

01;04;07;09

Об особенностях распада фотоплазмы, созданной излучением кольцевого скользящего разряда

© Н.А. Попов

Вычислительный центр РАН,
117967 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 14 апреля 1997 г.)

Проведено численное моделирование динамики поглощения диагностического СВЧ излучения в распадающейся азотной фотоплазме, созданной импульсным кольцевым скользящим разрядом. Показана возможность немонотонного изменения со временем коэффициента поглощения СВЧ излучения (что наблюдалось в большинстве экспериментальных работ) при рекомбинационном распаде плазмы. Причиной появления немонотонности являются газодинамические процессы, которые инициируются кольцевым скользящим разрядом и приводят к расширению плазменной области вдоль оси зондирующего СВЧ пучка.

1. Большие успехи, достигнутые в области создания и исследования несамостоятельных разрядов в молекулярных газах, стимулировали поиски новых способов организации этих разрядов и новых механизмов предорганизации газа. Одним из рассматриваемых в последнее время способов является использование УФ излучения плазмы разряда скользящего по поверхности диэлектрика [1–4]. В результате может быть получена высокая концентрация фотоэлектронов и осуществлен объемный разряд при относительно низких значениях электрического поля [1,2].

В настоящее время исследованы два типа разрядов: по поверхности плоского диэлектрика [1,2] (формирующие так называемые плазменные листы) и по поверхности диэлектрического кольца (кольцевой разряд) [3–7]. В обоих случаях за счет интенсивного УФ излучения на расстояниях порядка нескольких сантиметров создается достаточно плотная плазма. Так, в азоте атмосферного давления концентрация фотоэлектронов как для кольцевого, так и для плоского разрядов достигала $N_e = 6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ [2–4].

При исследовании распада созданной плазмы в плоском случае не было зафиксировано существенных отличий от рекомбинационного закона. В то время как для кольцевого разряда обнаружены anomalно большие времена жизни созданной фотоплазмы, в десятки раз превосходящие соответствующие времена электрон-ионной рекомбинации [5]. Причем такой характер распада был обнаружен не только в азоте, но и в аргоне, гелии, воздухе, CO_2 и их смесях [5–7].

Методика исследования распада плазмы, созданной кольцевым скользящим разрядом, заключалась в определении абсолютной величины и временной динамики коэффициента поглощения диагностического микроволнового излучения. Этот коэффициент равен отношению величин прошедшей и падающей СВЧ мощности и определяется как [8]

$$F = \exp\left(-4\pi/c \int \sigma(y)dy\right), \quad (1)$$

где $\sigma(y)$ — средняя по сечению СВЧ пучка проводимость плазмы

$$\sigma = e^2 N_e \nu_m / m(\nu_m^2 + \omega^2), \quad (2)$$

ν_m — частота столкновений электронов, ω — частота зондирующего СВЧ излучения, c — скорость света.

Интегрирование ведется вдоль направления распространения электромагнитного излучения (вдоль оси y) в пределах плазменной области.

Исходя из (1), (2), при $\nu_m \gg \omega$ для средней вдоль оси y степени ионизации можно записать следующее выражение:

$$N_e^{cp} / N = \ln(1/F) \alpha_0 \Delta Y, \quad (3)$$

где $\alpha_0 = mc/4\pi e^2(\nu/N) \simeq 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ см}$, ΔY — размер плазменной области.

Наблюдаемая в работах [5–7] динамика коэффициента поглощения СВЧ излучения на стадии распада плазмы носит немонотонный характер. Это позволило авторам [5,9] сделать вывод об эффективном протекании в послеразрядный период реакций вторичной ионизации.

Аномальные явления были также зафиксированы при исследовании распада плазмы в канале лазерной искры в азоте и воздухе. Так, в условиях [10,11] уменьшение концентрации электронов плазмы, образующейся при лазерном пробое воздуха, происходило на временах, в десятки раз превосходящих времена соответствующие рекомбинационному режиму распада. При этом плотность созданной плазмы определялась по величине коэффициента поглощения СВЧ излучения, временная динамика которого также была немонотонна.

Целью данной работы являются анализ конкретных механизмов создания фотоплазмы кольцевого скользящего разряда и описание особенностей динамики коэффициента поглощения микроволнового излучения при распаде созданной плазмы.

2. При давлении газа $P > 10 \text{ Торг}$ появление плазмы внутри кольца связано с фотоионизацией молекул смеси жестким УФ излучением скользящего разряда [3–7]. Наличие даже незначительной примеси молекул кислорода (имеющих относительно низкий потенциал ионизации)

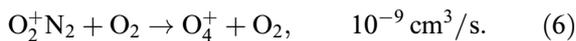
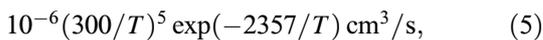
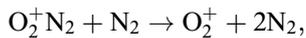
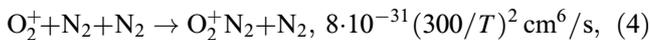
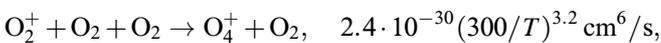
может приводить к фотоионизации, обусловленной поглощением кислородом излучения с длиной волны менее 102 nm. В азотно-кислородных смесях источником ионизирующего излучения являются молекулярные полосы N_2 в интервале длин волн $98 < \lambda < 102.5$ nm [12].

Исследования спектрального состава излучения плазмы скользящего разряда проводились в основном в области $\lambda > 100$ nm [13]. Было показано, что спектр излучения имеет сложную линейчатую структуру с преобладанием интенсивных линий атомов, входящих в состав материала диэлектрика. В работе [3] проводились зондовые измерения, на основании которых определялся коэффициент поглощения ионизирующего излучения кольцевого скользящего разряда. В азоте атмосферного давления этот коэффициент составил $\chi = 0.6-0.8$ cm⁻¹.

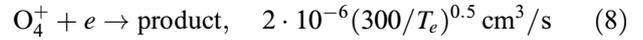
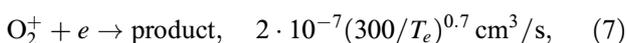
В чистом азоте ионизация связана с поглощением излучения в диапазоне длин волн $\lambda < 80$ nm. В этой области спектра коэффициент χ при атмосферном давлении составляет $\chi \simeq 700$ cm⁻¹, что существенно больше экспериментального значения. В работе [14] предлагался механизм, связанный с фотоионизацией метастабильных молекул азота, которые в свою очередь образовывались при поглощении фотонов невозбужденными молекулами $N_2(X^1\Sigma_g)$. В азоте наиболее интенсивно образуются метастабильные $N_2(a^1\Pi_g)$ при поглощении излучения в полосах Лаймана-Беджа-Хопфилда. Однако коэффициент поглощения излучения в этих полосах при $P = 1$ atm не превышает 0.11 cm⁻¹ [15], что значительно меньше экспериментально измеренного значения. Кроме того, в [3] отмечалось, что величина χ практически не зависит от давления азота, так что наблюдавшаяся в [3] фотоионизация, по-видимому, обусловлена наличием примесей (например, примеси кислорода). Аналогичные выводы сделаны в работах [13,16] на основании исследований механизма фотоионизации азота излучением скользящего и искрового разрядов.

При атмосферном давлении и доли кислорода в смеси $\simeq 0.1\%$ коэффициент поглощения составляет примерно $\chi \simeq 0.6$ cm⁻¹ [12], что соответствует результатам измерений [3].

Первичными ионами, образующимися при поглощении УФ излучения молекулами кислорода, являются ионы O_2^+ . Они в дальнейшем могут конвертировать в более сложные ионы O_4^+ , $O_2^+N_2$ в реакциях [17]

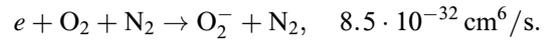
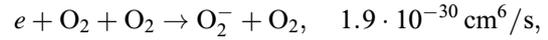


Скорости реакций диссоциативной рекомбинации ионов O_2^+ и O_4^+



различаются более чем в десять раз [12,17], поэтому вопрос о преобладающем сорте ионов является существенным.

Кроме того, следует учитывать дополнительные каналы гибели электронов, связанные с прилипанием к молекулам O_2



При $P = 200$ Torr в смеси $N_2 + 0.1\% O_2$ (в условиях, соответствующих [5]) процесс прилипания становится определяющим при $t > \tau_\alpha = 300$ μ s.

Оценим, исходя из (4)–(8), соотношение основных сортов ионов для смеси $N_2 + 0.1\% O_2$ и $P = 200$ Torr. На временах $t \geq 5$ ns концентрация $[O_2^+N_2]$ составит

$$[O_2^+N_2] = [O_2^+][N_2]k_4/k_5 \simeq 0.01[O_2^+],$$

где k_1 — константа скорости i -го процесса.

С учетом этого при $t \gg (k_6[O_2])^{-1} \simeq 1$ μ s получим

$$[O_4^+]/[O_2^+] = [O_2][N_2]k_4k_6/(N_e k_5 k_8). \quad (9)$$

При наличии только двух основных сортов ионов для квазинейтральной плазмы ($N_e \simeq [O_4^+] + [O_2^+]$) коэффициент диссоциативной рекомбинации может быть записан в виде

$$\beta = (k_7 + k_8[O_4^+]/[O_2^+])/(1 + [O_4^+]/[O_2^+]). \quad (10)$$

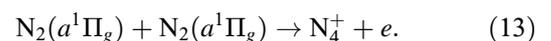
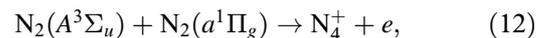
Как видно из (9), (10), отношение $[O_4^+]/[O_2^+]$ и величина β возрастают с ростом давления и, согласно (4)–(6), уменьшаются при повышении температуры газа. Для условий экспериментов [5] ($T = 350$ K, $P = 200$ Torr и $N_e \simeq 2 \cdot 10^{11}$ cm⁻³) получим $[O_4^+]/[O_2^+] \simeq 0.1$ и $\beta \simeq 3.5 \cdot 10^{-7}$ cm³/s.

При постоянной скорости рекомбинации β динамика концентрации электронов на стадии распада описывается выражением

$$N_e(t) = N_e^0 / (1 + N_e^0 \beta (t - t_0)). \quad (11)$$

В условиях [5] при $\beta = 3.5 \cdot 10^{-7}$ cm³/s характерное время распада плазмы не должно превышать 15 μ s. В то же время измерения [5–7] дают в 20–30 раз бóльшие значения.

Авторы [5,9] объясняют увеличение характерного времени распада созданной фотоплазмы появлением процессов ассоциативной ионизации с участием метастабильных электронно-возбужденных атомов и молекул. В азоте такими молекулами могут быть $N_2(A^3\Sigma_u)$ и $N_2(a^1\Pi_g)$. Их взаимодействие может приводить к образованию заряженных частиц в реакциях [17]



Однако исследования [6,7] показали, что наличие в азоте до 0.5% молекул кислорода практически не сказывается на характере распада созданной плазмы. В условиях экспериментов [6,7] при $P = 100 \text{ Torr}$ концентрация молекул кислорода достигала $[O_2] = 1-2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, что приводит к быстрой дезактивации состояний $N_2(A^3\Sigma_u)$ и $N_2(a^1\Pi_g)$ (за времена 30 и $1 \mu\text{s}$ соответственно). Следует отметить, что и в других газах метастабильные состояния, способные участвовать в реакциях ассоциативной ионизации (например, $Ar(^3P_0)$, $He(^3S_1)$, $He(^3S_0)$ и др.), эффективно тушатся молекулярным кислородом. Поэтому учет реакции с участием этих атомов и молекул не позволяет объяснить наблюдаемого в экспериментах возрастания концентрации электронов на временах $t \geq 70-100 \mu\text{s}$.

3. Действие описанных источников УФ излучения на основе кольцевого скользящего разряда сопровождается интенсивным тепловыделением и активно протекающими газодинамическими процессами. В рассматриваемых нами работах [3-7, 18-20] исследовались кольцевые разряды одной и той же конструкции (подробно описанной в [3,4]). Радиус кольца составлял 5 см, длительность импульса 10-20 μs , приложенное напряжение $U = 14-21 \text{ kV}$. Поперечный размер диагностического СВЧ пучка $d \simeq 2\lambda$, где λ — длина волны СВЧ излучения ($\lambda = 2$ [5] и $\lambda = 0.8 \text{ cm}$ [3,4,6,7]).

Исследованиям газодинамических процессов, инициируемых кольцевым разрядом, посвящены работы [18-23], в которых основное внимание уделялось рассмотрению динамики формирования ударной волны (УВ) и кумулятивным эффектам, сопровождающим отражение этой УВ от оси кольца. На рис. 1 приведен типичный пример [21-23] относительного положения основных разрывов газодинамических параметров после отражения тороидальной УВ от оси симметрии (ось Y). Ось OR лежит в плоскости кольца.

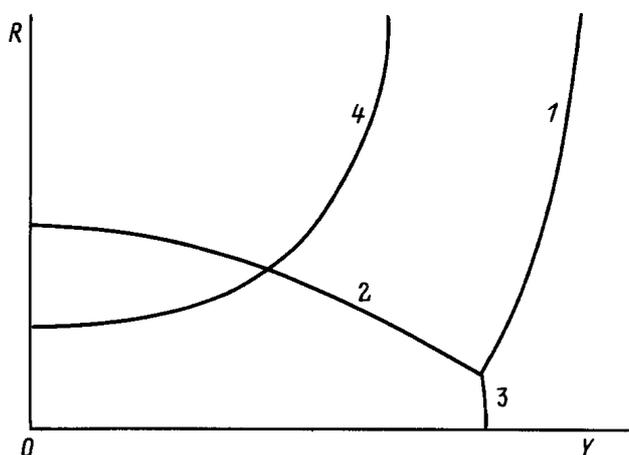


Рис. 1. Расположение и конфигурация основных разрывов при отражении тороидальной ударной волны от оси симметрии Y . 1 — падающая, 2 — отраженная, 3 — маховская, 4 — вторичная УВ.

Ускорение сходящейся кольцевой ударной волны приводит к уменьшению локальных значений угла наклона фронта волны к оси симметрии, так что отражение фронта УВ от оси происходит нерегулярным образом с образованием ударной волны Маха, распространяющейся вдоль оси Y (кривая 3 на рис. 1). Следует подчеркнуть, что большая часть энергии сжатия при отражении кольцевой УВ передается газу, разлетающемуся вдоль оси кольца в направлении наименьшего противодействия [21]. Это приводит к формированию достаточно интенсивной ударной волны Маха.

Газодинамические процессы могут оказывать существенное влияние на динамику плазменной области, образованной в результате процессов фотоионизации. Расширение этой области в направлении оси Y происходит за счет того, что поток газа за ударной волной (кривая 1 на рис. 1) приносит плазму с периферии кольца в приосевую зону. Вследствие этого происходит рост концентрации электронов на значительных расстояниях от плоскости кольца, что можно интерпретировать как расширение плазменной области вдоль оси Y . Поскольку на фронте УВ степень ионизации газа меняется незначительно, то можно с хорошей точностью считать распределение N_e/N вдоль оси Y в пределах плазменной области однородным.¹ При этом изменение концентрации электронов будет связано в основном с процессами электрон-ионной рекомбинации.

Скорость движения границы плазменной области определяется скоростью потока газа за фронтом образующейся УВ Маха (кривая 3 на рис. 1). Согласно расчетам [21,22], величина этой скорости линейно зависит от координаты Y . Поэтому текущие размеры плазменной области могут быть определены как

$$\Delta Y(t) = \Delta Y_0 \exp \int_0^t V_f(\tau)/Y_s(\tau) d\tau. \quad (14)$$

Здесь $Y_s(t) = \int_0^t D(\tau) d\tau$ — расстояние, пройденное УВ за время t ; ΔY_0 — начальный размер плазменной области; $V_f(t)$ — скорость газа непосредственно за фронтом УВ [24]

$$V_f(t) = (D(t) - C_s^2/D(t))/(\gamma + 1), \quad (15)$$

$D(t)$ — скорость УВ, C_s — скорость звука в невозмущенном газе, γ — показатель адиабаты, $\Delta Y_0 \simeq 2.5 \text{ cm}$ [3].

¹ Возможно уменьшение N_e за счет более быстрого рекомбинационного распада плазмы в области сжатия за УВ, где N_e больше соответствующих фоновых значений. Однако взрывные ударные волны имеют относительно малые размеры зоны сжатия. Для рассматриваемых условий время пребывания газа в области с концентрацией частиц, в два и более раза превышающей фоновое значение, составляет $\tau_0 \simeq 2-3 \mu\text{s}$. На временах $t \gg \tau_0$ фоновое значение N_e составляет $N_e^f \simeq (\beta \cdot t)^{-1}$ и, следовательно, изменение величины N_e/N (за счет рекомбинации электронов) при прохождении газом области сжатия за УВ относительно мало.

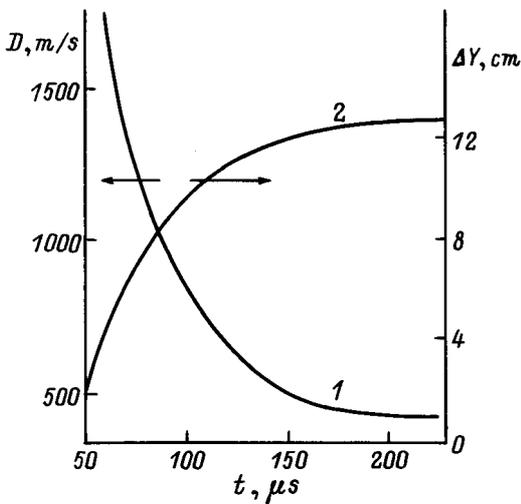


Рис. 2. Зависимости от времени скорости (1) маховой ударной волны [19] и размера плазменной области (2) вдоль оси Y .

В работе [19] (в условиях близких [18,20]) была измерена динамика скорости УВ Маха $D(t)$, что позволяет, используя формулы [14,15], определить текущие размеры плазменной области $\Delta Y(t)$.

На рис. 2 приведены экспериментальные данные для скорости УВ Маха [19] и результаты расчета динамики расширения плазменной области $\Delta Y(t)$. Как видно, по прошествии 140–150 μs размеры плазмоида увеличиваются более чем в 5 раз, что заметно сказывается на величине коэффициента прохождения СВЧ излучения.

В [7] для определения продольных (вдоль оси Y) размеров плазменной области были проведены следующие эксперименты. В рабочей камере параллельно плоскости кольца и на равном расстоянии от кольца устанавливались радиопрозрачные пластины, ограничивающие размер плазмы. Расстояние L между пластинами варьировалось от 4 до 20 см (при ширине кольца 1 см). Было показано, что при $L = 10\text{--}12$ см наличие пластин не сказывалось на динамике коэффициента поглощения СВЧ излучения, т.е. размеры плазменной области не превышали 10–20 см. С уменьшением значения L наблюдалось заметное сокращение времени аномального поглощения излучения вплоть до практически полного исчезновения эффекта при $L \simeq 4$ см. В последнем случае характер изменения коэффициента поглощения соответствовал рекомбинационному режиму распада зондируемой плазмы. Согласно этим данным, максимальный размер плазменной области составляет примерно 10–12 см, что согласуется с результатами наших расчетов, приведенными на рис. 2.

Для объяснения наблюдаемых в экспериментах особенностей динамики коэффициента прохождения СВЧ излучения $F(t)$ нами были проведены расчеты эволюции параметра

$$\Theta(t) = \alpha_0(N_e^{\text{mid}}/N)\Delta Y(t),$$

который, согласно (3), определяет величину $\ln(1/F(t))$. Для определения $N_e^{\text{mid}}(t)$ решалась система уравнений баланса для концентраций электронов и основных сортов положительных и отрицательных ионов: N_4^+ , O_2^+ , O_4^+ , $O_2^+ \cdot N_2$, O_2^- . За основу бралась система ионно-молекулярных реакций [17]. Расчеты проводились для смеси $N_2 + 0.1\% O_2$ при давлении $P = 225$ Торр. Для вычисления $\Delta Y(t)$ использовались уравнения (14), (15).

Результаты расчетов $\Theta(t)$ и экспериментальные данные [5] представлены на рис. 3. Как видно, предложенная модель позволяет объяснить немонокотность динамики коэффициента прохождения СВЧ сигнала, которая оказывается связана с расширением плазменной области за счет газодинамических процессов. Следует подчеркнуть, что описанный эффект является следствием кольцевой формы источника энерговыделения. Воздействие этого источника, как уже отмечалось, приводит к движению плазмы из периферийных областей кольца к его оси — в область СВЧ зондирования, что и определяет изменение динамики коэффициента поглощения СВЧ излучения.

Из этой модели, в частности, следует, что с увеличением энерговыклада на разрядной стадии (приводящем к росту интенсивности ударных волн и скорости расширения плазменной области) амплитуда отмеченной немонокотности коэффициента поглощения должна увеличиваться. Это явление наблюдалось в работе [7] в азоте и в аргоне с добавками кислорода при увеличении напряжения с 14 до 21 кВ. В [7] также отмечалось увеличение времени жизни фотоплазмы кольцевого разряда с понижением давления газа (время жизни τ определялось как момент достижения заданного значения коэффициента прохождения зондирующего излучения). Согласно [7], $\tau \cdot P \simeq \text{const}$ при $P \geq 50$ Торр. Коэффициент прохождения СВЧ излучения F при $\nu_m \gg \omega$

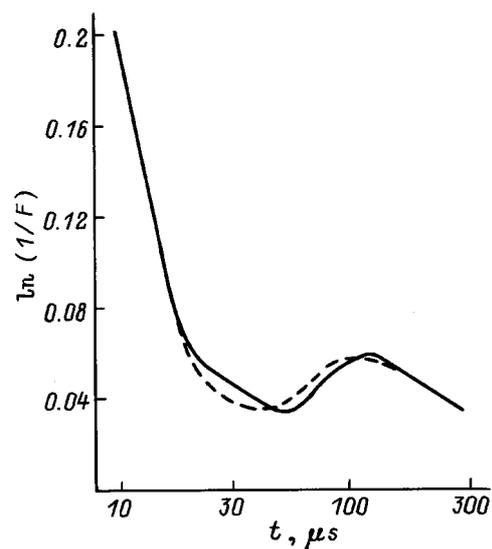


Рис. 3. Динамика коэффициента поглощения диагностического СВЧ излучения в плазме кольцевого разряда для условий [5]. Азот, $P = 225$ Торр, $\lambda = 2$ см; сплошная линия — расчет, штриховая — экспериментальные данные [5].

и фиксированном значении ΔY определяется только отношением N_e/N (см. (3)). Поэтому при уменьшении давления для достижения заданного значения F требуются меньшие величины N_e . Если предположить, что распад плазмы происходит по рекомбинационному закону, то характерное время распада составляет $\tau = (N_e\beta)^{-1} = \Delta Y / (N\beta\alpha_0 \ln(1/F))$. Согласно [7], ΔY слабо изменяется при $P = 70-760$ Торг, следовательно, при заданном значении коэффициента $F \tau N \simeq \text{const}$, что согласуется с данными [7]. Это обстоятельство является дополнительным свидетельством рекомбинационного характера распада исследуемой плазмы.

5. Подводя итоги проведенного исследования, можно сделать следующие выводы.

Распад плазмы, создаваемой жестким УФ излучением кольцевого скользящего разряда, происходит по рекомбинационному закону. Отмеченные в экспериментах немонотонности коэффициента поглощения микроволнового излучения (которые трактовались как результат действия реакций вторичной ионизации и относились к важным достоинствам этого способа предыонизации [5-7]) могут быть объяснены расширением плазменной области за счет интенсивно протекающих газодинамических процессов. Этот эффект является следствием кольцевой формы источника энерговыделения и не наблюдается в случае плоской геометрии.

Газодинамические процессы приводят также к формированию неоднородного распределения температуры и плотности газа в плоскости кольца. Вблизи поверхности кольца и особенно в приосевой области появляются зоны горячего разреженного газа, которые хорошо различаются на тенеграммах [9,18]. Использование кольцевого скользящего разряда для предыонизации газа в зоне действия несамостоятельного разряда может приводить к пробую газа в прогретых областях (за счет повышения величины приведенного электрического поля E/N и роста температуры электронов). Это явление наблюдалось в [9] при исследовании несамостоятельного СВЧ разряда в азоте.

Таким образом, газодинамические процессы оказывают существенное и чаще всего негативное влияние на свойства кольцевого разряда как устройства для предыонизации газовых смесей. Избежать этого можно, размещая излучающее кольцо вне газоразрядной камеры, где зажигается несамостоятельный разряд. При сохранении аксиальной симметрии должно сохраниться и такое важное достоинство кольцевых разрядов как равномерность распределения интенсивности потока ионизирующего излучения в плоскости кольца. Кроме того, это позволяет зажигать несамостоятельный разряд и кольцевой скользящий разряд в разных газовых смесях, что создает дополнительные возможности для оптимизации параметров всей системы.

Список литературы

- [1] Андреев С.И., Белоусова И.М., Дашук П.Н. и др. // Квантовая электрон. 1976. Т. 3. С. 1721-1725.
- [2] Бычков Ю.И., Зарослов Д.Ю., Карлов Н.В. и др. // Квантовая электрон. 1982. Т. 9. № 8. С. 1718-1721.
- [3] Бережецкая Н.К., Большаков Е.Ф., Дорофеев А.А. и др. // Препринт ФИАН. М., 1983. № 224. 28 с.
- [4] Бархударов Э.М., Бережецкая Н.К., Большаков Е.Ф. и др. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 6. С. 1219-1222.
- [5] Грицинин С.И., Косый И.А., Силаков В.П. и др. // ТВТ. 1986. Т. 24. № 4. С. 662-667.
- [6] Богдан Л.С., Задирака Ю.В., Левитский С.М. и др. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 9. С. 6-8.
- [7] Богдан Л.С. Канд. дис. Киев, 1990.
- [8] Голант В.Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968. 327 с.
- [9] Грицинин С.И., Косый И.А., Силаков В.П. и др. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 4. С. 681-686.
- [10] Аскарьян Г.А., Рабинович М.С., Савченко М.М., Смирнова А.Д. // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 1. Вып. 6. С. 18-23.
- [11] Аскарьян Г.А., Рабинович М.С., Савченко М.М., Степанов В.К. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3. Вып. 12. С. 465.
- [12] Мнацаканян А.Х., Найдис Г.В. // Химия плазмы. Вып. 14. М.: Энергоатомиздат, 1987. С. 227-255.
- [13] Силаков В.П. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 2. С. 361-364.
- [14] Правилев А.М. Фотопроцессы в молекулярных газах. М.: Энергоатомиздат, 1992.
- [15] Зарослов Д.Ю., Карлов Н.В., Кузьмин Г.П., Никуфоров С.М. // Квантовая электрон. 1978. Т. 5. Вып. 6. С. 1221-1229.
- [16] Babcock R.V., Liberman J., Parthow W.D. // IEEE J. 1976. Vol. QE 12. № 1. P. 29-34.
- [17] Kossyi I.A., Kostinsky A.Yu., Matveyev A.A., Silakov V.P. // Plasma Sources Sci. Technol. 1992. Vol. 1. P. 207-220.
- [18] Бережецкая Н.К., Большаков Е.Ф., Голубев С.К. и др. // ЖЭТФ. 1984. Т. 87. Вып. 6(12). С. 1926-1931.
- [19] Бедин А.П., Сафонов А.Б., Троицкий М.Н. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 12. С. 142-146.
- [20] Бархударов Э.М., Мдивнишвили М.О., Соколов И.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. Вып. 7. С. 990-993.
- [21] Худяков В.М. // ДАН СССР. 1986. Т. 287. № 4. С. 802-805.
- [22] Баранов А.В., Васильев А.В., Краснобаев К.В. // Мат. моделирование. 1992. Т. 4. № 12. С. 3-5.
- [23] Войнович П.А., Сатунина Е.Л., Тимофеев Е.В. // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 2. С. 12-22.
- [24] Коробейников В.П. Теория точечного взрыва. М.: Наука 1985.