

01;03

## Динамика давления при ударном нагружении газожидкостных пен

© Е.И. Васильев, С.Ю. Митичкин, В.Г. Тестов, Ху Хайбо

Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,  
117192 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 6 ноября 1996 г. В окончательной редакции 16 февраля 1998 г.)

Проведено численное моделирование взаимодействия ударных волн с газожидкостными пенами на основе газокапельной модели. Для решения газодинамических уравнений применена модифицированная схема Годунова второго порядка точности. В качестве начальных данных использовались измеренные распределения плотности пены по высоте, результаты расчетного моделирования пенной структуры. Результаты расчетов давления сопоставлены с экспериментальными осциллограммами.

### Введение

На первом этапе исследований распространения ударных волн (УВ) в газожидкостных пенах изучались демпфирующие свойства пенного экрана [1,2]. Было установлено, что за фронтом УВ характер поведения давления достаточно сложен. Для интерпретации экспериментов в большинстве случаев использовалось упрощенное представление пены в виде "псевдогаза" с эффективным показателем адиабаты  $\Gamma$ . Такой подход позволяет иногда оценить равновесные параметры за проходящей волной. Последующие исследования показали, что синерезис и структурные характеристики пены существенно влияют на распространение УВ [3,4], а моделирование в вертикальной ударной трубе более предпочтительно. Использование модифицированной схемы Годунова, обладающей монотонностью и вторым порядком точности, позволяет с хорошей степенью точности рассчитывать поведение давления в равновесной области [4]. Для описания поведения давления в релаксационной зоне необходимо создание математических моделей пены и процессов ее деформации и разрушения, сопровождаемого образованием газокапельной среды. Непосредственные теоретические исследования разрушения пенной структуры отсутствуют, а имеющиеся экспериментальные результаты [3,5,6] не дают полного представления о механизме разрушения. Использование фоторегистрации показало, что при числах Маха падающей на столб пены УВ  $M_i > 1.3$  в начале релаксационной зоны в пенах с плотностью  $\sim 30 \text{ kg/m}^3$  достаточно быстро происходит разрушение пены и ее можно рассматривать как газокапельную среду, начальные параметры которой определяются структурой пены и синерезисом. Исследование структурных характеристик и построение модели синерезиса позволяют задавать начальные параметры газокапельной среды: концентрации крупных и мелких капель, их размеры, степень полидисперсности.

В настоящей работе рассматривается возможность использования газокапельной модели для численного моделирования распространения УВ по вертикальному столбу газожидкостной пены. При этом ударная волна падает на столб пены сверху и поэтому движется в направлении увеличения плотности пены.

### Модельные представления

В потоке за УВ в образовавшейся после разрушения пены газокапельной среде происходят обдирка и дробление капель, теплообмен между жидкой и газовой фазами, испарение и конденсация жидкой фазы, а также коагуляция капель. Предполагается, что образование мелких капель сопровождается их быстрым ускорением и прогревом до температуры несущего газа. Крупные капли представляют собой ансамбль независимых частиц, из-за разностей скоростей происходит осаждение мелких капель на крупных.

В наших экспериментах число Маха  $M_i < 1.5$  и пена была достаточно плотной. В этом случае испарение незначительно и пену будем моделировать средой, состоящей из трех компонент: совокупность жидких капель (крупные капли), характеризующихся положением  $x_k$ , массой  $m$ , скоростью  $v$ , температурой  $T_k$  и диаметром  $d$ ; совершенный газ с постоянной теплоемкостью, с плотностью  $\rho_g$ , давлением  $p_g$ , скоростью  $u$  и температурой  $T_g$ ; совокупность относительно мелких капель, находящихся в скоростном и температурном равновесии с газом и характеризующихся плотностью  $\rho_p$ . Последняя компонента математически описывается как вторая газовая компонента с собственной теплоемкостью. Для описания движения крупных капель используется лагранжево представление конечного числа крупных капель (лагранжева координата  $\xi$ ), для описания смеси газа и мелких капель — эйлерово представление ( $x$  — координата вдоль трубы). Уравнения для массы, импульса и полной энергии невзаимодействующих между собой крупных капель для одномерного течения имеют вид

$$\frac{d}{dt}x_k = v, \quad \frac{d}{dt}m = j_0 + j_1, \quad (1), (2)$$

$$\frac{d}{dt}mv = f_0 + j_0v + j_1u, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(mv^2/2 + mc_1T_k) = f_0v + \varepsilon + j_0(v^2/2 + c_1T_k) + j_1(u^2/2 + c_1T_g). \quad (4)$$

В (2) учитывается два механизма массобмена:  $j_0$  — интенсивность уноса набегающим потоком массы в виде

мелких капель с поверхности отдельной крупной капли (обдирка);  $j_1$  — осаждение на крупную каплю мелких капель, попадающих в "протектор" крупной капли. В (3)  $f_0$  — сила трения, действующая со стороны газа на крупную каплю. В уравнении энергии (4) при различии температур газа и крупных капель присутствует теплообмен  $\varepsilon$ ,  $c_l$  — теплоемкость жидкой фазы.

Смесь газа с мелкими каплями рассмотрим как одно-температурную и односкоростную среду, которую назовем эффективным газом с плотностью  $\rho = \rho_g + \rho_p$ .

Обозначения правых частей уравнений (2)–(4), как  $g_2$ ,  $g_3$ ,  $g_4$ , описывающие поведение мелких капель и газа, имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_p + \frac{\partial}{\partial x} \rho_p u = -ng_2, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho_g + \frac{\partial}{\partial x} \rho_g u = 0, \quad (5), (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2 + p_g) = -ng_3, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho e + \frac{\partial}{\partial x} (\rho e + p_g) u = -ng_4. \quad (8)$$

Концентрация крупных капель  $n$  определяется по начальной концентрации  $n_0(\xi)$  и их текущему положению

$$n = n_0 \frac{\partial}{\partial x} \xi.$$

Показатель адиабаты  $\Gamma$  эффективного газа зависит от локальных плотностей газа и мелких капель  $\Gamma = 1 + \rho_g R / (\rho_g c_v + \rho_p c_l)$  (здесь  $R$  — газовая постоянная,  $c_v$  — теплоемкость газа при постоянном объеме). Выражение для объемной плотности энергии эффективного газа  $e = u^2/2 + p_g / [\rho(\Gamma - 1)]$ .

Для решения уравнений необходимо задаться начальными условиями перед фронтом УВ для газа, плотностью мелких капель, массой и концентрацией крупных капель. Однако удобнее задавать начальное распределение диаметра крупных капель и размазанную по объему всей смеси плотность жидкости капель  $\rho_k$  ( $\rho_k = \alpha \rho_l$ , где  $\rho_l$  — плотность жидкости,  $\alpha$  — объемное содержание крупных капель). Выражения для массы и концентрации крупных капель диаметром  $d$  имеют вид  $m = \rho_l \pi d^3 / 6$ ,  $n = \rho_k / m$ .

Выражение для интенсивности уноса массы под действием газового потока с поверхности капли по механизму обдирки, удовлетворительно описывающее экспериментальные данные, получено в [7,8]

$$j_0 = -k \sqrt{0.125 d^3 |u - v| \rho_g^{1/3}},$$

где константа Энгеля  $k$  (коэффициент обдирки) для часто встречающихся на практике смесей воздуха и пара с каплями воды  $k = 1.3 - 2 \text{ kg}^{5/6} / (\text{m}^{3/2} \cdot \text{s}^{1/2})$ .

Основным критерием, характеризующим условие реализации механизма обдирки, является число Вебера  $We = p_g d (u - v)^2 / \sigma$ . Капля в потоке газа начинает обдираться только при определенном превышении внешних сил над внутренними ( $We > We_c$ ) [9]. При этом в условиях срыва теплообменом  $\varepsilon$  пренебрегаем.

В работах [9,10] рекомендуются условия для определения критического числа Вебера  $We_c$ :  $We_c Re^{-0.5} = k'$ , где  $k' = 0.5 - 1.5$ , число Рейнольдса  $Re = \rho_g d |u - v| / \mu_g$ ,  $\mu_g$  — динамическая вязкость газа.

Оценка числа Вебера показывает, что для условий  $M_i = 1.35 - 1.50$  механизм обдирки реализуется в широком диапазоне изменения диаметра капель. При  $M_i = 1.20$  механизм обдирки имеет место только для капель, диаметр которых превышает  $30 \mu\text{m}$ , а при  $M_i = 1.05$  обдирка не происходит во всем рассмотренном диапазоне изменения диаметра капли.

Интенсивность осаждения мелких капель  $j_1$  на крупную и сила трения между крупной каплей и газом  $f_0$  определяются как [9]

$$j_1 = 0.25 \pi d^2 \rho_p |u - v|,$$

$$f_0 = 0.125 \pi d^2 \rho_g C_d |u - v| (u - v). \quad (9)$$

В случае деформации и дробления капли для коэффициента сопротивления капли  $C_d$  можно использовать соотношения [9]

$$C_d = \begin{cases} 24.0 / Re & Re \leq 0.49, \\ 27.0 \cdot Re^{-0.834} & 0.49 \leq Re \leq 80, \\ 0.27 \cdot Re^{0.217} & 80 \leq Re \leq 10^4, \\ 2.0 & 10^4 \leq Re. \end{cases}$$

Интенсивность притока тепла к поверхности капли [9]

$$\varepsilon = \begin{cases} \pi d \lambda_g Nu (T_g - T_k), & We \leq We_c, \\ 0, & We > We_c, \end{cases}$$

где  $\lambda_g$  — коэффициент теплопроводности газа;  $Nu$  — число Нуссельта, которое определяется из формулы Ранца–Маршалла  $Nu = 2 + 0.6 Re^{1/2} Pr^{1/3}$ ;  $Pr = 0.708$  — число Прандтля для воздуха.

Численное решение уравнений (1)–(8) осуществлялось лагранжево-эйлеровым методом второго порядка точности по пространству и времени с использованием модифицированной схемы метода Годунова [4].

## Результаты моделирования взаимодействия УВ с газокapельной смесью

В качестве начальных условий в пене задавали распределение плотности пены по высоте, долю жидкости, содержащейся в мелких каплях, и размеры крупных капель. Первый из этих параметров задается из экспериментально измеренного распределения плотности по высоте пенного столба [11]. В придонной части пенного столба высотой менее 20 мм, где в эксперименте средняя плотность не измерялась, распределение плотности задается с учетом численных расчетов синерезиса [12]. Второй из начальных параметров, т.е. доля мелких капель, задается по сведениям, полученным при

моделировании структуры пены [12]. Предполагалось, что мелкие капли образуются при разрушении пенных пленок. Последний параметр, т.е. начальный диаметр крупных капель  $d_0$ , определяется на основе зависимости от локальной плотности пены и равен поперечному размеру в середине канала [12].

Для высоты пенного столба  $H = 190$  mm, времени выдержки пены  $T = 2$  min, начальной средней плотности пены  $30 \text{ kg/m}^3$  распределения плотности пены  $\rho_f$ , диаметра крупных капель и доли жидкости, содержащейся в мелких каплях, по высоте  $h$  имеют вид

$h(\text{mm}) =$	190	171	152	133	114	95	76	57	38	19	15	11	8	4	0,
$d_0(\mu\text{m}) =$	15	18	22	28	30	31	32	33	34	35	38	41	45	50	70,
$\rho_f(\text{kg/m}^3) =$	3	6	12	16	20	23	25	27	29	32	40	56	75	98	120,
$\rho_p/\rho_f(\%) =$	16	14	12	11	11	10	10	10	10	9	8	5	4	3	2.

Так как продолжительность УВ при данной конфигурации ударной трубы достаточно велика, возможно разделить процесс взаимодействий УВ с пенным столбом и последующий процесс взаимодействия с волной разрежения. С точки зрения расчета выделение из полной постановки задачи процесса взаимодействия УВ бесконечной продолжительности с пенным столбом позволяет сосредоточить расчетное моделирование в области взаимодействия УВ с пеной. В таком варианте расчет проводится только для торцевой части ударной трубы длиной 400–500 mm, где находится пенный столб. При этом интенсивность УВ задается непосредственно через число Маха  $M_i$ .

При расчете использовались следующие значения термодинамических параметров фаз:  $T_{g0} = 293$  K,  $P_{g0} = 1.01 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ ,  $\rho_{g0} = 1.21 \text{ kg/m}^3$ ,  $\gamma_{g0} = 1.4$ ,  $c_{g0} = 7045 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{deg})$ ,  $\mu_{g0} = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ,  $\lambda_{g0} = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}/(\text{s}^3 \cdot \text{deg})$ ,  $\rho_l = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_l = 4180 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{deg})$ ,  $\sigma_l = 0.033 \text{ N/m}$ .

Сопоставление расчетных эпюр давления и экспериментальных осциллограмм для  $M_i = 1.35$  представлено на рис. 1. Датчики давления располагались на расстояниях 258 (датчик 1) и 143 mm (датчик 2) от торца. Видно, что расчетные давления как за проходящей волной, так и за отраженными волнами сжатия (рис. 1, *a*) достаточно хорошо соответствуют экспериментальным. Варьирование коэффициента обдирки  $k$  в указанных выше пределах практически не влияет на результаты расчетов давления.

Расхождения имеют место на датчике 2 (рис. 1, *b*) в пене в части фронта проходящей волны сжатия и по амплитуде максимального давления на торцевом датчике 3 (рис. 1, *c*) за отраженной волной.

Расчетный фронт проходящей волны сжатия на втором датчике (50 mm от поверхности раздела пена–воздух) оказался круче, чем экспериментальный, на котором можно выделить двухэтапное нарастание давления: предвестник и зону релаксации. Варьирование коэффициента осаждения (вводился в соотношение (9)) показало, что этот параметр мало влияет на скорость нарастания

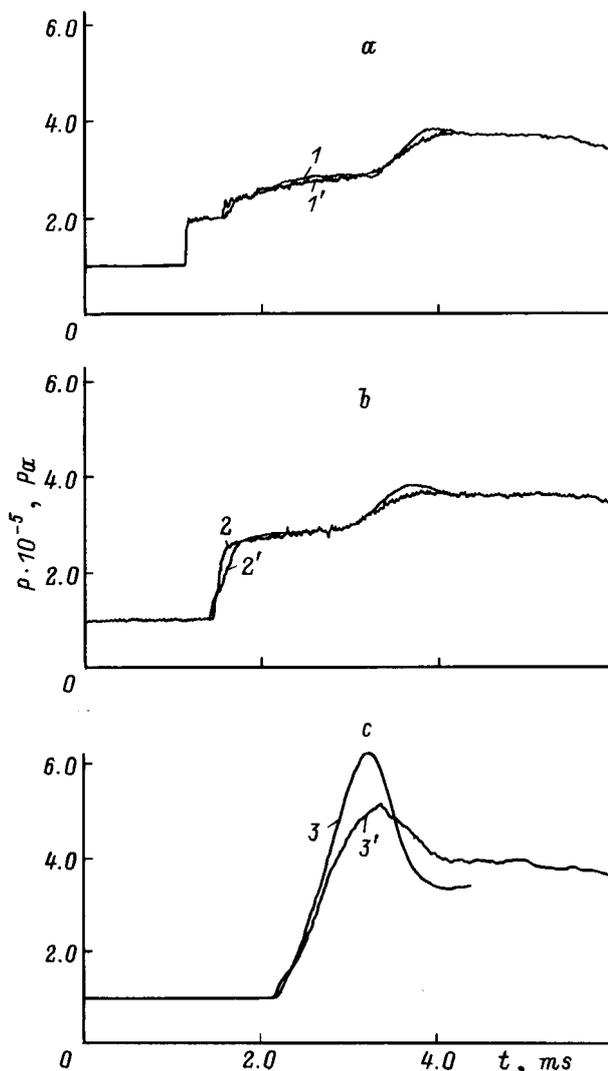


Рис. 1. Эпюры и осциллограммы давления  $P$ . 1, 2, 3 — номера датчиков; 1–3 — расчет, 1'–3' — эксперимент.

давления на фронте проходящей волны на датчике 2. Для достижения соответствия результатов расчетов и экспериментов в этой зоне требуется учитывать процесс разрушения пены.

На начальном этапе отражения на торцевом датчике расчетное поведение давления хорошо соответствует экспериментальному, максимальное значение расчетного давления несколько превышает экспериментальное. Момент достижения расчетного пикового давления несколько опережает экспериментальный, последующий спад происходит быстрее. В расчете также рассматривалось влияние коэффициента осаждения. Уменьшение коэффициента осаждения (от единицы) приводит к увеличению максимального давления на торце, и при этом фронт отраженной волны сжатия на всех остальных датчиках становится круче, что не соответствует эксперименту. Для изучения влияния непосредственного попадания крупных капель на торцевую стенку в расчете

учитывался динамический напор этих капель. Выяснилось, что этот факт также практически не влияет на общий характер поведения давления.

Газокапельная среда, сформированная в результате разрушения пенной структуры УВ, представляет собой не монодисперсную, а полидисперсную по размерам капель смесь. В следующей серии расчетов предполагалось, что смесь состоит из нескольких групп капель с разными начальными размерами и концентрациями. Для каждой группы капель задавались свои лагранжевы координаты. Из-за разности скоростей в потоке капли разных размеров, обгоняя друг друга, быстро перемешиваются в пространстве и практически сразу после прихода фронта волны сжатия фактически образуется полидисперсная смесь.

Рассмотрим расчетный пример, моделирующий полидисперсную смесь, в котором, за исключением начального диаметра крупных капель, все начальные условия взяты, как для рис. 1. В каждом сечении по высоте присутствуют группы капель с размерами  $4d_0(h)/3$ ,  $d_0(h)$ ,  $0.5d_0(h)$  и равными массовыми содержаниями.

На рис. 2 представлены расчетные эпюры давления для модельной полидисперсной смеси и соответствующие экспериментальные осциллограммы. Расчеты для модельной полидисперсной смеси лучше соответствуют экспериментальным результатам, чем для монодисперсной смеси.

Соответствующая вышеописанному процессу  $x-t$ -диаграмма (изолинии плотности газовой фазы) представлена на рис. 3. Точки 1–3 на оси  $x$  отвечают положению соответствующих датчиков. По сравнению с моделью эффективного газа [4] до встречи с отраженной от торца волной сжатия движение границы пенного столба вниз по течению происходит медленнее. После взаимодействия с отраженной от торца волной сжатия граница пенного столба почти неподвижна и расположена на расстоянии  $\sim 40-50$  мм от торца.

Описанная выше газокапельная модель взаимодействия УВ с пеной позволяет в рассматриваемых условиях численно прогнозировать экспериментальные результаты. Необходимо отметить, что в процессе взаимодей-

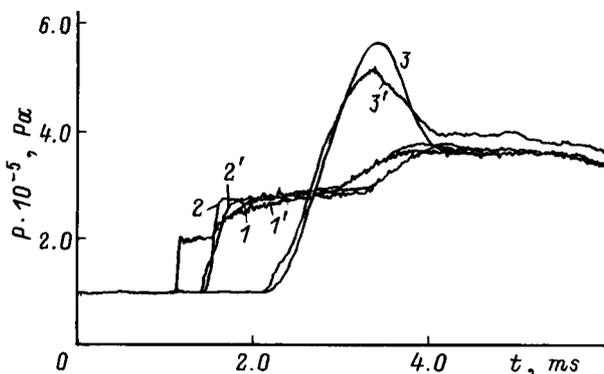


Рис. 2. Эпюры и осциллограммы давления. 1–3 — расчет для модельной полидисперсной смеси, 1'–3' — эксперимент.

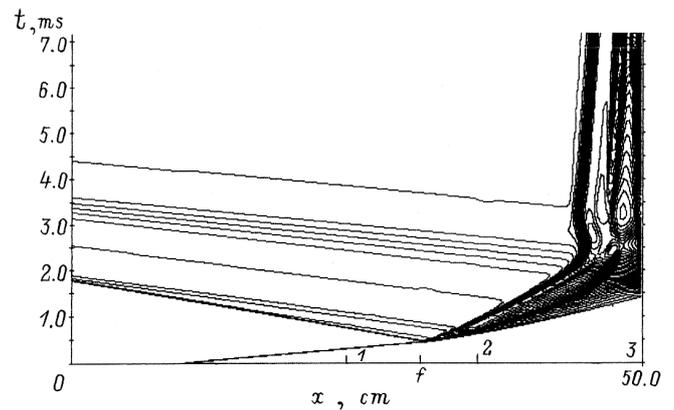


Рис. 3.  $x-t$ -диаграмма распространения УВ в пене ( $f$  — начальное положение границы пены).

ствия УВ с пеной плотность пены в придонной части в отличие от остальной части пенного столба резко возрастает до  $\rho_f > 100 \text{ kg/m}^3$ . Расчеты для модельной полидисперсной газокапельной смеси, когда исключалась нижняя часть пенного столба и локальная плотность пены не превышает  $36 \text{ kg/m}^3$ , показали, что нижний слой высокоплотной пены практически не влияет на поведение давления. По-видимому, крупные капли размером  $d > 50 \mu\text{m}$  в придонном слое не успевают достигнуть равновесного состояния с газом как в проходящей, так и в отраженной от торцевой стенки волнах сжатия. В отсутствие интенсивной обдирки с них и интенсивного теплообмена из-за относительно небольшой удельной поверхности крупные капли придонной области могут вести себя относительно нейтрально и не оказывают заметного влияния на поток. Но такой "нейтральный слой" возможно играет некоторую роль при сжатии у торцевой стенки. Можно предположить, что при достаточно интенсивном сжатии и наличии придонного слоя пены с высокой плотностью на торце образуется слой "пузырьковой жидкости", который обуславливает после фаз нарастания давления и разгрузки на торце продолжительное превышение давления относительно равновесного значения (осциллограмма 3' на рис. 2).

## Заключение

1. В рассмотренных условиях газокапельная модель взаимодействия УВ с пеной достаточно хорошо описывает поведение давления.

2. Расчетная зона релаксации в проходящей волне короче, чем в эксперименте, так как в модели не учитываются процессы деформации и разрушения пенной структуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Авторы признательны В.А. Левину за поддержку.

**Список литературы**

- [1] Кудинов В.М., Паламарчук Б.И., Гельфанд Б.Е., Губин С.А. // ПМ. 1977. Т. 13. № 3. С. 92–97.
- [2] Borisov A.A., Gelfand B.E., Kudinov V.M. et al. // Acta Astronautica. 1978. Vol. 5. N 11–12. P. 1027–1033.
- [3] Британ А.Б., Зиновик И.Н., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 2. С. 1–11.
- [4] Васильев Е.И., Митичкин С.Ю., Тестов В.Г., Ху Хайбо // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 11. С. .
- [5] Британ А.Б., Зиновик И.Н., Левин В.А. // ФГВ. 1992. Т. 28. № 5. С. 108–118.
- [6] Британ А.Б., Зиновик И.Н. // ПМТФ. 1994. Т. 35. № 5. С. 78–83.
- [7] Ranger A.A., Nicholls J.A. // AIAA J. 1969. Vol. 7. N 2. P. 285–290.
- [8] Engel O. // J. Res. Nat. Bureau Stand. 1958. Vol. 60. N 3. P. 245–280.
- [9] Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. // Итоги науки и техники ВИНТИ. Сер. МЖГ. 1981. Т. 16. С. 209–274.
- [10] Dickerson R.A., Coultas T.A. // AIAA Paper. 1966. N 611. P. 24.
- [11] Куликовский В.А., Левин В.А., Митичкин С.Ю. и др. // ДАН. 1995. Т. 345. № 5. С. 607–610.
- [12] Митичкин С.Ю., Перцов А.В., Тестов В.Г., Ху Хайбо // Коллоидный журнал. 1997. В печати.