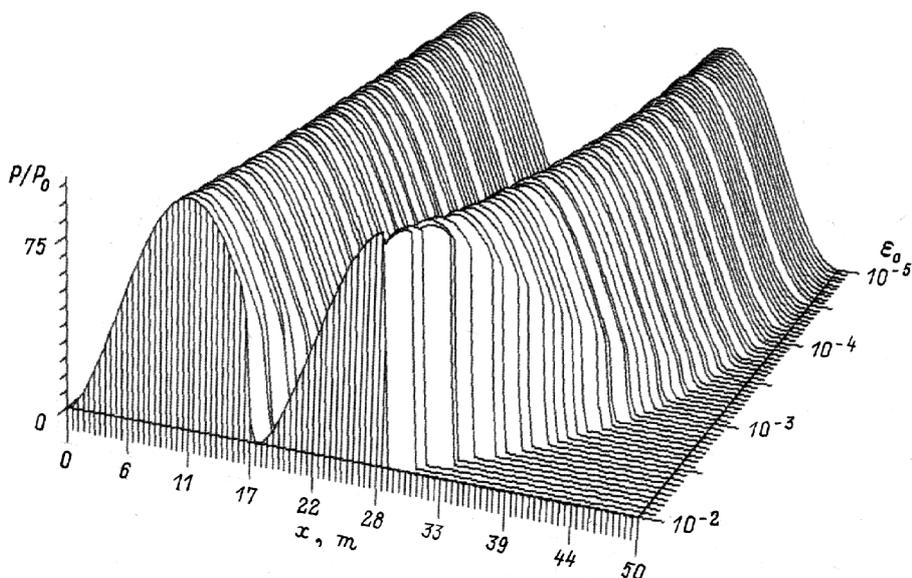


Рис. 2.

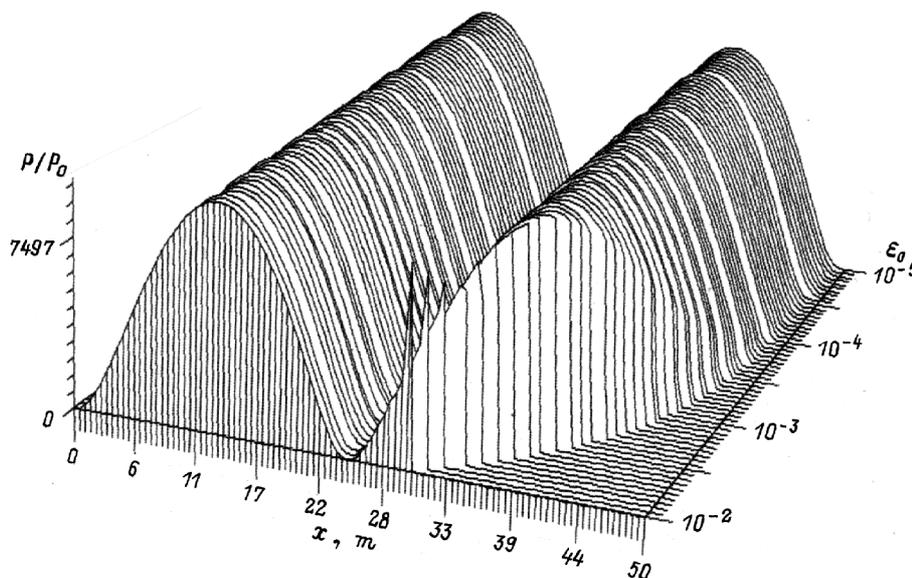


Рис. 3.

нелинейности становится пренебрежимо малым. Как и в предыдущем случае, скорость распространения волны перестает возрастать при $\epsilon_0 < 10^{-4}$.

При амплитуде давления 10 МПа (рис. 2) установление невозмущенной скорости происходит уже для $\epsilon_0 = 10^{-3}$. Эти же особенности справедливы и для давления 100 МПа. В обоих случаях нелинейность среды обусловлена нелинейностью газовой ее компоненты и заметно проявляется только при достаточно большой концентрации газа.

Представляет интерес профиль волны при амплитуде давления 1000 МПа (рис. 3). Здесь влияние нелинейности становится значительно сильнее, чем при меньших давлениях, что объясняется совместным влиянием не-

линейности как газовой, так и жидкой компонент. При $\epsilon_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ указанное совместное влияние приводит к формированию экспоненциально спадающей ударной волны, амплитуда которой несколько меньше амплитуды синусоидального возмущения. Интересно отметить, что совместный эффект нелинейностей двух компонент не сводится к их суммированию, поскольку нелинейность чистой жидкости, как это видно для малых концентраций, пренебрежимо мала.

Перейдем теперь к описанию волны, генерируемой при электровзрыве. Как известно, источник гидродинамического возмущения в большинстве случаев представляет собой длинный тонкий конечный цилиндр. Представляет интерес описание волново-

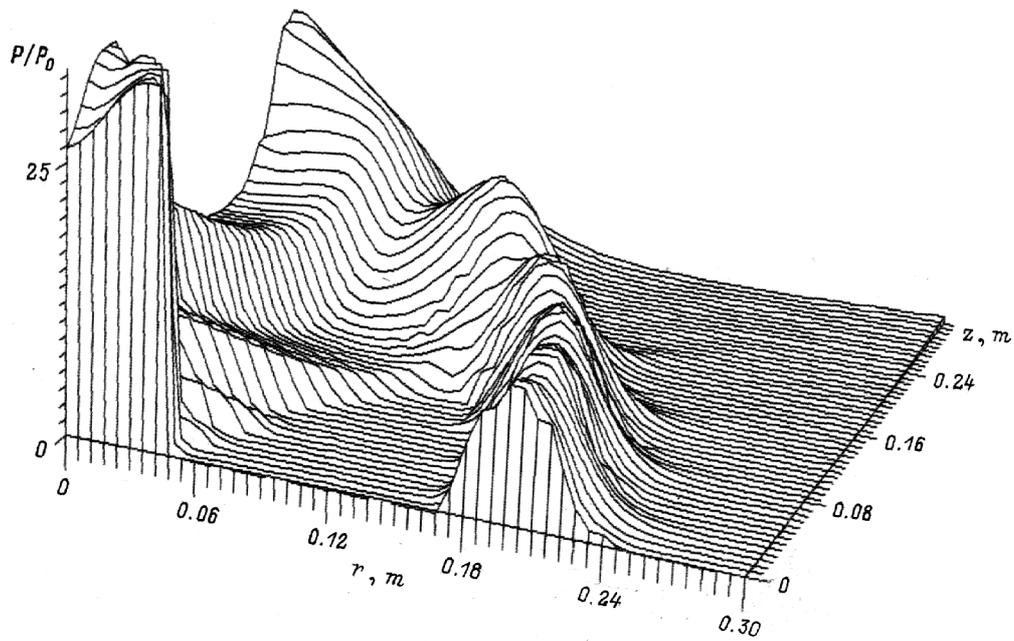


Рис. 4.

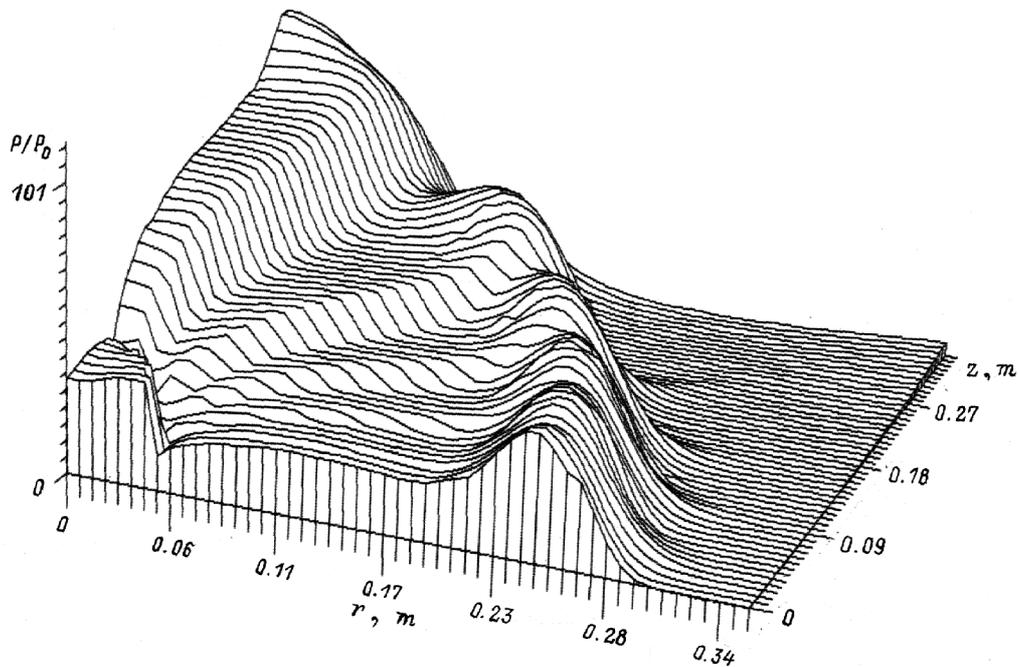


Рис. 5.

го поля, учитывающее такую геометрию источника. Это возможно в эллипсоидальной системе координат.

Вводим эллипсоидальные координаты η, ζ, ψ вытянутого эллипсоида вращения, образованные системой софокусных эллипсоидов, большие полуоси которых совпадают с осью симметрии, двухфокусных гиперболоидов вращения и проходящих через ось симметрии полуплоскостей. Уравнение (1) во введенной системе координат с

учетом осевой симметрии примет вид

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{1}{a^2(\eta^2 - \zeta^2)} \left\{ \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(\eta^2 - 1) \frac{\partial P}{\partial \eta} \right] + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(1 - \zeta^2) \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right] \right\}, \quad (5)$$

где a — большая полуось системы координатных эллипсоидов.

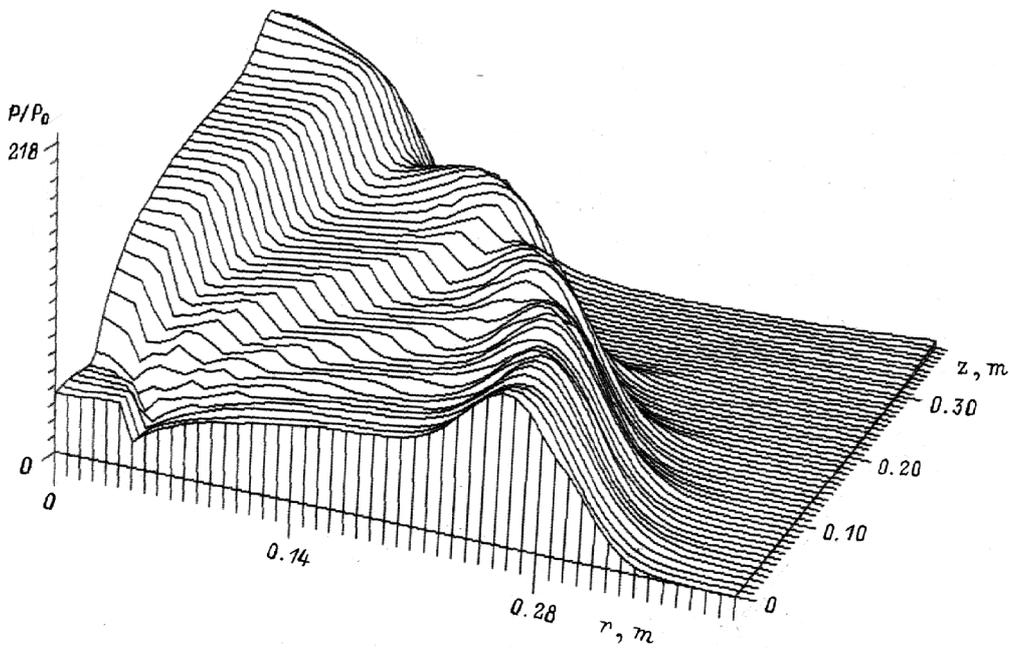


Рис. 6.

Рассмотрим уравнение (5) для двух предельных случаев: плоскости симметрии, проходящей через середину большой оси ортогонально ей (экваториальной плоскости), и осевого направления. Оба направления определяются значением ζ , переменной координатой в обоих случаях является η . В экваториальной плоскости $\zeta = 0$ и оператор Лапласа имеет вид

$$\Delta_1 = \frac{1}{a^2 \eta^2} \left[(\eta^2 - 1) \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + 2\eta \frac{\partial}{\partial \eta} \right]. \quad (6)$$

На оси симметрии $\zeta = 1$, в этом случае оператор Лапласа

$$\Delta_2 = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{2\eta}{a^2(\eta^2 - 1)} \frac{\partial}{\partial \eta}. \quad (7)$$

Легко видеть, что вдали от оси, т.е. при $\eta \gg 1$, оба оператора, как и следует ожидать, переходят в сферически симметричные лапласианы. Интересно отметить, что вблизи оси, т.е. при $\eta \sim 1$, выражение (6) не стремится к цилиндрическому лапласиану, поскольку даже из точки, расположенной очень близко от оси, ее отрезок, ограниченный фокусами, качественно отличается от бесконечной оси цилиндрических координат.

Рассмотрим уравнение (5) в экваториальной плоскости

$$a^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} = \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{\partial P}{\partial \eta}. \quad (8)$$

Как известно, волновое уравнение в случае плоской симметрии может быть факторизовано. В случае сферической симметрии уравнение факторизуется для величины rP . Таким образом, в случае плоской симметрии

решение волнового уравнения распадается на уходящую и приходящую волны. Аналогичная ситуация с учетом масштабного фактора $1/r$ справедлива и для сферической симметрии. Однако уравнение (8), как и уравнение для цилиндрической симметрии, не факторизуется, и, следовательно, даже в линейной среде, при постоянной скорости звука, волны, как таковой, т.е. возмущения, сохраняющего при распространении свою форму, нет.

Таким образом, использование выражений (6), (7) позволяет решать задачу распределения давлений в двух важных асимптотических случаях: в осевом и радиальном направлениях конечного цилиндрического канала. Однако, имея в виду определение полной структуры гидродинамического поля давлений, вернемся к интегрированию уравнения (5).

Прежде всего выберем некоторые целые числа N_1, N_2 и введем безразмерную координатную сетку с шагами $h = 1/N_1; l = 1/N_2$. Дискретные координаты $\eta_i; \zeta_j$ определим выражениями

$$\eta_i = ih; \quad i = N_1, \dots, \infty; \quad \zeta_j = jl; \quad j = 0, 1, \dots, N_2.$$

Вводим размерный шаг по времени τ и определяем дискретное время $t_k = k\tau$. Уравнение (5) в дискретных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{k+1} = & 2\rho_{i,j}^k - \rho_{i,j}^{k-1} + \frac{\tau^2}{a^2(i^2 h^2 - j^2 l^2)} \left[(i^2 - N_1^2) \right. \\ & \times (P_{i-1,j}^k + P_{i+1,j}^k - 2P_{i,j}^k) + i(P_{i+1,j}^k - P_{i-1,j}^k) \\ & + (N_2^2 - j^2)(P_{i,j-1}^k + P_{i,j+1}^k - 2P_{i,j}^k) \\ & \left. - j(P_{i,j+1}^k - P_{i,j-1}^k) \right]. \end{aligned}$$

Расчет характеристик канала электровзрыва производится по соотношениям (2)–(4), приведенным в [16] (или (1)–(3) из [17]). Давление источника — канала электровзрыва задано на линии

$$P_{N_1, j}^k = P_k; \quad j = 0, \dots, N_2.$$

Давление, рассчитанное в координатах η , ζ , преобразуется к цилиндрической системе координат $r = a\sqrt{(\eta^2 - 1)(1 - \zeta^2)}$; $z = a\eta\zeta$ и представляется графически в виде мгновенной пространственной картины в определенный момент t^* .

Как показала вариация параметров разрядного контура (U_0 — напряжение конденсаторной батареи, C — емкость последней, L — индуктивность, l_0 — межэлектродный промежуток), их значения заметно влияют на динамические характеристики плазменного канала электровзрыва, однако незначительно изменяют качественный характер волнового поля в среде. Основным параметром, существенно влияющим на особенность волнового поля, является начальная объемная концентрация газа ε_0 . Поэтому для исследования структуры волнового поля и влияния газосодержания среды на нее выбран режим разряда с параметрами разрядного контура $U_0 = 22$ кВ, $C = 22$ мкФ, $L = 5$ мкН, $l_0 = 40$ мм [6]. Концентрация газа варьировалась от 10^{-5} до 10^{-2} , $t^* = 2$ мс.

Переходя к результатам математического моделирования электровзрыва в равновесной газожидкостной среде, следует отметить следующее. Как известно, давление, излучаемое каналом разряда, имеет характер импульса с крутым фронтом и достаточно быстрым, приблизительно экспоненциальным спадом. При разряде в чистой жидкости (рис. 4, при расчете соответствует $\varepsilon_0 = 10^{-5}$) поле давлений в целом сохраняет такой характер, лишь в силу геометрической расходимости спад становится намного медленнее. Очевидными геометрическими причинами объясняется и тот факт, что в осевом направлении давление приблизительно вдвое больше, чем в радиальном.

Практически такой же характер имеет и поле давлений при электровзрыве в пузырьковой среде с $\varepsilon_0 = 10^{-3}$ (рис. 5). Влияние газовых включений проявляется лишь в некотором снижении величин давления.

Однако характер гидродинамического поля давления качественно меняется, когда концентрация газа достигает $\varepsilon_0 = 10^{-2}$ (рис. 6). В этом случае в результате существенно нелинейного характера поглощения в среде наблюдается эффект самопросветления. Сущность его состоит в том, что спад давления тем больше, чем ниже само давление, поскольку при высоком давлении существенно возрастает упругость газовых включений. В результате пик давления распространяется со сравнительно небольшим поглощением, но на участке спада, начиная с некоторого порогового значения давления, поглощение возрастает настолько, что давление спадает практически до нуля.

Таким образом, благодаря использованию эллипсоидальной системы координат и учету тем самым конечных

размеров источника показано, что давление в осевом направлении значительно больше, чем в радиальном. Влияние газовых включений при $\varepsilon_0 \leq 10^{-5}$ практически отсутствует. В интервале $\varepsilon_0 = 10^{-4} - 10^{-3}$ оно проявляется только в снижении величины давления, но не меняет профиля распространяющихся волн. Качественное изменение характера волнового поля наступает лишь при $\varepsilon_0 \geq 10^{-2}$ и проявляется в резком возрастании нелинейного поглощения.

Автор благодарен Н.М. Бескаравайному за помощь в проведении расчетов.

Список литературы

- [1] Наугальных К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде. М.: Наука, 1971. 155 с.
- [2] Кривицкий Е.В., Шамко В.В. Переходные процессы при высоковольтном разряде в воде. Киев: Наукова думка, 1979. 208 с.
- [3] Ковалев В.Г. // Теория, эксперимент, практика электро-разрядных технологий. Киев: Наукова думка, 1995. Вып. 2. С. 14–19.
- [4] Ковалев В.Г. // Тез. докл. VII науч. школы "Физика импульсных разрядов в конденсированных средах". Николаев, 1995. С. 122.
- [5] Ковалев В.Г. // Тез. докл. II Всероссийского семинара по динамике пространственных и неравновесных течений жидкости и газа. Миасс, 1993. С. 58–60.
- [6] Ковалев В.Г. // Динамика сплошной среды. Сб. науч. тр. Ин-т гидродинамики, 1995. Вып. 110. С. 111–116.
- [7] Ковалев В.Г. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. Вып. 18. С. 61–64.
- [8] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. II. М.: Наука, 1987. 60 с.
- [9] Окунь И.С. // ЖТФ. 1971. Т. 41. Вып. 2. С. 292–301.
- [10] Бескаравайный Н.М., Дыхта В.В., Ковалев В.Г., Тульский В.В. Прикладная гидродинамика электровзрыва. Киев: Наукова думка, 1992. 200 с.
- [11] Кедринский В.К. // ПМТФ. 1968. № 4. С. 29–33.
- [12] Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. Новосибирск: ИТФ, 1983. 238 с.
- [13] Наугальных К.А., Островский Л.А. Нелинейные волновые процессы в акустике. М.: Наука, 1990. 237 с.
- [14] Поздеев В.А., Бескаравайный Н.М., Ковалев В.Г. Импульсные возмущения в газожидкостных средах. Киев: Наукова думка, 1988. 116 с.
- [15] Галиев Ш.У., Панова О.П. // Проблемы прочности. 1995. № 10. С. 49–73.
- [16] Бескаравайный Н.М., Ковалев В.Г., Кривицкий Е.В. // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 2. С. 197–200.
- [17] Ковалев В.Г. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 24–29.